

269

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضاء:



269F

صبح جمعه

۹۳/۱۲/۱۵

دفترچه شماره ۱ از ۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۴**

رشته مهندسی مکانیک – سازه و بدنه – کدرشته ۲۳۲۷

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	ضریب
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵	۴

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه – سال ۱۳۹۳

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته):

۱- برای توابع ویژه و مقادیر ویژه مسئله روبرو، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) \end{cases}$$

(۱) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = 2\alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۲) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۳) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\tan(\alpha_n) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

(۴) $y_n(x) = \sin(\alpha_n x)$ با شرط $\cot(\alpha_n \pi) = \alpha_n$ ، $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

۲- پاسخ کراندار $w(x, t)$ مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} & , x > 0, t > 0 \\ w(x, 0) = \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} = 0 & , x \geq 0 \\ \frac{\partial w(0, t)}{\partial x} = \cos t & , t \geq 0 \end{cases}$$

(۱) $-\frac{1}{2} \sin\left(\frac{t-x}{2}\right) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۲) $-\frac{1}{2} \sin(2t - 2x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۳) $-\sin(t-x) u(t-x)$ ، که در آن، u تابع پله واحد است.

(۴) پاسخ کراندار ندارد.

۳- یک راه حل مسئله مقدار اولیه کرانه‌ای (یا مرزی) به صورت زیر:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = g(x), u_t(x, 0) = h(x) \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) & , t > 0 \end{cases}$$

(f و g و h توابع تکه‌ای هموار داده شده‌اند) آن است که شرایط اولیه داده شده و توابع f (معلوم) و u

(مجهول) را بر حسب یک پایه متعامد مناسب $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، به صورت زیر بسط دهیم:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \phi_k(x), f(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \phi_k(x), g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \phi_k(x), h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k \phi_k(x)$$

و سپس با قرار دادن این کاندیدها در معادلات مسئله داده شده، مجهولات $u_k(t)$ را بیابیم. در این صورت

پایه متعامد $\{\phi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ، کدام است؟

$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=0}^{\infty} \quad (۲) \qquad \left\{ \sin \frac{k\pi x}{L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۱)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۴) \qquad \left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2L} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (۳)$$

۴- سری فوریه سینوسی نیم‌دامنه تابع $f(x) = x \sin x$ ، $0 \leq x \leq \pi$ ، کدام است؟

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-8m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2mx) \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} \sin x + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-16m}{\pi(2m-1)^2(2m+1)^2} \sin(2m-1)x \quad (4)$$

۵- برای تابع $f(x) = x \cos x$ ، $0 < x < \pi$ ، سری فوریه کسینوسی نیم‌دامنه را در نظر می‌گیریم. سه جمله اول این سری، کدام است؟

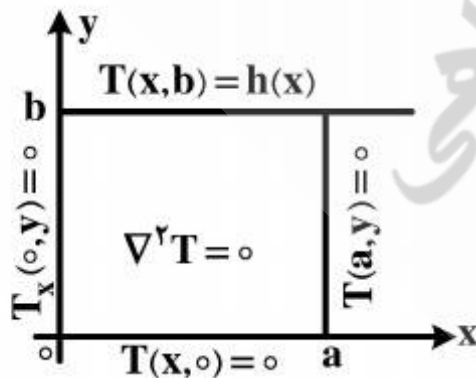
$$-\frac{2}{\pi} + \pi \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (1)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (2)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{10}{9\pi} \cos 2x \quad (3)$$

$$-\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} \cos x - \frac{20}{9\pi} \cos 2x \quad (4)$$

۶- در مسئله مقدار مرزی معادله دیفرانسیل لاپلاس زیر، پایه متعامد بسط تابع $h(x)$ داده شده به سری فوریه، کدام است؟



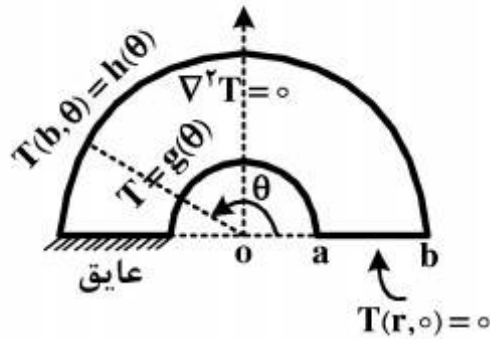
$$\left\{ \cos \frac{k\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (1)$$

$$\left\{ \cos \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2a} \right\}_{k=1}^{\infty} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \cos \frac{k\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (4)$$

۷- برای مسئله مقدار مرزی زیر، در مورد معادله دیفرانسیل لاپلاس در داخل یک نیم‌طوق، کاندید جواب به کدام صورت است؟



$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^k \sin(k\theta) \quad (۱)$$

$$T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^k + B_k r^{-k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۲)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k r^{\alpha_k} \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۳)$$

$$\alpha_k = \left(\frac{r^{k-1}}{r}\right), T(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k r^{\alpha_k} + B_k r^{-\alpha_k}) \sin\left(\frac{r^{k-1}}{r}\right) \theta \quad (۴)$$

۸- در معادله رویه مینیمال $(1 + u_x^2)u_{yy} - uu_x u_y u_{xy} + (1 + u_y^2)u_{xx} = 0$ ، جواب‌هایی به صورت $u(x, y) = F(x) + G(y)$ کدام هستند؟

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (۱)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(-cy + d_1) + d_2 \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \frac{-1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \frac{1}{c} \ln \cos(cx + c_1) + c_2 + \frac{1}{c} \ln \cos(cy + d_1) + d_2 \quad (۴)$$

۹- با فرض اینکه، جواب مسئله مقدار اولیه $\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 \\ u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$ ($-\infty < x < \infty$ و ϕ تابع معلوم)، به صورت

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\zeta) e^{-\frac{(x-\zeta)^2}{4t}} d\zeta$$

در حالت خاصی که شرط اولیه به صورت

$$\phi(x) = \begin{cases} T_1, & x > 0 \\ T_2, & x < 0 \end{cases}$$

باشد، آنگاه کدام مورد، صحیح است؟

$$u(x, t) = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (۱)$$

$$u(x, t) = \frac{T_1 - T_2}{2} + \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (۲)$$

$$u(x, t) = (T_1 - T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (۳)$$

$$u(x, t) = (T_1 + T_2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4t}}} e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (۴)$$

۱۰- مقدار انتگرال $I = \int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x^2} dx$ ، کدام است؟

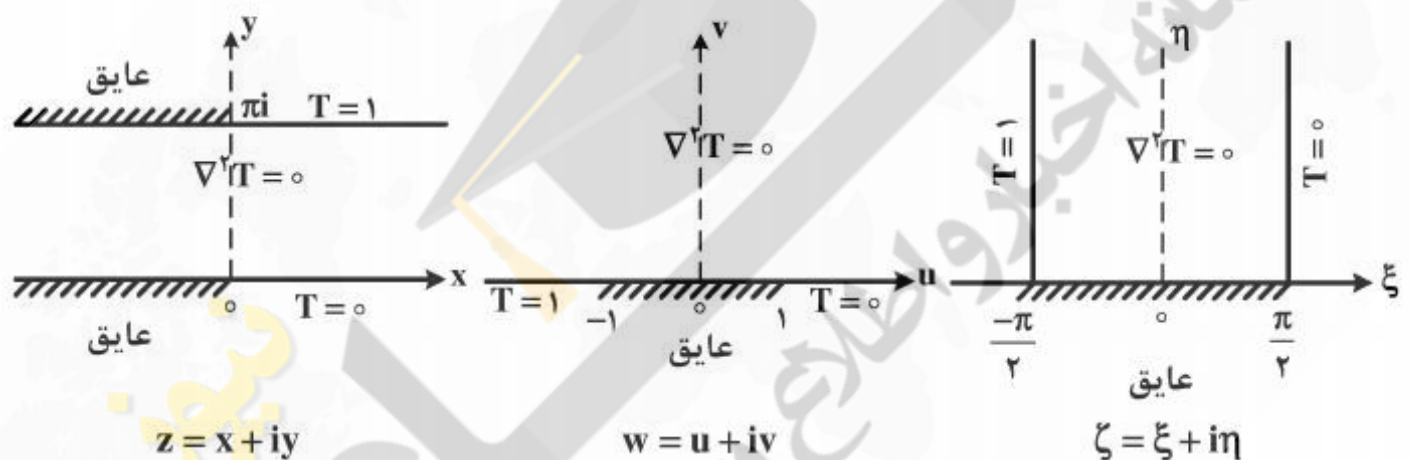
(۱) $\frac{\pi^2}{16}$

(۲) $\frac{\pi^2}{8}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4}$

(۴) $\frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi^2}{4}$

۱۱- سه مسئله مقدار مرزی زیر، برای معادله دیفرانسیل لاپلاس داده شده‌اند. جواب کراندار در نیمه نوار قائم و دو نگاهت مناسب از صفحه ζ به صفحه w و سپس از صفحه w به صفحه z ، که جواب‌های کراندار دو مسئله مقدار مرزی دیگر را بدهند، کدامند؟



(۱) $z = e^w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \xi \right)$

(۲) $w = \text{Log } z, \zeta = \sin w, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \left(\xi - \frac{\pi}{2} \right)$

(۳) $w = \text{Log } z, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \xi \right)$

(۴) $z = \text{Log } w, w = \sin \zeta, T(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \xi \right)$

۱۲- با انتگرال‌گیری از تابع مختلط $f(z) = \frac{e^{az}}{1+e^z}$ ($a < 1$ ثابت) روی کرانه مستطیل $|x| < R$,

$0 \leq y \leq 2\pi$ ، در جهت مثلثاتی، و سپس میل دادن $R \rightarrow \infty$ ، مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{2\pi}{\sin(\pi a)}$

(۱) $\frac{\pi}{\sin(\pi a)}$

(۴) $\frac{2\pi}{\sinh(\pi a)}$

(۳) $\frac{\pi}{\sinh(\pi a)}$

۱۳- اگر $f(z)$ تابع تام، $|\operatorname{chz} f(z)| \leq 1$ و $f(0) = 2$ ، آنگاه مقدار $f(\ln 2)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{8}{5}$

۱۴- در صورتی که به ازای هر نقطه $z = re^{i\theta}$ در داخل دایره $\zeta = r_0 e^{i\phi}$ ، $0 \leq \phi < 2\pi$ ، داشته باشیم

$f(re^{i\theta}) = \frac{r_0^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{f(r_0 e^{i\phi})}{|\zeta - z|^2} d\phi$ ، که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است، و u قسمت

حقیقی f باشد، آنگاه $u(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) u(r_0, \phi) d\phi$ در این صورت، کدام یک از موارد زیر، صحیح نیست؟

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_0, r, \phi - \theta) d\phi = 1 \quad (۱)$$

$$P(r_0, r, \phi - \theta) = \frac{r_0^2 - r^2}{r_0^2 + 2rr_0 \cos(\phi - \theta) + r^2} \quad (۲)$$

(۳) تابع $P(r_0, r, \phi - \theta)$ همیشه مثبت است.

(۴) $P(r_0, r, \phi - \theta)$ تابعی زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi - \theta)$ است.

۱۵- در مورد خودالحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل زیر، کدام عبارت صحیح است؟

$$xy'' + (1-x)y' + ay = 0$$

(۱) با ضرب در x خودالحاق می‌شود.

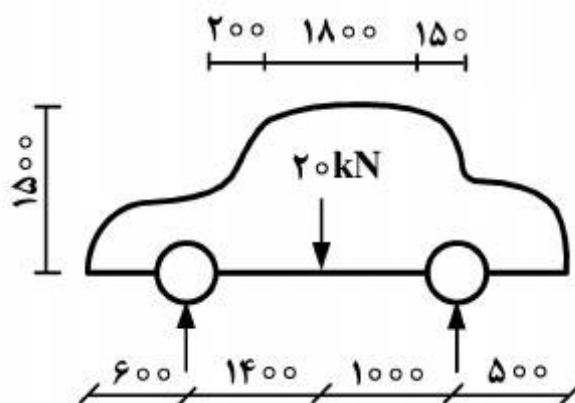
(۲) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خودالحاق می‌شود.

(۳) با ضرب در e^{-x} خودالحاق می‌شود.

(۴) خودالحاق است.

۱۶- خودرو شکل زیر، در حال سکون و تحت بارهای استاتیکی قرار دارد. نیرویی که به پانل سقف وارد می‌شود،

چند kN است؟ (ابعاد بر حسب میلی‌متر است.)



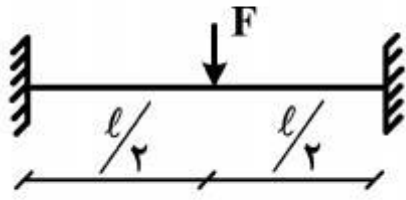
(۱) صفر

(۲) ۱۳/۳۴

(۳) ۱۸/۶۷

(۴) ۳۲

۱۷- در شکل زیر، مقدار نیروی F که باعث فروریزش پلاستیک در تیر می‌شود، چند برابر $\frac{M_p}{l}$ است؟

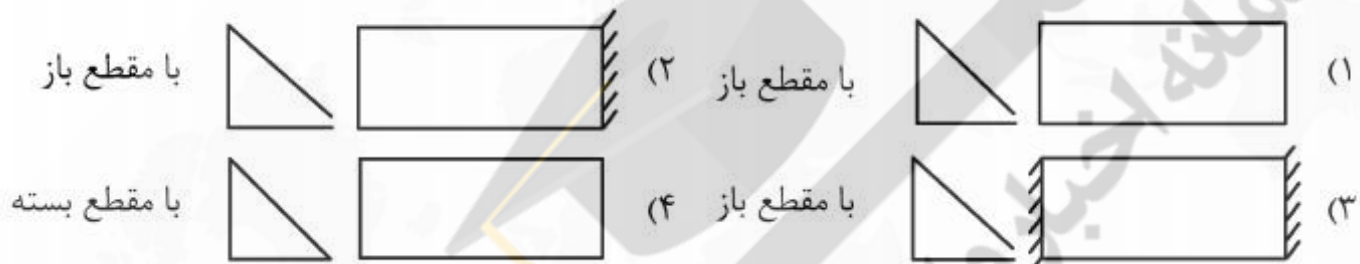


- (۱) ۰/۵
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۸

۱۸- در آزمون‌های برخورد از جلو، سرعت خودرو تقریباً چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۱
(۲) ۱۰
(۳) ۳۰
(۴) ۵۰

۱۹- در هر کدام از موارد زیر، یک عضو تحت پیچش با مقطع مثلثی، با شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است. زاویه پیچش در کدام مورد بزرگتر است؟



۲۰- برای اعضای تحت بار محوری، کدام مقطع، مقاومت بیشتری در برابر کمانش دارد؟



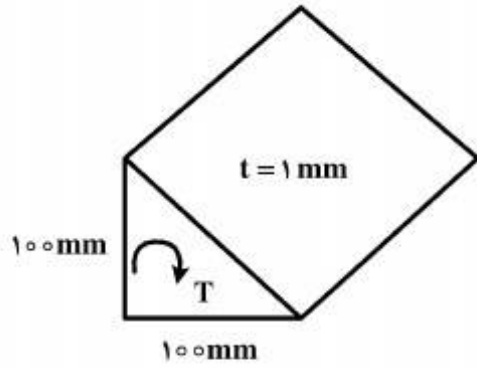
۲۱- سفتی خمشی مطلوب برای بدنه خودرو سواری، تقریباً چند $\frac{N}{mm}$ است؟

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۱۰۰۰
(۳) ۱۰۰۰۰
(۴) ۱۰۰۰۰۰

۲۲- گستره مطلوب برای فرکانس خمشی بدنه خودرو سواری، چند هرتز است؟

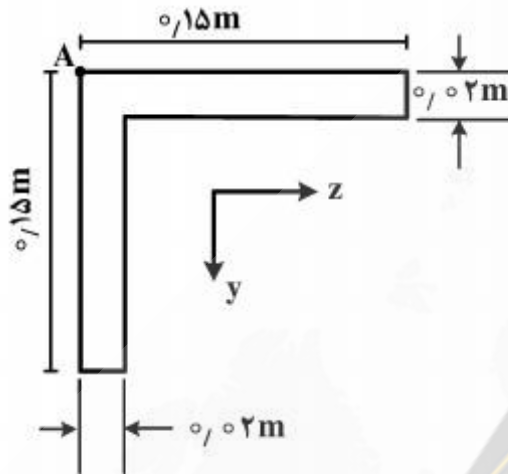
- (۱) ۱۰-۱۵
(۲) ۱۵-۱۷
(۳) ۱۹-۲۲
(۴) ۲۲-۲۵

۲۳- در شکل زیر، زاویه پیچش برای تیر با مقطع مثلث، تحت گشتاور پیچشی $T = 25 \times 10^4 \text{ Nmm}$ ، چند رادیان است؟



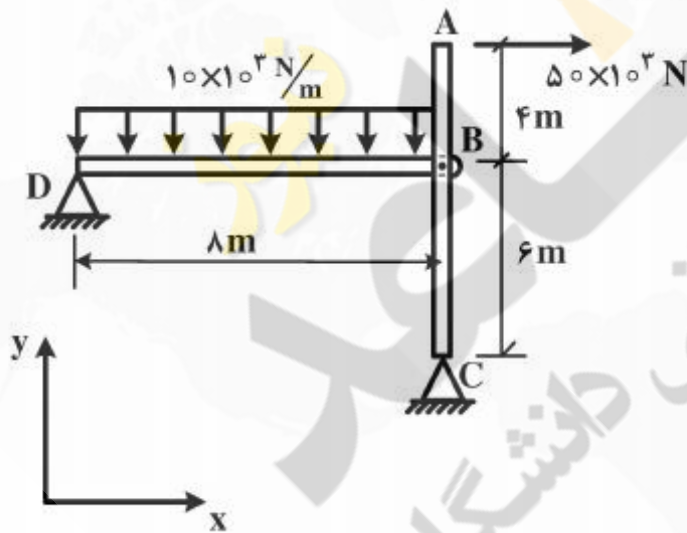
- (۱) $5,47 \times 10^{-2}$
- (۲) $6,9 \times 10^{-2}$
- (۳) $5,47 \times 10^{-3}$
- (۴) $6,9 \times 10^{-3}$

۲۴- نبشی شکل زیر، تحت خمش $M_z = 11000 \text{ N.m}$ قرار دارد. تنش در نقطه A چند MPa است؟



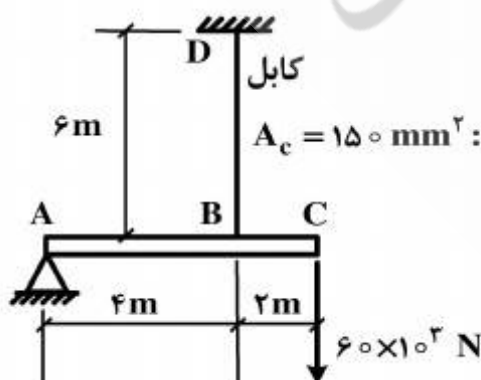
- (۱) ۱۱۴
- (۲) ۱۳۲
- (۳) ۱۵۴
- (۴) ۱۷۲

۲۵- در سازه شکل زیر، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه D، یعنی (R_{Dx}) ، چند نیوتن است؟



- (۱) ۱۶۶۶۶,۷
- (۲) ۳۳۳۳۳,۳
- (۳) ۶۶۶۶۶,۷
- (۴) ۸۳۳۳۳,۳

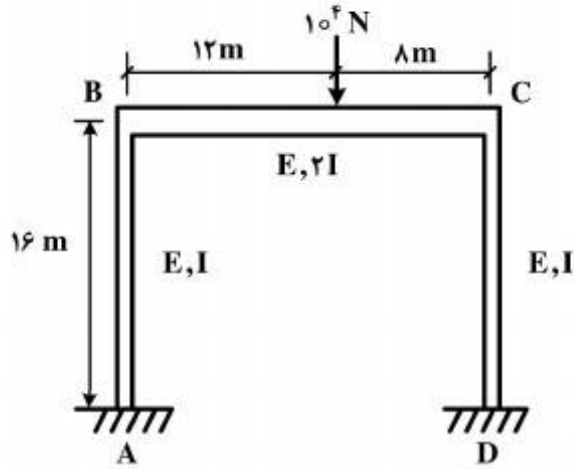
۲۶- در سازه شکل زیر، جابه‌جایی قائم نقطه C از تیر که روی تکیه‌گاه مفصلی A قرار داشته و توسط کابل متصل به نقطه B معلق شده است، چند سانتی‌متر است؟



تیر $\begin{cases} E = 200 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ I = 80 \times 10^6 \text{ mm}^4 \end{cases}$

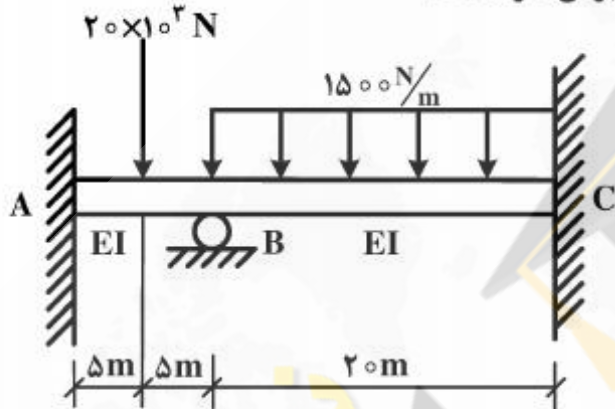
- (۱) ۷,۵
- (۲) ۵,۷
- (۳) ۳,۱
- (۴) ۱,۳

۲۷- در سازه شکل زیر، چنانچه ممان سطح مقطع تیر BC دو برابر ستون‌های جانبی AB و CD باشد، تحت بارگذاری نشان داده شده، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه ستون‌ها، چند نیوتن است؟



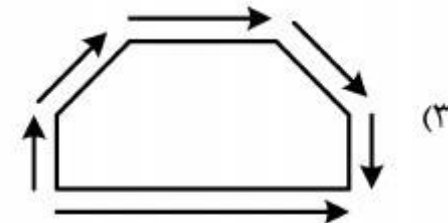
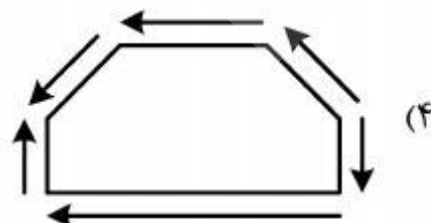
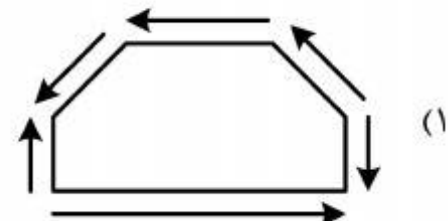
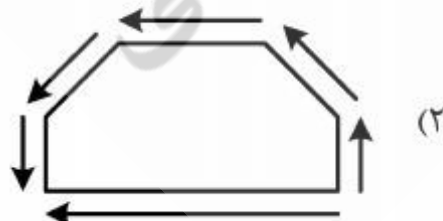
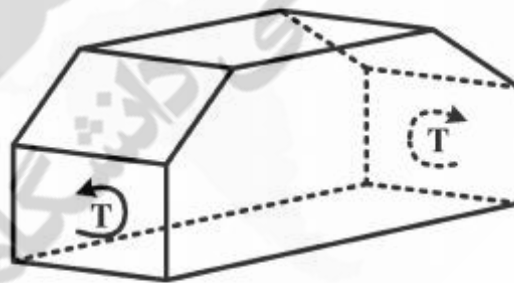
- (۱) ۶۲۵
- (۲) ۱۲۵۰
- (۳) ۲۵۰۰
- (۴) ۵۰۰۰

۲۸- در سازه شکل زیر، اگر ضرایب پخش لنگر در محل تکیه‌گاه B در سمت AB، برابر $\frac{2}{3}$ و در سمت BC، برابر $\frac{1}{3}$ باشد، ممان خمشی تیر در تکیه‌گاه B، چند کیلونیوتن‌متر است؟

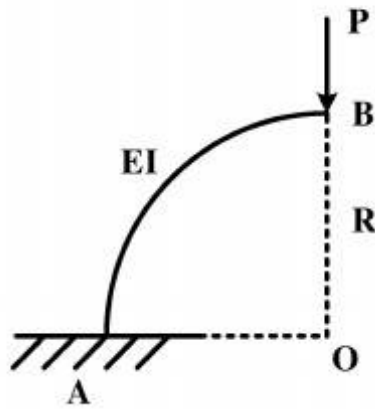


- (۱) ۸,۳۳
- (۲) ۱۶,۶۷
- (۳) ۴۱,۶۷
- (۴) ۵۴,۱۷

۲۹- در شکل زیر، کابین یک خودرو سواری، تحت گشتاور پیچشی با استفاده از المان‌های ساده‌سازی سطح (SSS)، مدل‌سازی شده است. دیاگرام آزاد صحیح برای پانل جانبی، کدام است؟



۳۰- سازه شکل زیر، یک تیر با سختی EI و مقطع ثابت، به صورت $\frac{1}{4}$ دایره به شعاع R است. جابه‌جایی در جهت بار، کدام است؟



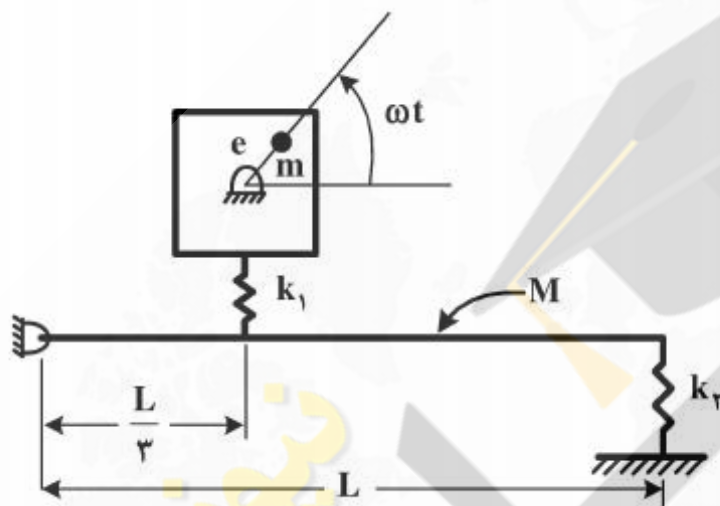
(۱) $\frac{\pi PR^3}{EI}$

(۲) $\frac{\pi PR^3}{2EI}$

(۳) $\frac{\pi PR^3}{3EI}$

(۴) $\frac{\pi PR^3}{4EI}$

۳۱- در سیستمی مطابق شکل زیر، مقدار k_2 برای اینکه ماشین سوار شده روی میله ایزوله شود، کدام است؟



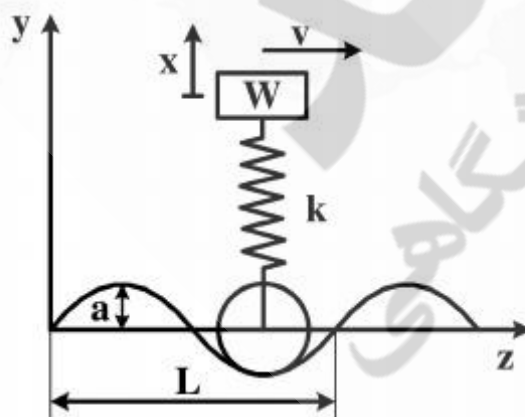
(۱) $\frac{1}{3}M\omega^2 - \frac{k_1}{9}$

(۲) $M\omega^2 - \frac{k_1}{9}$

(۳) $\frac{1}{9}M\omega^2 - \frac{k_1}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}M\omega^2 - k_1$

۳۲- مدل یک درجه آزادی اتومبیل در شکل زیر، با سرعت v بر روی یک مسیر با منحنی سینوسی و با دامنه a حرکت می‌کند. سرعت بحرانی کدام است؟ (W : وزن اتومبیل)



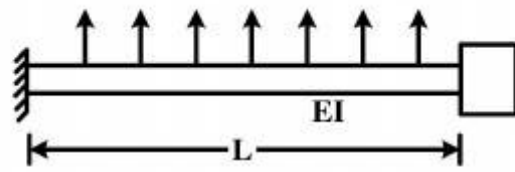
(۱) $\frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۲) $\frac{a}{\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۳) $\frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

(۴) $\frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}$

۳۳- معادله ارتعاشی تیر با بارگذاری نشان داده شده روبرو، کدام است؟
 $(0 < x < L)$



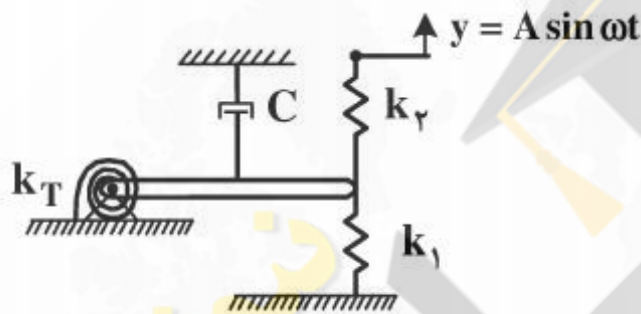
$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

۳۴- دامنه و فاز پاسخ ماندگار میله صلب شکل زیر، به جرم m و طول l ، در برابر حرکت سینوسی انتهای آزاد فنر k_T کدام است؟ (میراکننده لزج C در وسط میله قرار گرفته و میله همگن است.)



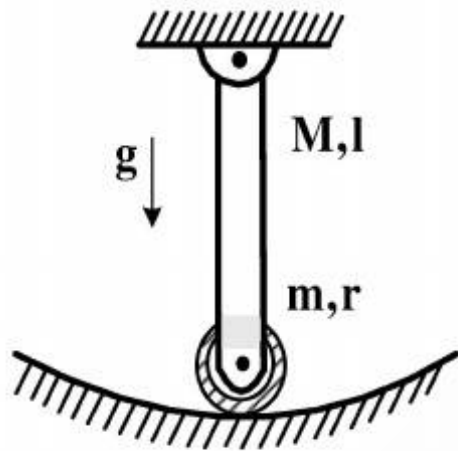
$$x = A \text{ و } \phi = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$x = \frac{Ak_T}{\sqrt{(k_T + k_1 + k_T - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \text{ و } \phi = \tan^{-1} \frac{C\omega}{(k_T + k_1 + k_T - m\omega^2)} \quad (2)$$

$$x = \frac{k_T l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_T l^2 - \frac{ml^2}{12} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{(k_T + k_1 l^2 + k_T l^2) - \frac{ml^2}{12} \omega^2} \quad (3)$$

$$x = \frac{k_T l A}{\sqrt{(k_T + k_1 l^2 + k_T l^2 - \frac{ml^2}{3} \omega^2)^2 + (\frac{Cl^2}{4} \omega)^2}}, \phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{Cl^2}{4} \omega}{[(k_T + k_1 l^2 + k_T l^2) - \frac{ml^2}{3} \omega^2]} \right\} \quad (4)$$

۳۵- فرکانس نوسانات آزاد با دامنه کوچک سیستم زیر، با فرض غلتش خالص دیسک همگن به جرم m و شعاع r بر روی سطح داخلی سیلندر کدام است؟ (میله صلب و یکنواخت بوده و جرم و طول آن، به ترتیب M و l و تمام اتصالات لولا هستند.)



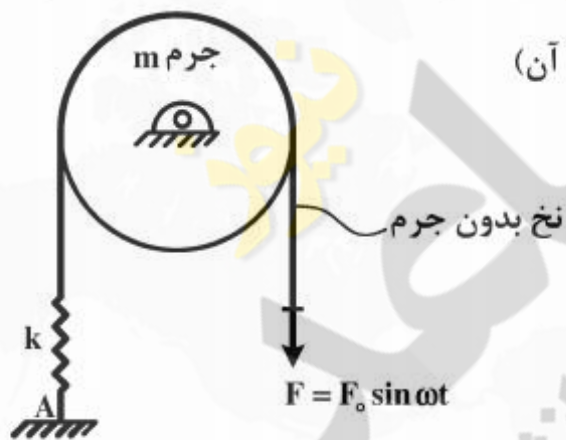
$$\sqrt{\frac{g}{l}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{(M+m)g}{\left(\frac{M}{3} + \frac{m}{2}\right)l}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{M}{2} + m\right)g}{\left(\frac{M}{3} + m\right)l}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{M}{2} + m\right)g}{\left(\frac{M}{3} + \frac{3m}{2}\right)l}} \quad (4)$$

۳۶- نیروی هارمونیک مطابق شکل زیر، به نخ بدون جرم و غیرکشسان که روی دیسک غلتش ناب دارد، وارد می‌شود. اگر فرکانس تحریک $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ باشد، دامنه نیروی وارد بر زمین در A چقدر است؟ ($R =$ شعاع و



$m =$ جرم دیسک و $\frac{1}{2}mR^2 =$ ممان اینرسی دیسک حول مرکز آن)

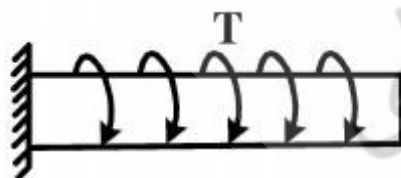
(۱) صفر

(۲) F_0

(۳) $2F_0$

(۴) بی‌نهایت

۳۷- معادله ارتعاش پیچشی میله شکل زیر، کدام است؟ ($\rho =$ چگالی، $G =$ مدول برشی و $J =$ ممان قطبی سطح مقطع)



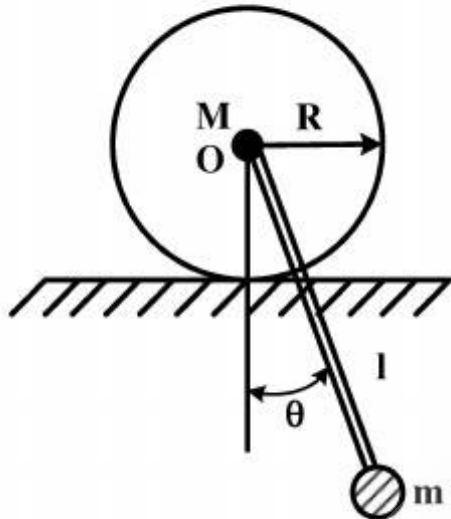
$$\rho J \ddot{\theta} - JG \theta' = T(x, t) \quad (1)$$

$$\rho J \ddot{\theta} - JG \theta'' = T(x, t) \quad (2)$$

$$\rho J \dot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t) \quad (3)$$

$$\rho J \ddot{\theta} + JG \theta'' = T(x, t) \quad (4)$$

۳۸- فرکانس طبیعی f_n سیستم زیر، شامل یک دیسک به جرم M که در نقطه O ، میله بدون جرمی به طول l به آن جوش خورده و در انتهای میله، گلوله m با ابعاد کوچک به آن وصل شده، کدام است؟ (زاویه θ ، کوچک و ممان اینرسی دیسک حول نقطه O ، I_0 فرض شود).



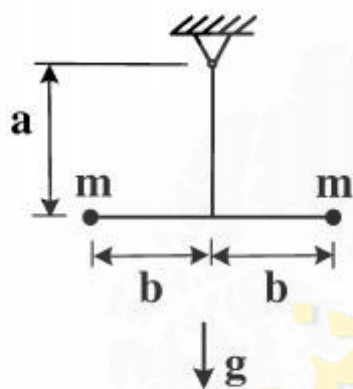
$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl^2}{I_0 + MR^2 - m(l+R)^2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + m(l-R)^2}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + M(R-l)^2}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgl}{I_0 + MR^2 + ml^2}} \quad (4)$$

۳۹- مجذور فرکانس طبیعی سیستم نشان داده شده زیر، بدون در نظر گرفتن جرم میله، کدام است؟



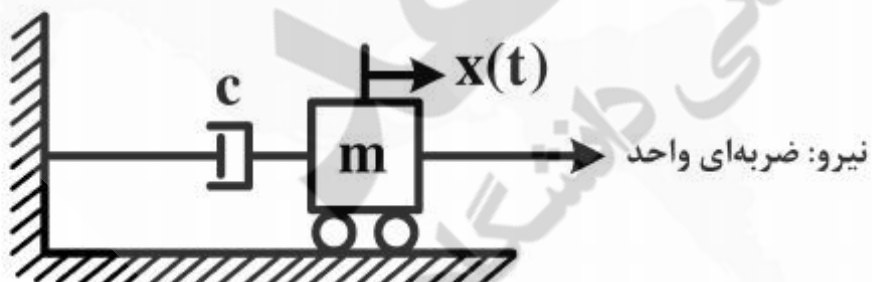
$$\frac{g}{a} \quad (1)$$

$$\frac{g}{(a+b)} \quad (2)$$

$$\frac{ga}{(a+b)^2} \quad (3)$$

$$\frac{ga}{(a^2 + b^2)} \quad (4)$$

۴۰- پاسخ سیستم جرم و دمپر زیر تحت ورودی واحد، کدام است؟ (سیستم ابتدا در حالت سکون و در مبدأ فرض شود).



$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{\frac{-c}{m}t} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{\frac{-c}{m}t} \right) \quad (2)$$

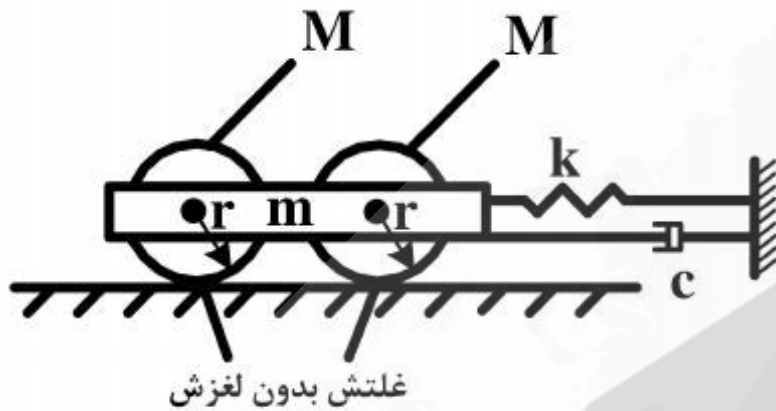
$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{\frac{-m}{c}t} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{\frac{-m}{c}t} \right) \quad (4)$$

۴۱- در ارتعاشات اجباری تحت محرک هارمونیک برای یک سیستم جرم - فنر - میراکننده لزجی یک درجه آزادی، نسبت دامنه دینامیکی پاسخ به دامنه استاتیکی آن، کوچک تر از یک و فرکانس تحریک، کوچک تر از فرکانس طبیعی سیستم است. کدام مورد، در خصوص نسبت میرایی این سیستم (ζ) امکان پذیر است؟

- (۱) $\zeta > 0.7$
 (۲) $\zeta < 0.4$
 (۳) $\zeta < 0.3$
 (۴) $\zeta > 0.1$

۴۲- ضریب میرایی بحرانی، C_{cr} سیستم زیر، کدام است؟ (توزیع جرم چرخ ها یکنواخت فرض شود).



- (۱) $\sqrt{2k(3m+M)}$
 (۲) $\sqrt{2k(3M+m)}$
 (۳) $3\sqrt{k(2M+m)}$
 (۴) $2\sqrt{k(3M+m)}$

۴۳- برای یک سیستم جرم و فنر، زاویه فاز بین پاسخ و تحریک هارمونیک است.

- (۱) صفر
 (۲) 180°
 (۳) صفر یا 180°
 (۴) به جرم و سختی فنر وابسته

۴۴- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشاتی زیر، کدام است؟ (میله صلب، نازک و با توزیع جرم یکنواخت فرض شود).



- (۱) $\sqrt{\frac{(k_t + kl^2)}{MI^2}}$
 (۲) $\sqrt{\frac{(k_t + 2kl^2)}{MI^2}}$
 (۳) $\sqrt{\frac{3(k_t + kl^2)}{MI^2}}$
 (۴) $\sqrt{\frac{3(k_t + 2kl^2)}{MI^2}}$

۴۵- درباره معادله دیفرانسیل $\ddot{X} + \beta X = 0$ ، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) همواره ارتعاشی است.
 (۲) در صورتی که $\beta > 0$ باشد، ارتعاشی است.
 (۳) در صورتی که $\beta > C_{cr}$ باشد، ارتعاشی است.
 (۴) در صورتی که $\beta > 0$ باشد و نیروی خارجی وجود نداشته باشد، ارتعاش نخواهد داشت.

