

نام :
نام خانوادگی :
محل امضاء :



148F

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی
دوره های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳**

**مجموعه مهندسی برق (۳)
مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم ها - مخابرات پیشرفته - فرآیندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

سیگنال $x(t)$ حقیقی و فرد بوده و $X(j\omega)$ تبدیل فوریه آن است. در مورد

عبارت $A = \int_{-\infty}^{\infty} X^2(j\omega) d\omega$ کدام گزاره درست است؟

(۱) $A < 0$ حقیقی است و

(۲) $A > 0$ حقیقی است و

(۳) A مختلط است.

(۴) بدون داشتن $x(t)$ ، نمی‌توان در مورد علامت A اظهار نظر کرد.

رابطه‌ی ورودی - خروجی سیستمی به صورت $y(t) = \int_{t-3}^{t-1} x(\tau) d\tau$ است.

پاسخ فرکانسی این سیستم برابر است با:

$$(1) \frac{\sin 2\omega}{2\omega}$$

$$(2) e^{j\omega} \frac{\sin \omega}{2\omega}$$

$$(3) 2e^{-j2\omega} \frac{\sin \omega}{\omega}$$

(۴) برای چنین سیستمی نمی‌توان پاسخ فرکانسی تعریف کرد.

عکس تبدیل فوریه $X(j\omega) = \frac{e^{(2-j)\omega}}{2-j\omega}$ کدام است؟

$$(1) e^{-2t}u(t-1) \quad (2) e^{2t}u(-t+1)$$

$$(3) e^{-2(t-1)}u(t-1) \quad (4) e^{2(t-1)}u(-t+1)$$

یک سیستم با رابطه ورودی - خروجی $y[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ x[n^2] + x[n-2] & n \geq 0 \end{cases}$

است. کدام خصوصیات در مورد S صادق است؟

(۱) علی، تغییرپذیر با زمان و غیرخطی (۲) علی - تغییرناپذیر با زمان و غیرخطی

(۳) غیرعلی، تغییرناپذیر با زمان و خطی (۴) غیرعلی، تغییرپذیر با زمان و خطی

رابطه ورودی - خروجی یک سیستم به صورت:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t+1} e^{-4|t-\tau|} x(\tau-2) d\tau$$

است. این سیستم:

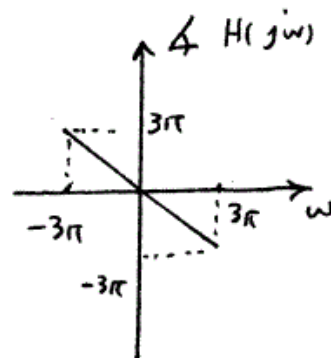
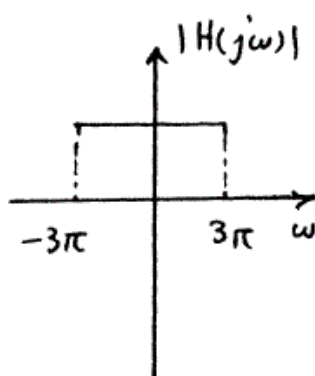
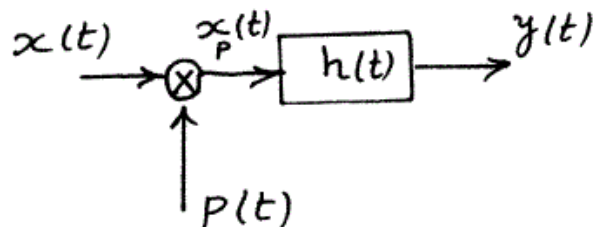
(۱) علی و پایدار است.

(۲) علی و ناپایدار است.

(۳) غیرعلی و پایدار است.

(۴) غیرعلی و ناپایدار است.

۶- در سیستم شکل زیر فرض کنید $p(t) = \frac{\sin \Lambda \pi t}{\pi t}$ و $x(t) = \frac{\sin 4 \pi t}{\pi t}$ و $H(j\omega)$ مطابق با شکل می باشد. خروجی سیستم در لحظه $t = 1$ برابر است با:



- (۱) صفر
(۲) ۴
(۳) ۱۲
(۴) ۴\pi

۷- یک فیلتر FIR با پاسخ ضربه $h[n]$ و تابع تبدیل $H(\Omega) = |H(\Omega)|e^{j\theta(\Omega)}$ مفروض است. می دانیم که $h[n]$ تابعی حقیقی بوده و در بازه $n < 0$ و $n \geq N$ برابر با صفر است. اگر $h[n] = -h[N-1-n]$ باشد، آنگاه فاز تابع تبدیل این فیلتر برابر است با:

$$\theta(\Omega) = -\left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega \quad (۱) \quad \theta(\Omega) = -\left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega \quad (۲)$$

$$\theta(\Omega) = \pi - \left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega \quad (۳) \quad \theta(\Omega) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega \quad (۴)$$

۸- یک سیستم LTI گسسته و پایدار با معادله تفاضلی زیر توصیف می شود:

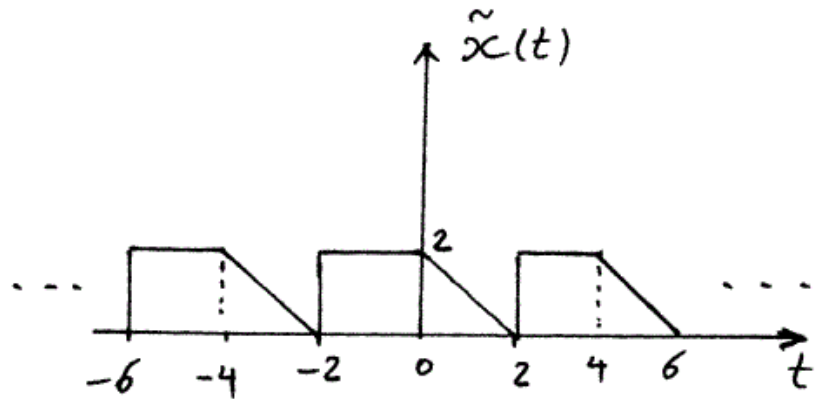
$$3y[n] + y[n-1] + y[n-2] + y[n-3] + y[n-4] = x[n-1] + x[n-2] + x[n-4]$$

پاسخ این سیستم به ورودی $x[n] = (-1)^n$ برابر است با:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^n \quad (۲) \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^n \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3}(-1)^n \quad (۴) \quad \frac{1}{5}(-1)^n \quad (۳)$$

۹- اگر ضرایب سری فوریه سیگنال $\tilde{x}(t)$ در شکل زیر را با a_k نشان دهیم، و $\tilde{y}(t)$ سیگنال متناوب با دوره تناوب $T = 4$ و با ضرایب سری فوریه به صورت $b_k \triangleq \begin{cases} a_k, & \text{زوج } k \\ -a_k, & \text{فرد } k \end{cases}$ در $t = 3$ تعریف شود، در این صورت مقدار $\tilde{y}(t)$ چقدر است؟



$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} & \textcircled{1} \\ 2 & \\ 2 & \textcircled{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

۱۰- یک سیستم پیوسته علی به صورت $y'(t) - ay(t) = x(t - T)$ را در نظر بگیرید که T مقدار ثابت و مثبتی است. اگر با تقریب

$$y[n] \triangleq y(nT) \quad \text{و} \quad y'(t) \Big|_{t=nT} \simeq \frac{y((n+1)T) - y(nT)}{T}$$

$x[n] \triangleq x(nT)$ سیستم پیوسته فوق را با یک سیستم گسسته با رابطه ورودی خروجی میان $x[n]$ و $y[n]$ تقریب بزیم، تبدیلی که قطب‌های سیستم پیوسته در صفحه S را به قطب‌های صفحه Z سیستم گسسته تقریبی می‌برد کدام تبدیل زیر است؟

$$\begin{array}{ll} Z = 1 + asT & \textcircled{1} \quad Z = (1 + sT) \\ Z = e^{-asT} & \textcircled{4} \quad Z = e^{-sT} \end{array}$$

۱۱- تابع تبدیل دو سیستم LTI پیوسته با رابطه $H_2(s) = e^{-fs} H_1(-fs)$ به هم مربوط است. در مورد این دو سیستم کدام گزاره درست است؟

- ۱) دو سیستم وارون یکدیگر هستند.
- ۲) هر دو سیستم پایدار هستند و یا هر دو ناپایدار.
- ۳) هر دو سیستم سببی هستند و یا هر دو غیر سببی
- ۴) هر دو سیستم حافظه‌دار هستند و یا هر دو بی‌حافظه

$$-12 \quad \text{یک سیستم LTI و پایدار پیوسته با معادله } y(t) = \int_{-\infty}^t (x(\lambda) + ay(\lambda)) d\lambda$$

توصیف می‌شود. در مورد این سیستم کدام گزاره درست است؟ (a عددی حقیقی است)

- (۱) این سیستم همواره سببی است.
 (۲) این سیستم همواره غیرسببی است.
 (۳) این سیستم برای $a < 0$ سببی است.
 (۴) این سیستم برای $a > 0$ سببی است.

$$-13 \quad \text{مقدار انتگرال } \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\delta'(t)dt \text{ برابر است با:}$$

- (۱) $\phi(0)$
 (۲) $-\phi(0)$
 (۳) $\phi'(0)$
 (۴) $-\phi'(0)$

-14 پاسخ ضربه‌ی یک سیستم LTI علی برابر $h[n]$ و تبدیل z آن $H(z)$ است.

$$\text{اگر } H(z) = \frac{2 + 6z^{-1}}{4 - 2z^{-2} + 13z^{-3}}$$

باشد، $h[1]$ برابر است با:

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{8}{15}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

-15 اگر تابع $\phi[n]$ به صورت $\phi[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]h[k+n]$ تعریف شود، و

تبدیل فوریۀ $\phi[n]$ را $\Phi[e^{j\Omega}]$ بنامیم، در صورتی که

$$\Phi[e^{j\Omega}] = \frac{4 \cos(\Omega) + 5}{6 \cos(\Omega) + 10}$$

صدق نموده و پاسخ ضربه یک سیستم علی و پایدار نیز می‌باشد (تبدیل z داده

شده در جواب تبدیل z تابع $h[n]$ موردنظر است)

$$(1) \frac{1+3z}{1+2z} \quad (2) \frac{1+2z}{1+3z}$$

$$(3) \frac{1+\frac{1}{3}z}{1+3z} \quad (4) \frac{\frac{1}{2}+z}{\frac{1}{3}+z}$$

۱۶- فرض کنید بخواهیم اطلاعاتی را با نرخ $10 \frac{k\text{sym}}{s}$ توسط کاربری با سرعت

$3 \frac{m}{s}$ که از مدولاسیون ۱۶QAM استفاده می‌کند از کانال فیزیکی که میزان

Multipath spread آن برابر 10^{-6} و اندازه Doppler Spread آن 20 Hz است ارسال نماییم. کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

(۱) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و سریع می‌باشد.

(۲) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و آهسته می‌باشد.

(۳) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و سریع می‌باشد.

(۴) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و آهسته می‌باشد.

۱۷- در یک کانال فیدینگ رایلی تخت و همراه با نویز گوسی جمع شونده از یک

گیرنده با ۴ شاخه دایورسیتی مستقل استفاده می‌شود. اگر برای توان ارسالی

برابر 5 watt احتمال خطای گیرنده بهینه برای ارسال باینری در این حالت

برابر 10^{-4} باشد، توان فرستنده تقریباً چند وات باید باشد تا احتمال خطا برابر

$10^{-7} \times 1/6$ شود؟

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

(۴) ۶۲۵

(۳) ۵۰

۱۸- فرض کنید سیگنال دریافتی در ورودی آشکارساز بهینه Symbol-by-symbol

به صورت $r_k = I_k + \alpha I_{k-1} + n_k$ که n_k نویز جمع شونده گوسی با

واریانس σ^2 بوده و α یک متغیر تصادفی با مقادیر $\{0, \frac{1}{2}\}$ و با احتمال‌های برابر

باشد. با فرض معلوم بودن α درگیرنده میانگین احتمال خطا چه میزان خواهد

بود؟

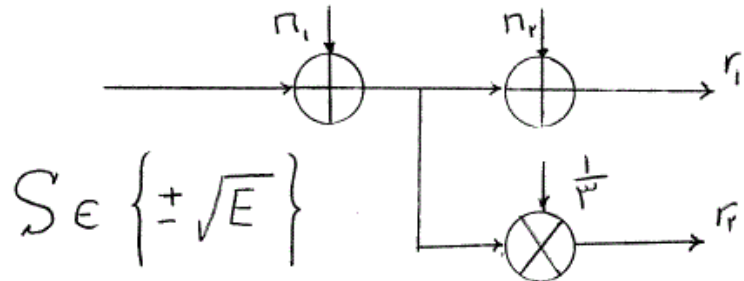
$$(1) Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$$

$$(2) Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right)$$

$$(3) \frac{1}{2} \left[Q\left(\frac{3}{2\sigma}\right) + Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right) \right]$$

$$(4) \frac{1}{2} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) + \frac{1}{4} \left[Q\left(\frac{3}{2\sigma}\right) + Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right) \right]$$

۱۹- در سیستم مخابراتی زیر با فرض اینکه سمبول‌های ورودی هم احتمال و نویزهای n_1 و n_2 گوسی و مستقل با میانگین صفر و واریانس σ^2 فرض گردند احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟



$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{3E}{\sigma^2}}\right) \quad (2)$$

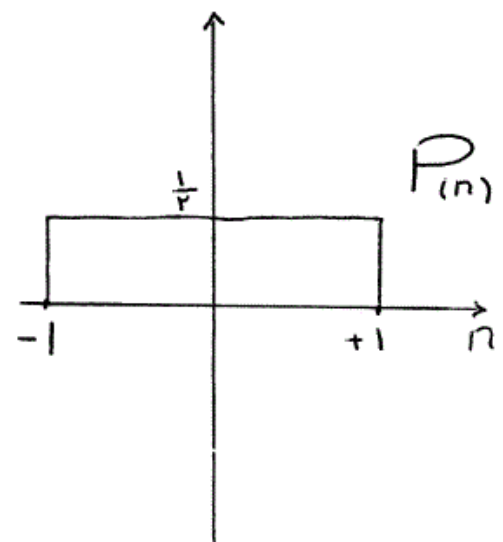
$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{3\sigma^2}}\right) \quad (1)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{\sigma^2}}\right) \quad (4)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E}{\sigma^2}}\right) \quad (3)$$

۲۰- فرض کنید سمبول‌های $S \in \{-2, -1, 1, 3\}$ با احتمالات ذکر شده در جدول زیر به طور مستقیم از یک کانال با نویز جمع شونده با تابع چگالی احتمال زیر عبور کرده و سیگنال $r = S + n$ در گیرنده دریافت می‌گردد. احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟

احتمال وقوع	سمبول S
$\frac{3}{8}$	-۲
$\frac{1}{4}$	-۱
$\frac{1}{4}$	۱
$\frac{1}{8}$	۳



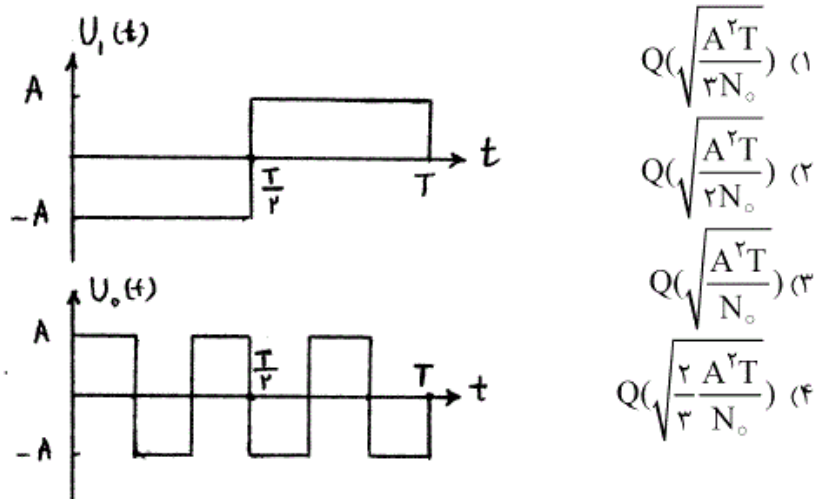
$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

۲۱- فرض کنید سیگنال $S_m(t) = U_m(t) \cos(2\pi f_c t + \theta)$ برای ارسال یک بیت به کار می رود که در آن شکل موجهای $U_1(t)$ و $U_0(t)$ به صورت زیر است: این سیگنال از یک کانال AWGN عبور می کند که در آن نویز با میانگین صفر و چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ وجود دارد. احتمال خطای گیرنده بهینه کدام است؟ فرض کنید که $f_c T \gg 1$ می باشد.

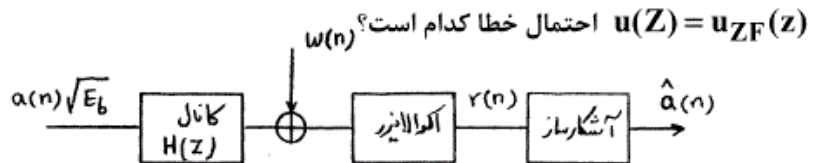


۲۲- در شکل زیر یک مدل گسسته - زمان از یک سیستم مخابراتی نشان داده شده است. $w[n]$ یک نویز گوسی سفید با تابع خود همبستگی $r_w(k) = \frac{N_0}{2} \delta[k]$ می باشد. کانال $H(z)$ نیز به صورت زیر است:

$H(z) = 1 + \mu z^{-1}$ ، $0 < \mu < \frac{1}{2}$ داده ارسالی به صورت یک دنباله از سمبل های i.i.d با مقادیر $a(n) = \pm 1$ با احتمال یکسان مدل شده است. آشکار

$$\hat{a}(n) = \begin{cases} 1 & r(n) \geq 0 \\ -1 & r(n) < 0 \end{cases} \text{ ساز به صورت روبه رو تصمیم گیری می کند:}$$

اگر از اکولایزر خطی با معیار Zero-Forcing استفاده شود یعنی



$$\frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu^2)}\right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu)}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu)}\right) \quad (۲)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right) \quad (۳)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (۴)$$

۲۳- از شکل موج‌های هم احتمال زیر برای ارسال بر روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان $\frac{N_0}{4}$ استفاده شده است.

$$\begin{cases} s_1(t) = 0 & 0 \leq t \leq T \\ s_2(t) = \sqrt{\frac{E}{T}} & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

درگیرنده به جای استفاده از یک فیلتر منطبق از فیلتر زیر بهره گرفته شده است:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

اگر y_T نمایانگر مقدار خروجی این فیلتر در لحظات نمونه برداری $t = T$ باشد تصمیم‌گیری در آشکارساز به صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$y_T < b \Rightarrow s_1(t) \text{ انتخاب شود}$$

$$y_T \geq b \Rightarrow s_2(t) \text{ انتخاب شود}$$

که $b > 0$ یک سطح آستانه است. چه مقداری از b احتمال خطا را کمینه می‌کند؟

$$(1) \frac{1}{2} \sqrt{ET}(1 - e^{-1}) \quad (2) \sqrt{ET}(1 - e^{-1})$$

$$(3) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E}{T}} \quad (4) \frac{1}{2} E$$

۲۴- سه پیام m_1 و m_2 و m_3 با شکل موج‌های زیر باید از طریق یک کانال AWGN با چگالی طیف توان نویز $\frac{N_0}{4}$ ارسال گردند.

$$S_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad S_2(t) = -S_3(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{1}{2}T \leq t \leq T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

در صورت هم احتمال بودن سمبول‌ها، احتمال خطای سمبول آشکارساز بهینه کدام است؟

$$P_e = 2Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right) \quad (1)$$

$$P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) \quad (2)$$

$$P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right) \quad (3)$$

$$P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{1}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right) - \frac{2}{3}Q^2\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) \quad (4)$$

-۲۵

مجموعه‌ای از M سیگنال حقیقی هم انرژی با شرایط زیر مفروض است:

$$\bar{S}_i \cdot \bar{S}_j = \begin{cases} E, & i = j \\ \rho E, & i \neq j \end{cases}$$

به طوریکه ρ ضریب هم‌بستگی بوده و این مجموعه سیگنال‌ها را «با هم بستگی یکسان» می‌نامند. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) مقدار ρ می‌تواند برابر $-\frac{1}{M-1}$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

(۲) مقدار ρ می‌تواند برابر $-\frac{1}{M-1}$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

(۳) مقدار ρ می‌تواند برابر $(1 - \frac{1}{M-1})$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

(۴) مقدار ρ می‌تواند برابر $(1 - \frac{1}{M-1})$ باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

-۲۶

در یک سیستم PAM باینری سیگنال ساعت (clock) که تعیین کننده زمان نمونه‌برداری از خروجی همبسته ساز است 10% انحراف دارد. در صورتی که پالس سیگنال مورد استفاده مربعی باشد در یک کانال AWGN با چگالی طیف

توان نویز $\frac{N_0}{2}$ احتمال خطای سمبول با فرض سمبول‌های هم احتمال چیست؟

(A) دامنه پالس سیگنال مورد استفاده است.

$$Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{A^2 T}{N_0}}\right) \quad (۱)$$

$$Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2A^2 T}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (۴)$$

۲۷- فرض کنید هدف ارسال یک سیگنال با پهنای باند 25kHz با روش M-PAM می باشد. برای این منظور سیگنال با نرخ نایکوست نمونه برداری شده و هر نمونه با ۸ بیت کد می گردد. اگر پهنای باند میانی در دسترس 500kHz بوده و برای مقابله با ISI حاصل از خطای لحظه نمونه برداری از شکل موج Raised Cosine با فاکتور roll off برابر 0.7 استفاده گردد حداقل مقدار M کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۶

۲۸- در کانال های با حضور ISI آماره تصمیم گیری در الگوریتم ویتربی در صورت استفاده از مدولاسیون PAM و سیگنالینگ Doubinary به کدام صورت زیر است؟

x_n : نمونه های خروجی فیلتر منطبق

I_n : دنباله داده ها

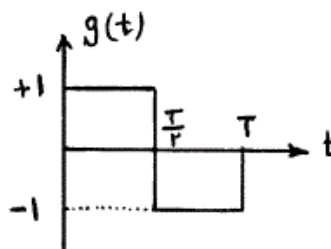
$$(1) \sum I_n (2r_n - I_n - I_{n-1})$$

$$(2) \sum_n I_n (r_n - 2(I_n + I_{n-1}))$$

$$(3) \sum_n I_n r_n - \sum_n \sum_m I_n I_m x_{n-m}$$

$$(4) \sum_n I_n r_n - 2 \sum_n \sum_m I_n I_m^* x_{n-m}$$

۲۹- دنباله $\{a_n\}$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی iid است که مقادیر $-1, +1$ را با احتمال برابر اختیار می کند. این دنباله به صورت $S(t) = \sum a_n g(t - nT)$ ارسال می شود که $g(t)$ به صورت زیر است:



فرض کنید می خواهیم به کمک پیش کدگذار (Precoder) $b_n = a_n + k a_{n-1}$ در چگالی طیف توان صفر ایجاد کنیم و دنباله $\{b_n\}$ را با $g(t)$ ارسال کنیم. برای

اینکه چگالی طیف توان $S(t)$ در $f = \frac{1}{2T}$ صفر داشته باشد، ثابت k کدام است؟

(۱) $k = -2$

(۲) $k = -1$

(۳) $k = 1$

(۴) $k = 2$

-۳۰

یک مجموعه سمبل M تایی برای ارسال روی یک کانال AWGN با چگالی طیف

توان $\frac{N_0}{2}$ داریم. این سمبل ها $S_{+\frac{M}{2}}, S_{-\frac{M}{2}}, \dots, S_{+1}, S_{-1}, S_{+2}, S_{-2}, \dots, S_{+\frac{M}{2}}, S_{-\frac{M}{2}}$ را به

صورت شکل موج های biorthogonal زیر ارسال می کنیم:

$$\sqrt{E_s} \phi_1(t); -\sqrt{E_s} \phi_1(t), \sqrt{E_s} \phi_2(t), -\sqrt{E_s} \phi_2(t), \dots, \sqrt{E_s} \phi_{\frac{M}{2}}(t), -\sqrt{E_s} \phi_{\frac{M}{2}}(t)$$

که در آن $\phi_k(t)$ ها سیگنال های متعامدند. گیرنده دارای $\frac{M}{2}$ فیلتر منطبق به

$\frac{M}{2}$ سیگنال متعامد است. گیرنده قدر مطلق آماره های تصمیم گیری $|Z_j|$ را

مقایسه می کند و اگر $|Z_j|$ بزرگ ترین باشد گیرنده تصمیم می گیرد که S_{+j}

یا S_{-j} بسته به علامت Z_j ارسال شده است. فرض کنید S_{+1} ارسال شده

باشد. در این صورت آماره های تصمیم گیری $Z_1, Z_2, \dots, Z_{\frac{M}{2}}$ به طور شرطی

متغیرهای گوسی مستقل اند. کدام گزاره همواره صحیح است؟

(۱) احتمال مشروط آنکه گیرنده، S_{-1} را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از

$$Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \text{ بزرگتر است.}$$

(۲) احتمال مشروط آنکه گیرنده، S_{-1} را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \text{ بزرگتر است.}$$

(۳) احتمال مشروط آنکه گیرنده، $S_j (j > 1)$ را به عنوان سمبل ارسالی آشکار

$$\text{کند از } Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \text{ کوچکتر است.}$$

(۴) احتمال مشروط آنکه گیرنده، $S_j (j > 1)$ را به عنوان سمبل ارسالی آشکار

$$\text{کند از } Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \text{ کوچکتر است.}$$

۳۱- فرض کنید U_1, U_2, \dots رشته‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل باشد که به طور یکنواخت درباره $[0, 1]$ توزیع شده‌اند. تعریف می‌کنیم

$$X_n \triangleq n[1 - \max\{U_1, \dots, U_n\}], n \geq 1$$

(۱) در توزیع همگرا نیست.

(۲) در توزیع به توزیع نمایی همگرا می‌شود.

(۳) در توزیع به توزیع یکنواخت همگرا می‌شود.

(۴) در توزیع به متغیر تصادفی $X = 0$ همگرا می‌شود.

۳۲- فرآیند $X(t)$ فرآیندی است پواسن با چگالی $\lambda = 1$. اگر $Y = \int_0^1 X(t) dt$ باشد تخمین خطی $X(1)$ بر حسب Y با معیار MMSE کدام است؟

$$(1) \quad \frac{2}{3}Y + \frac{1}{4}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3}Y + \frac{5}{4}$$

$$(3) \quad \frac{3}{2}Y + \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad \frac{3}{2}Y + \frac{5}{4}$$

۳۳- فرآیند تصادفی $X(t)$ فرآیندی نرمال و ایستاد با میانگین صفر و تابع خود

$$R_X(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2}$$

همبستگی مقدار است.

$$\Pr\{|X(\tau) + 4E\{X(\tau)|X(0)\}| > 1\}$$

$$\text{با فرض } Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \text{ کدام است؟}$$

$$(1) \quad 2Q\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(2) \quad 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(3) \quad 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(4) \quad 2Q\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$$

۳۴- فرض کنید $W(t), t \geq 0$ یک فرآیند نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی

$$R_W(t_1, t_2) = \min(t_1, t_2)$$

فرآیندی:

(۱) ارگادیک در میانگین نیست.

(۲) ارگادیک در میانگین است.

(۳) ارگادیک در میانگین است اگر $W(t)$ هم ارگادیک در میانگین باشد.

(۴) ارگادیک در میانگین نیست حتی اگر $W(t)$ ارگادیک در میانگین باشد.

-۳۵

فرض کنید X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای یوآسن مستقل باشد که دارای چگالی ثابت $\lambda = 4$ هستند. فرآیند گسسته $Y[n]$ به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$Y[n] = \alpha^n X_1 X_2 \dots X_n \quad n \geq 1$$

α چه مقدار باشد تا داشته باشیم:

$$E\{Y[n] | Y[n-1], \dots, Y[1]\} = Y[n-1]$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقداری از α رابطه فوق قابل تحقق نیست.

-۳۶

فرض کنید $X[n]$ یک فرآیند گسسته WSS با طیف زیر باشد:

$$S_X(f) = 1/36 + 1/2 \cos(2\pi f)$$

اگر بخواهیم $X[n]$ را بر حسب مشاهدات $X[n-k], k \geq 1$ تخمین خطی با

حداقل مربع خطا بزنیم، میانگین مربع خطای تخمین چقدر است؟

$$0/6 \quad (2)$$

$$0/36 \quad (1)$$

$$1/36 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

-۳۷

فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند WSS پایین گذر با پهنای باند محدود W باشد.

تعریف می‌کنیم $Y(t) \triangleq X(At)$ که در آن A یک متغیر تصادفی مستقل از

فرآیند $X(t)$ و $P(A=0) = P(A=2) = \frac{1}{4}$ است. در این صورت در مورد پهنای

باند فرآیند $Y(t)$ کدام گزینه درست است؟

$$W \quad (2)$$

$$\frac{W}{2} \quad (1)$$

$$4W \quad (4)$$

$$2W \quad (3)$$

-۳۸

فرض کنید فرآیند $X(t), t \geq 0$ فرآیندی یوآسن با چگالی یکنواخت $\lambda = 1$

باشد. در این صورت احتمال شرطی $P[X(2t) - X(t) = 10 | X(t) = 10]$ برابر

کدام است؟

$$\frac{t^{20} e^{-2t}}{20!} \quad (2)$$

$$\frac{t^{20} e^{-t}}{20!} \quad (1)$$

$$\frac{t^{10} e^{-t}}{10!} \quad (4)$$

$$\frac{t^{20} e^{-2t}}{10! 10!} \quad (3)$$



-۳۹

فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند نرمال، WSS با میانگین صفر و طیف توان

$$S_X(f) = \begin{cases} 1 & |f| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$$

باشد. اگر مشتق $X(t)$ را با $X'(t)$ نمایش دهیم در

این صورت $E\{X^2(t) | X'(t) = \alpha\}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) α^2

(۴) $1 + \alpha^2$

-۴۰

متغیرهای تصادفی X و Y نرمال و مستقل از یکدیگرند. X دارای میانگین صفر و

واریانس ۲ و Y دارای میانگین و واریانس واحد است. تعریف می‌کنیم:

$$Z(t) \triangleq tX + Y$$

(۱) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی SSS مرتبه اول است.

(۲) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی WSS نیست.

(۳) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی WSS است.

(۴) فرآیند $Z(t)$ فرآیندی SSS مرتبه دوم است.

-۴۱

فرض کنید تابع مشخصه توأم در متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر می‌باشد:

$$\Phi_{XY}(\omega_1, \omega_2) = E\left\{e^{j(\omega_1 X + \omega_2 Y)}\right\} = e^{j(\omega_1 - 2\omega_2) + (\omega_1^2 - \frac{1}{2}\omega_1\omega_2 + \omega_2^2)}$$

واریانس متغیر تصادفی $Z = 2X + Y$ برابر کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۱۶

(۴) ۸

-۴۲

فرض کنید فرآیند $X(t) = \cos(2\pi f_0 t + \theta)$ باشد که $f_0 > 0$ یک فرکانس معلوم

و θ یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$ باشد. در مورد فرآیند $X(t)$

کدام گزینه درست است؟

(۱) $X(t)$ در میانگین و خودهمبستگی ارگادیک است.

(۲) $X(t)$ در میانگین ارگادیک ولی در خود همبستگی ارگادیک نمی‌باشد.

(۳) $X(t)$ در میانگین ارگادیک نیست ولی در خود همبستگی ارگادیک است.

(۴) $X(t)$ در میانگین ارگادیک نیست و در خود همبستگی نیز ارگادیک نمی‌باشد.

-۴۳

فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند ایستادن SSS کامل باشد و فرآیندهای

$$Y(t) = X(2t) \quad \text{و} \quad Z(t) = X(t^2)$$

کدام گزینه در مورد فرآیندهای $Y(t)$ و $Z(t)$ درست است؟

(۱) هر دو فرآیند $Y(t)$ و $Z(t)$ SSS هستند.

(۲) $Y(t)$ SSS می‌باشد ولی $Z(t)$ SSS نیست.

(۳) $Z(t)$ SSS می‌باشد ولی $Y(t)$ SSS نمی‌باشد.

(۴) هیچ‌کدام از فرآیندهای $Y(t)$ و $Z(t)$ SSS نیستند.

۴۴- فرض کنید $X(t)$ یک فرآیند حقیقی ایستاد WSS باشد و فرآیند $Y(t)$ یک فرآیند WSS باشد که به صورت $Y(t) = e^{jX(t)}$ تعریف شده است. کدام یک از توابع زیر می تواند تابع خودهمبستگی $Y(t)$ باشد؟

$$R_Y(\tau) = e^{-|\tau|} \sin(\tau) \quad (۲) \qquad R_Y(\tau) = \tau e^{-|\tau|} \quad (۱)$$

$$R_Y(\tau) = \frac{\tau+1}{1+\tau^2} \quad (۴) \qquad R_Y(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2} \quad (۳)$$

۴۵- ممان مرتبه k ام متغیر تصادفی گسسته X به صورت

$$E\{X^k\} = \frac{(-1)^k}{2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

داده شده است. $\Pr\{X=1\}$ برابر است با:

$$\frac{1}{8} \quad (۲) \qquad \circ \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \qquad \frac{1}{4} \quad (۳)$$