

168F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

**آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳**

**مجموعه مهندسی مکانیک (۳)
طراحی کاربردی زمینه دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن $f(z) = \sin(\sin z)$ در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

$$z - \frac{z^3}{3} \quad (۱) \quad z + \frac{z^3}{3} \quad (۲)$$

$$z - \frac{z^3}{3!} \quad (۳) \quad z + \frac{z^3}{3!} \quad (۴)$$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها $u(x,t) = X(x)T(t)$ در مسأله داده شده، برای $T(t)$ چه جوابی به دست می‌آید؟

$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0 \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

$$u(x,0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\sin(t\sqrt{k\pi}) \quad (۱) \quad \sin(t\sqrt{k^2\pi^2 - 1}) \quad (۲)$$

$$\sin(t(k\pi - 1)) \quad (۳) \quad \sin(t(k^2\pi^2 - 1)) \quad (۴)$$

۳- حاصل انتگرال $\int_C \frac{dz}{\cosh z}$ که در آن C مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس

$(\pm\pi, 0)$ و $(\pm\pi, \pi)$ می‌باشد، کدام است؟

$$-2\pi i \quad (۱) \quad -2\pi \quad (۲)$$

$$2\pi i \quad (۳) \quad 2\pi \quad (۴)$$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0$$

می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها،

پتانسیل سرعت به شکل $\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$

حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر θ ، شرایط: $r = a$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ ، و $r = b$ و

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \quad (a > b)$$

برقرار باشند آنگاه جواب مسأله عبارتست

از:

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۲) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۱)$$

$$\varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۴) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۳)$$

۵- تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-|x|}$ به طوری که

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx$$

کدام است؟

$$\frac{2}{1+\omega^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+\omega^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{1+\omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1+\omega^2}, & \omega > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\frac{|\omega|}{1+\omega^2} \quad (3)$$

۶- می‌دانیم تابع $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در نقطه $z_0 = 1 - i$ تحلیلی است

و $f'(z_0) = 1 + i$ در این صورت مقدار $u_r v_\theta + u_\theta v_r$ در نقطه مذکور کدام

است؟

$$-4i \quad (2)$$

$$-2\sqrt{2}i \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

۷- تصویر ناحیه $x > C_1$ و $y > C_2$ از صفحه z به صفحه $w = u + iv$ تحت

تبدیل (نگاشت) $w = \frac{1}{z}$ در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

$$C_2 > 0, C_1 < 0 \quad (2)$$

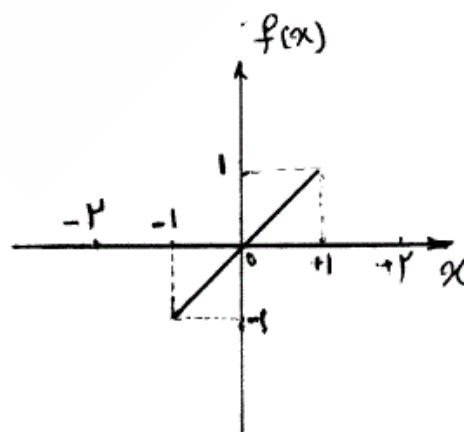
$$C_2 < 0, C_1 < 0 \quad (1)$$

$$C_2 > 0, C_1 > 0 \quad (4)$$

$$C_2 < 0, C_1 > 0 \quad (3)$$

۸- تابع $f(x)$ به شکل زیر مفروض است. اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و

$g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت ضریب a_0 در سری فوریه تابع $g(x)$ کدام است؟



$$\frac{-1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{-1}{12} \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

۹- تابع مختلط $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در حوزه D که شامل مبدأ نیست
تحلیلی می‌باشد به قسمی که تابع حقیقی v فقط به θ بستگی دارد (یعنی v به
 r بستگی ندارد). در این صورت مقدار کلی تابع u کدام است؟

$$C \ln r \quad (۱)$$

$$C_1 \ln r + C_2 \quad (۴)$$

$$\ln r + C \quad (۳)$$

$$10- \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x), 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, \forall t > 0 \end{cases}$$

با تغییر متغیر تابع $u(x, t) - v(x) = w$ تبدیل می‌شود به مسأله مقدار اولیه
مرزی (۲)

$$\begin{cases} w_{tt} - w_{xx} = 0, 0 < x < 1, t > 0 \\ w(x, 0) = g(x), w_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ w(0, t) = w(1, t) = 0 \end{cases}$$

که در آن $v(x)$ تابعی است که در معادله دیفرانسیل (۱) و شرایط مرزی آن
صدق می‌کند. مقدار $g(x)$ کدام است؟

$$\frac{-3}{4\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4\pi^2} \sin(\pi x) - \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۲)$$

$$\frac{-3}{4} \sin(\pi x) + \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \sin(\pi x) - \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۴)$$

۱۱- معادله انتگرالی زیر داده شده است:

$$\int_0^{\infty} [A(\lambda) \cos(\lambda x) + B(\lambda) \sin(\lambda x)] d\lambda = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

مقادیر $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ به ترتیب کدام هستند؟

$$\lambda e^{-\lambda}, e^{-\lambda} \quad (۲) \quad e^{-\lambda}, \lambda e^{-\lambda} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{1+\lambda^2}, \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \quad (۴) \quad \frac{\lambda}{\lambda^2+1}, \frac{1}{1+\lambda^2} \quad (۳)$$

$$-12 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(u)du}{(x-u)^2 + a^2} = \frac{1}{x^2 + b^2}, \quad 0 < a < b \quad \text{در معادله‌ی انتگرالی}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{m^2 + \alpha^2} d\alpha = \frac{\pi}{2m} e^{-mx} \quad \text{پاسخ } y(x) \text{ کدام است؟ (راهنمایی:)}$$

$$y(x) = \frac{(b-a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b-a)^2]} \quad (2) \quad y(x) = \frac{(b+a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b+a)^2]} \quad (1)$$

$$y(x) = \frac{(a+b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (4) \quad y(x) = \frac{(a-b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (3)$$

$$-13 \quad \text{سری فوریه تابع } f(x) = \ln\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right), \quad -\pi < x < \pi \quad \text{کدام است؟}$$

$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cos nx \quad (2) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx \quad (1)$$

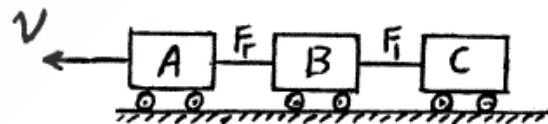
$$-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos nx \quad (4) \quad -\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx \quad (3)$$

$$-14 \quad \text{قطار زیر با سه واگن سرعت خود را از } 72 \frac{\text{km}}{\text{hr}} \text{ کاهش می‌دهند. جرم هر واگن}$$

۱۰۰۰۰ kg و ضریب اصطکاک میان ریل‌ها و چرخ‌ها ۰/۲ می‌باشد. کوتاهترین

زمان لازم جهت توقف قطار t_s و نیروهای اتصالات F_1 و F_2 در حالتی که ترمز

واگن وسطی خراب می‌باشد کدامند؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)



$$(1) \quad \text{فشاری } F_2 = 5/5 \text{ kN} \text{ و کششی } F_1 = 5/5 \text{ kN} \text{ و } t_s = 12 \text{ sec}$$

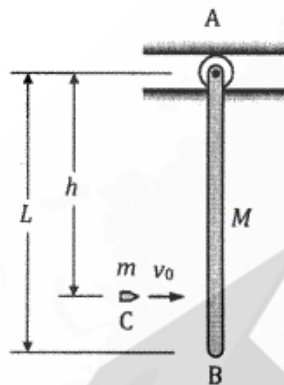
$$(2) \quad \text{کششی } F_2 = 5/65 \text{ kN} \text{ و فشاری } F_1 = 5/65 \text{ kN} \text{ و } t_s = 15 \text{ sec}$$

$$(3) \quad \text{کششی } F_2 = 6 \text{ kN} \text{ و فشاری } F_1 = 6 \text{ kN} \text{ و } t_s = 18 \text{ sec}$$

$$(4) \quad \text{کششی } F_2 = 6/6 \text{ kN} \text{ و فشاری } F_1 = 6/6 \text{ kN} \text{ و } t_s = 15 \text{ sec}$$

۱۵- میله‌ی باریک و یکنواخت AB به جرم M و طول L ، ابتدا در وضعیت قائم در حال سکون است. گلوله‌ی C به جرم m با سرعت v_0 در نقطه‌ای به فاصله‌ی $h = \frac{1}{8}L$ از A به میله برخورد می‌کند و در آن فرو می‌رود. با چشم‌پوشی از جرم گلوله در برابر جرم میله، جرم غلتک و اصطکاک شیار، سرعت زاویه‌ای میله در لحظه‌ی پس از برخورد چقدر است؟ (گشتاور اینرسی جرمی میله حول مرکز

$$I_G = \frac{1}{12}ML^2$$



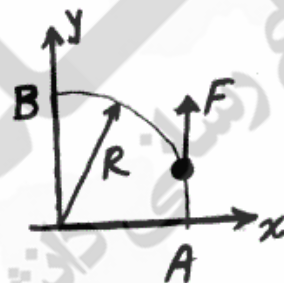
$$(1) \frac{2}{4} \frac{m v_0}{M L}$$

$$(2) \frac{2}{4} \frac{M v_0}{m L}$$

$$(3) \frac{3}{6} \frac{m v_0}{M L}$$

$$(4) \frac{3}{6} \frac{M v_0}{m L}$$

۱۶- نیروی $\vec{F} = F_0 \sin^2 \theta \hat{j}$ بر نقطه‌ی مادی که روی مسیر زیر در دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند، وارد می‌شود. کار انجام شده توسط این نیرو از A تا B چند برابر $F_0 R$ می‌باشد؟



$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{\pi}{4}$$

$$(3) \frac{\pi}{2}$$

$$(4) 1$$

۱۷- استوانه‌ی توپر یکنواخت زیر توسط طناب نازک بی‌جرمی که به دور آن پیچیده شده آویزان است. استوانه رها می‌شود. نیروی کشش در طناب چند برابر وزن استوانه می‌باشد؟



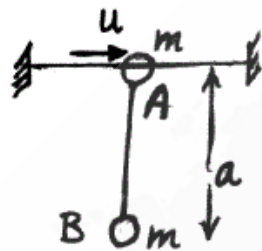
$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{3}{5}$$

$$(4) 1$$

۱۸- مهره A به جرم m در امتداد مفتول افقی قرار دارد. مهره B به جرم m به وسیله طنابی به طول a به مهره A متصل شده است. اگر مهره A با سرعت u در امتداد مفتول به حرکت درآید، حداکثر زاویه انحراف طناب از وضع قائم از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (از اصطکاک بین مفتول و مهره A صرف نظر شود)



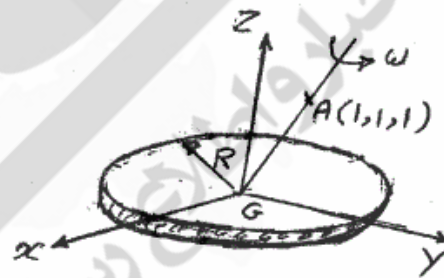
$$\cos \theta = \frac{u^2 - 2ga}{2ga} \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{2ga - u^2}{2ga} \quad (2)$$

$$\cos \theta = \frac{ga - u^2}{2ga} \quad (3)$$

$$\cos \theta = \frac{ga + u^2}{2ga} \quad (4)$$

۱۹- بردار اندازه حرکت زاویه‌ای دیسک زیر کدام است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{12} mR^2 (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \omega \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} mR^2 (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \omega \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} mR^2 (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \omega \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} mR^2 (2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \omega \quad (3)$$

۲۰- ذره A دارای حرکت مطلق $\vec{r}_A = t\hat{i}$ و مبدأ دستگاه انتقالی B بر مسیر

$\vec{r}_B = \cos t\hat{i} + \sin t\hat{j}$ در حال حرکت است. حداکثر شعاع انحنای مسیر A

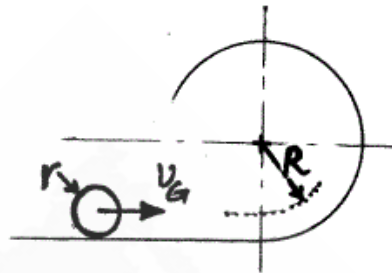
نسبت به چارچوب B چه میزان است؟ (t زمان است).

$$2\sqrt{2} \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$\infty \quad (4) \quad 4 \quad (3)$$

۲۱- کره‌ای به جرم m و شعاع r در حال غلتش بر روی سطح افقی است. سرعت مرکز آن

چقدر باشد؟ تا بدون لغزش کل مسیر حلقه زیر را طی کند. ($I_G = \frac{2}{5}mr^2$)



$$\sqrt{4Rg} \quad (۲)$$

$$\sqrt{2Rg} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{27}{5}Rg} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{20}{5}Rg} \quad (۳)$$

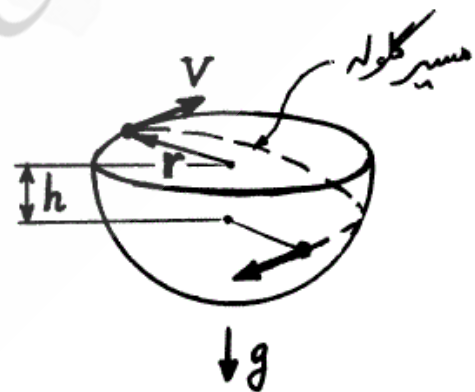
۲۲- گلوله فلزی کوچکی درون سطح نیم کره زیر با سرعت اولیه V مماس بر لبه

نیم کره شروع به حرکت می کند. هنگامی که ارتفاع گلوله به اندازه h کاهش

می یابد، بردار سرعت گلوله چه زاویه‌ای با افق می سازد؟ (لبه نیم کره افقی و شعاع

آن r می باشد. جاذبه در راستای قائم و به سمت پایین فرض شود.)

$$\alpha = \frac{gh}{V^2} \quad \text{و} \quad \beta = \frac{h^2}{r^2}$$



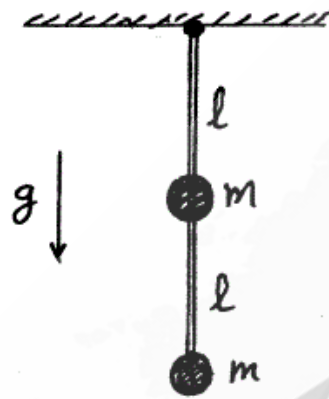
$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1+2\alpha)(1-\beta)}} \quad (۲)$$

$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{1+2\alpha}} \quad (۱)$$

$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1-2\alpha)(1+\beta)}} \quad (۴)$$

$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1-2\alpha)(1-\beta)}} \quad (۳)$$

۲۳- پاندول زیر از دو ذره یکسان به جرم m و میله‌ای بدون جرم به طول $2l$ ساخته شده است. میله می‌تواند آزادانه حول نقطه انتهایی بالای خود دوران کند. پریود نوسان کم دامنه پاندول برابر با کدام است؟



$$(1) \quad 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$(2) \quad 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

$$(3) \quad 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{3g}}$$

$$(4) \quad 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

۲۴- در سیستم مختصات کروی با بردارهای واحد \hat{e}_r , \hat{e}_θ , \hat{e}_ϕ اگر دورانی برابر حول \hat{e}_ϕ و θ داده شود به‌طوریکه سرعت زاویه‌ای

$$\vec{\omega} = \dot{\theta}\hat{e}_\phi + \dot{\phi}\hat{e}_z$$

باشد، مشتق زمانی \hat{e}_r برابر با کدام است؟

$$(1) \quad \dot{\phi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\theta\hat{e}_\phi$$

$$(2) \quad \dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{\phi}\sin\theta\hat{e}_\phi$$

$$(3) \quad \dot{\phi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\theta\hat{e}_\phi$$

$$(4) \quad \dot{\phi}\sin\theta\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\hat{e}_\phi$$

۲۵- معادله لاگرانژ برای کلیه سیستم‌ها با قیود مختلف کدام است؟

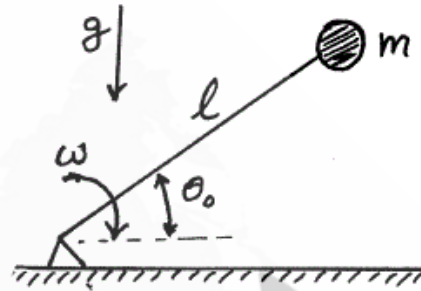
$$(1) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, \dots, n$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial kE}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, i = 1, \dots, n$$

$$(3) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, i = 1, \dots, n$$

(4) هیچ کدام

۲۶- به انتهای میلهٔ زیر به طول l و وزنه‌ای به جرم m و ابعاد ناچیز متصل است. در لحظه‌ای که میله با سطح افق زاویهٔ θ_0 می‌سازد، سرعت زاویه‌ای آن ω است. حداکثر زاویه‌ای که میله پس از برخورد وزنه با سطح افق می‌سازد کدام است؟ (برخورد از نوع الاستیک و جرم میله ناچیز فرض شود.)



$$\sin^{-1}\left(\sin\theta_0 + \frac{l\omega^2}{2g}\right) \quad (۲) \quad \cos^{-1}\left(\sin\theta_0 + \frac{l\omega^2}{2g}\right) \quad (۱)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{l\omega^2}{2g} + \tan\theta_0\right) \quad (۴) \quad \sin^{-1}\left(\frac{l\omega^2}{2g} + \cos\theta_0\right) \quad (۳)$$

۲۷- شتاب زاویه‌ای لغزنده نسبت به استوانهٔ ثابت زیر بر حسب θ کدام است؟ (در $\theta = 0$ فنر بی‌بار و سرعت لغزنده صفر می‌باشد. ضریب اصطکاک بین استوانه و لغزنده μ فرض شود.)



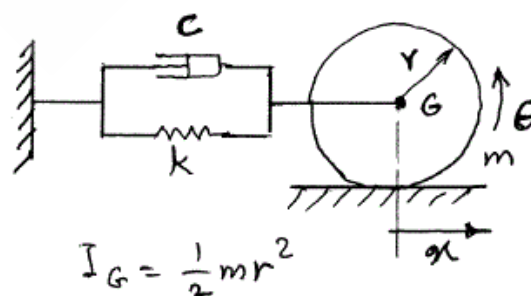
$$(\ddot{\theta} - \frac{g}{R} \sin\theta)\mu + \frac{g}{R} \cos\theta - \frac{k}{m}\theta \quad (۱)$$

$$-(\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \cos\theta)\mu + \frac{g}{R} \sin\theta - \frac{k}{m}\theta \quad (۲)$$

$$(\ddot{\theta} - \frac{g}{R} \cos\theta)\mu + \frac{g}{R} \sin\theta - \frac{k}{m}\theta \quad (۳)$$

$$-(\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \cos\theta)\mu + \frac{g}{R} \sin\theta - \frac{k}{m}\theta \cos\theta \quad (۴)$$

۲۸- دیسک زیر با شعاع r و جرم m بدون لغزش بر روی سطح می‌غلتد. میرایی بحرانی سیستم C_{cr} کدام است؟



$$\sqrt{km} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2km} \quad (۲)$$

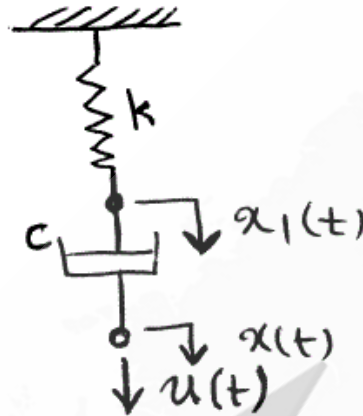
$$\sqrt{3km} \quad (۳)$$

$$\sqrt{6km} \quad (۴)$$

$$I_G = \frac{1}{2}mr^2$$

-۲۹

برای سیستم فنر - دمپر زیر کدام یک از معادلات صادق است؟
 k ثابت فنر، c ضریب دمپر، $x_1(t)$ تغییر مکان محل اتصال فنر و دمپر، $x(t)$ تغییر مکان انتهای دمپر و $u(t)$ نیروی اعمالی به انتهای دمپر (تابع پله واحد) می باشد.



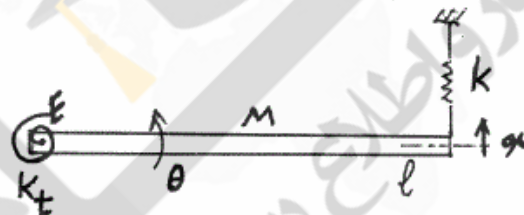
$$c\ddot{x} + kx = c\dot{x}_1 \quad (۱)$$

$$c\ddot{x}_1 + kx_1 = c\ddot{x} \quad (۲)$$

$$k\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 = k\dot{x} \quad (۳)$$

$$k\ddot{x} + c\dot{x} = k\dot{x}_1 \quad (۴)$$

-۳۰ فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر کدام است؟



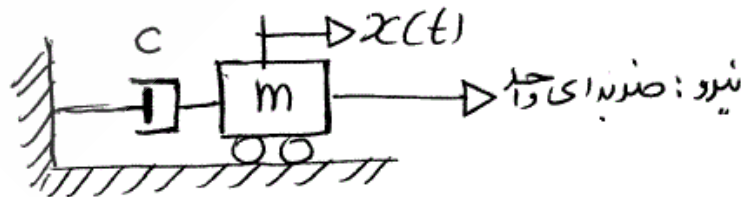
$$\sqrt{\frac{(k_t + kl^2)}{Ml^2}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{(k_t + 2kl^2)}{Ml^2}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2(k_t + kl^2)}{Ml^2}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{2(k_t + 2kl^2)}{Ml^2}} \quad (۴)$$

-۳۱ پاسخ سیستم جرم و دمپر زیر تحت ورودی ضربه واحد $\delta(t)$ کدام است؟
 (سیستم در ابتدا در حالت سکون قرار دارد.)



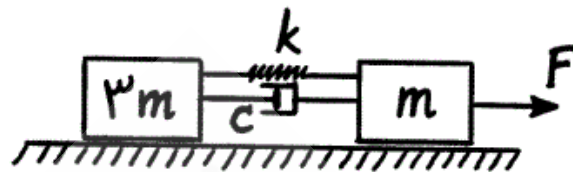
$$\frac{1}{m}(1 - e^{-\frac{c}{m}t}) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{c}(1 - e^{-\frac{c}{m}t}) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{m}(1 - e^{-\frac{m}{c}t}) \quad (۴)$$

$$\frac{1}{c}(1 - e^{-\frac{m}{c}t}) \quad (۳)$$

۳۲- در دراز مدت کشیدگی فنر سیستم زیر چند برابر $\frac{F}{k}$ می باشد؟



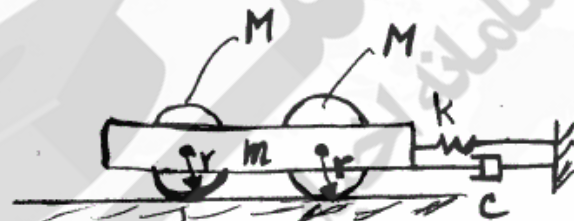
$\frac{2}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۴ (۴)

$\frac{2}{2}$ (۳)

۳۳- ضریب میرایی بحرانی، C_{cr} سیستم زیر برابر با کدام است؟



غلتش بدون لغزش

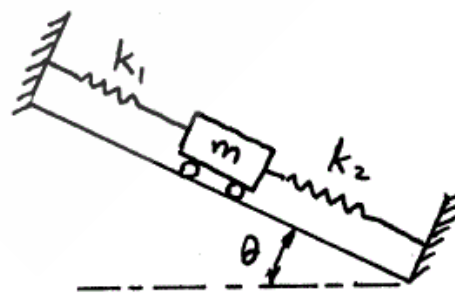
$\sqrt{2k(3M+m)}$ (۲)

$\sqrt{2k(3m+M)}$ (۱)

$3\sqrt{k(2M+m)}$ (۴)

$2\sqrt{k(3M+m)}$ (۳)

۳۴- فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر قرار گرفته بر روی سطح شیب دار زیر کدام است؟



$\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$ (۱)

$\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1+k_2)m}}$ (۲)

$\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}} \sin \theta$ (۳)

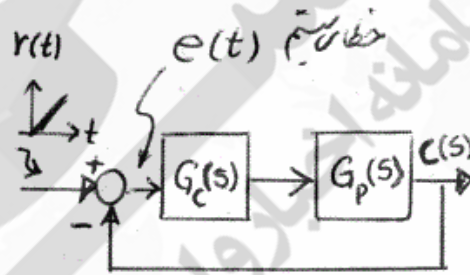
$\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}} \cos \theta$ (۴)

۳۵- موتوری به جرم 100 kg بر روی فنرهایی با ضریب سختی $\frac{900 \text{ kN}}{\text{m}}$ قرار دارد. این موتور در سرعت 3000 rpm یک نیروی نامیزانی 400 N را تحمل می‌کند. اگر $\zeta = 0.2$ باشد، نیروی منتقل شده به زمین F_T چند نیوتن است؟

(۱) ۱۲۵

(۲) ۲۵۰

۳۶- در سیستم زیر همه قطب‌های $G_p(s)$ در سمت چپ محور موهومی قرار دارند. برای آنکه خطای حالت ماندگار صفر شود، کدام شرط در مورد کنترل کننده $G_c(s)$ باید برقرار باشد (شرط لازم و کافی)؟ (ورودی مبنا تابع $r(t) = t$ در نظر گرفته شده است).



- (۱) باید حداقل دو قطب در صفر داشته باشد.
- (۲) باید حداقل یک قطب در صفر داشته باشد.
- (۳) باید بهره کنترل کننده کوچک باشد، تا سیستم مدار بسته ناپایدار نشود.
- (۴) باید یک قطب در صفر و بهره کنترلر نیز کوچک باشد، تا سیستم مدار بسته ناپایدار نشود.

۳۷- معادله یک سیستم دینامیکی در فضای حالت بصورت زیر است:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0], D = 0$$

پاسخ این سیستم به چه شرایط اولیه‌ای معادل پاسخ آن به ورودی ضربه واحد می‌باشد؟

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۲) \qquad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۳) \qquad (۴) \text{ چنان شرایط اولیه‌ای وجود ندارد.}$$

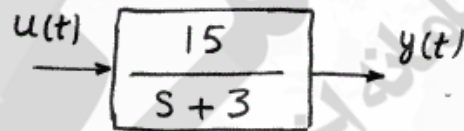
۳۸- در یک سیستم کنترل فیدبک با تابع تبدیل مدار:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

برای اینکه حد تقویت سیستم برابر $GM = 3^{dB}$ شود، مقدار K چقدر باید باشد؟

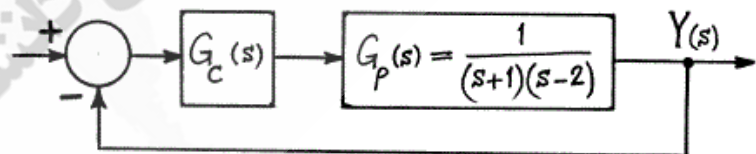
- (۱) ۶
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $\frac{2}{45}$
 (۴) $\frac{4}{25}$

۳۹- در سیستم زیر $u(t) = 2I(t) + 5 \sin 4t$ که در آن $I(t)$ تابع پله واحد است. مقادیر حداقل و حداکثر پاسخ سیستم $y(t)$ در حالت ماندگار کدامند؟



- (۱) $+10, -10$
 (۲) $+30, -10$
 (۳) $+25, -5$
 (۴) $+20, 0$

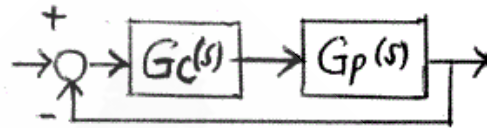
۴۰- برای سیستم مدار بسته زیر مناسب‌ترین کنترلر پایدارکننده $G_c(s)$ و محدوده K ، به ترتیب از راست به چپ کدامند؟



- (۱) $K > 0, K$
 (۲) $Ka > 2, K > 1, K(s+a)$

- (۳) $K > 0, K \frac{s-2}{s+2}$
 (۴) $K > 0, K \frac{s+2}{s+2}$

۴۱- برای کنترل سیستم اصلی با تابع تبدیل $G_p(s) = \frac{1}{(s-1)(s-3)}$ از کنترل کننده PD به صورت $G_c(s) = K_p(1+s)$ استفاده شده است. شرط پایداری سیستم مدار بسته کدام است؟



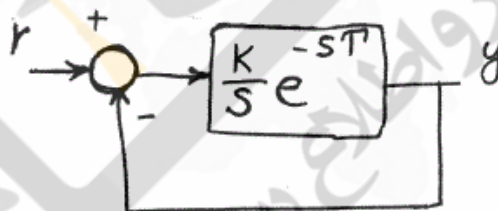
$K_p > 2$ (۲)

$K_p < 2$ (۱)

$K_p > 4$ (۴)

$K_p < 4$ (۳)

۴۲- در سیستم کنترلی زیر با افزایش K بصورت تدریجی از مقدار اولیه، در ازای $K = 10$ سیستم ناپایدار می‌شود. جهت دستیابی به حاشیه فاز $\phi_M = 60^\circ$ ، مقدار K باید



(۱) برابر $\frac{10}{3}$ باشد.

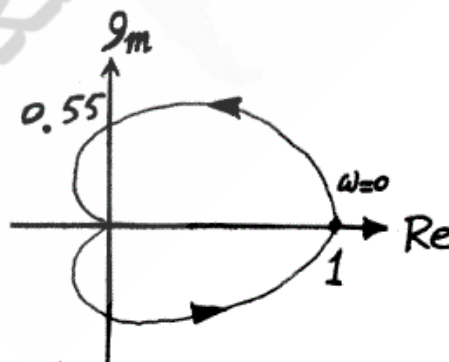
(۲) برابر $\frac{10}{7}$ باشد.

(۳) برابر ۱ باشد.

(۴) بر حسب T تعیین شود.

۴۳- دیاگرام نایکوئیست زیر مربوط به کدام سیستم است؟

(ω) از صفر تا ∞ و سپس از $-\infty$ تا صفر تغییر کرده است.)



(۱) $\frac{1}{(s-1)^2}$

(۲) $\frac{1}{(s+1)^2}$

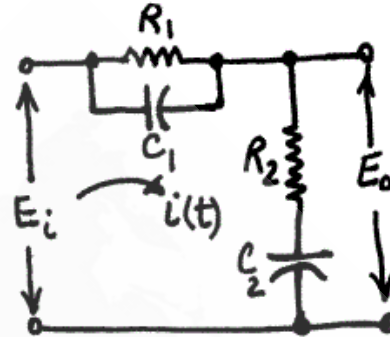
(۳) $\frac{s-1}{(s+1)^2}$

(۴) $\frac{s+1}{(s-1)^2}$

۴۴- تابع تبدیل $\frac{E_o}{E_i}$ مدار شکل زیر که برای بهبود عملکرد یک سیستم کنترل

فیدبک بکار می‌رود کدام است؟

$$\begin{aligned} \tau_1 &= R_1 C_1 \\ \tau_2 &= R_2 C_2 \\ \tau_3 &= R_1 C_2 \end{aligned}$$



$$(1) \frac{\tau_2 s + 1}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

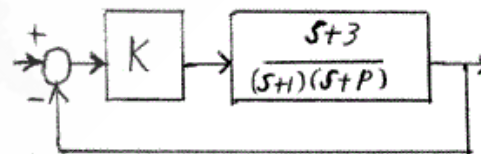
$$(2) \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + \tau_{12} s + 1}$$

$$(3) \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + \tau_{12}}$$

$$(4) \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

۴۵- محدوده P در شکل زیر برای این که به ازای هیچ مقدار مثبت K سیستم مدار

بسته با ورودی مبنای پله‌ای نوسانی نشود کدام است؟



$$(1) 3 > P > 0$$

$$(2) 3 > P > 1$$

$$(3) P > 3$$

$$(4) 1 > P > 0$$