



286  
F

نام:  
نام خانوادگی:  
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

صبح جمعه  
۱۳۹۵/۱۲/۶  
دفترچه شماره (۱)

**آزمون ورودی**  
**دوره دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۶**

**رشته امتحانی مهندسی برق - مخابرات (کد ۲۳۰۲)**

تعداد سؤال: ۴۵  
مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - مدارهای الکتریکی ۱ و ۲ - الکترومغناطیس - سیگنال‌ها و سیستم‌ها)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.  
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.  
اسفندماه - سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و ... پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغلبین برابر مقررات رفتار می‌شود.

$$-1 \quad -\pi < x < \pi, |x| = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} \quad \text{و} \quad -\pi < x < \pi, x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx) \quad \text{با فرض اینکه}$$

آنگاه سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & -\pi < x \leq 0 \end{cases}$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (2)$$

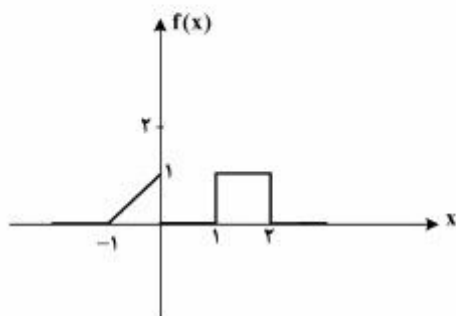
$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (4)$$

-2 برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریه آن را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x] d\omega$$

آنگاه حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega$  کدام است؟



$$0 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3\pi} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

-3 اگر  $f(x) = \int_0^{\infty} \frac{2\omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$ ، آنگاه  $I = \int_0^{\infty} f(x) \sin^2 x dx$  کدام است؟

$$\frac{3\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{10} \quad (1)$$

$$\frac{8\pi}{25} \quad (4)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (3)$$

۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی  $u_{xx} + u_{yy} + u_y - u = 0$  در داخل مستطیل  $a < x < b$  و  $0 < y < 1$  به همراه شرایط مرزی  $u(a, y) = u(b, y) = 0$  و  $u(x, 0) = 0$  داده شده است. اگر برای این مسئله

$u(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x, y)$  باشد، که در آن  $c_k$  ها ضرایب ثابت هستند، آنگاه تابع  $u_k(x, y)$  کدام است؟

$$(e^{\lambda y} - e^{r y}) \sin \alpha_k (b - x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b+a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (1)$$

$$(e^{\lambda y} - e^{r y}) \sin \alpha_k (b - x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha_k^2}}{2} \quad (2)$$

$$(e^{\lambda y} - e^{r y}) \sin \alpha_k (b + x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (3)$$

$$(e^{\lambda y} - e^{r y}) \sin \alpha_k (b - x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (4)$$

۵- برای حل مسئله مقدار مرزی غیرهمگن داده شده با شرایط اولیه و مرزی همگن به صورت زیر:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1-x) \sin t = \frac{\partial u}{\partial t}, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \end{cases}$$

می توان از بسط فوریه به صورت زیر استفاده نمود.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin(n\pi x), \quad F(x, t) = (1-x) \sin t = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin(n\pi x)$$

کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

$$u'_n(t) - n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (1)$$

$$u'_n(t) - n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (2)$$

$$u'_n(t) + n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (3)$$

$$u'_n(t) + n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (4)$$

۶- مسئله مقدار اولیه  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ،  $-\infty < x < \infty$ ،  $t > 0$  با شرایط اولیه  $y(x, 0) = e^{-|x|}$ ،  $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0$  با

فرض آن که پاسخ مسئله به شکل  $y(x, t) = \int_0^\infty [a(\omega) \cos(\omega x) + b(\omega) \sin(\omega x)] \cos(\omega ct) d\omega$  باشد،  
آنگاه  $a(\omega)$  و  $b(\omega)$ ، کدام است؟

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, a(\omega) = 0 \quad (1)$$

$$a(\omega) = \frac{2}{\pi(1+\omega^2)}, b(\omega) = 0 \quad (2)$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, b(\omega) = 0 \quad (3)$$

$$b(\omega) = \frac{2}{\pi(1+\omega^2)}, a(\omega) = 0 \quad (4)$$

۷- به ازای کدام ثابت‌های  $\gamma$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \gamma w = 0$  دارای جواب کراندار غیر صفر

به صورت  $w(x, y) = F(x)G(y)$ ، در تمام ربع اول صفحه  $xy$  می‌باشد؟

$$\gamma < 0 \quad (1)$$

$$\gamma > 0 \quad (2)$$

$$\forall \gamma \in \mathbb{R} \quad (3)$$

(۴) مسئله جواب ندارد

۸- اگر  $z = x + iy$  عدد مختلط باشد، آنگاه  $\operatorname{Im}\left(\frac{z}{\pi} \cdot \cosh z\right)$ ، (قسمت موهومی) کدام است؟

$$\frac{x}{\pi} \cosh x \cos y - \frac{y}{\pi} \sinh x \sin y \quad (1)$$

$$\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (2)$$

$$\frac{x}{\pi} \sinh x \cos y + \frac{y}{\pi} \cosh x \sin y \quad (3)$$

$$-\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (4)$$

۹- اگر  $\operatorname{Im}\left(\operatorname{Log} \frac{z-1}{z+1}\right) = c$  (قسمت موهومی) و  $c$  ثابت و مخالف صفر باشد، آنگاه بیان این معادله بر حسب  $x$  و  $y$

کدام است؟

$$x^2 + (y - \cot c)^2 = 1 \quad (1)$$

$$x^2 + (y - \tan c)^2 = \frac{1}{\cos^2 c} \quad (2)$$

$$x^2 + (y - \cot c)^2 = \frac{1}{\sin^2 c} \quad (3)$$

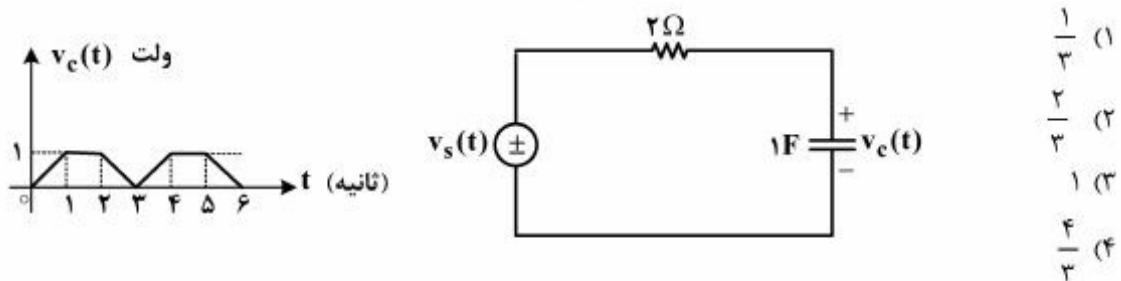
$$x^2 + (y - \tan c)^2 = \tan^2 c \quad (4)$$

۱۰- حداکثر مقدار  $|e^{3z-i}|$ ، در ناحیه  $|z| \leq \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

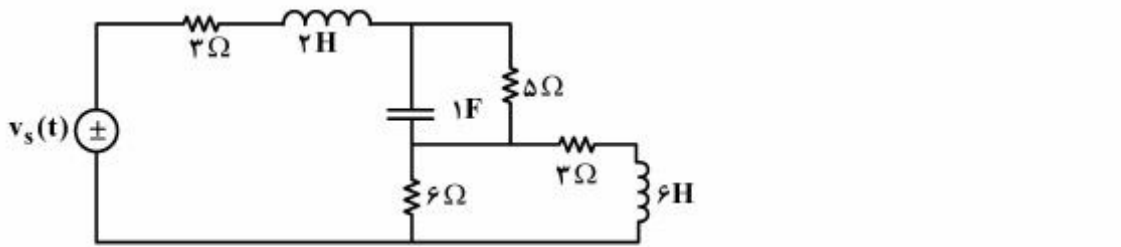
- (۱) ۱  
 (۲)  $e$   
 (۳)  $e^2$   
 (۴)  $e^{\frac{2}{3}}$

مدارهای الکتریکی (۲):

۱۱- در مدار زیر، با توجه به شکل موج داده شده برای  $v_c(t)$ ، اندازه توان متوسط منبع ولتاژ، چند وات است؟

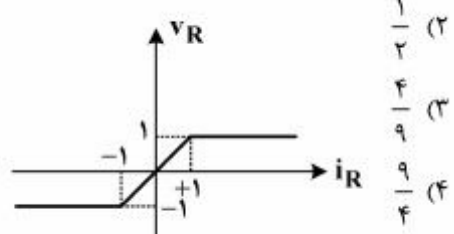
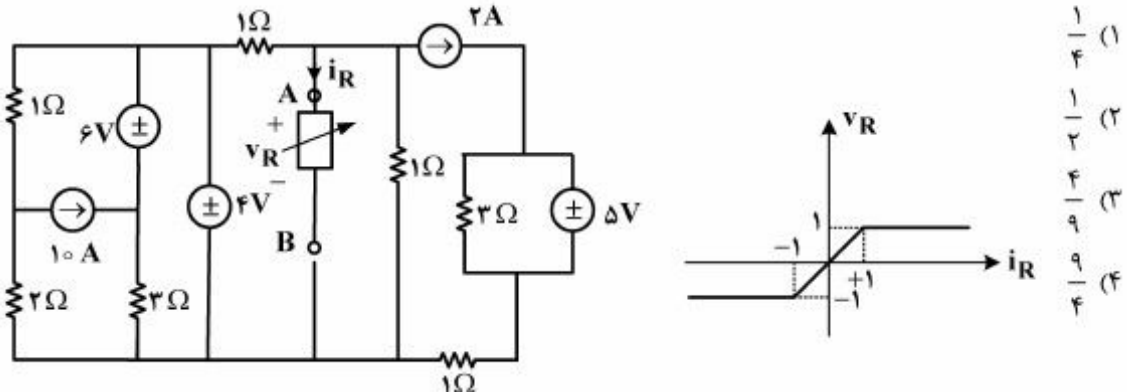


۱۲- وقتی  $v_s(t)$  به اندازه ۴ ولت به صورت ناگهانی زیاد می‌شود، کدام بی‌آمد ناگهانی را به دنبال دارد؟



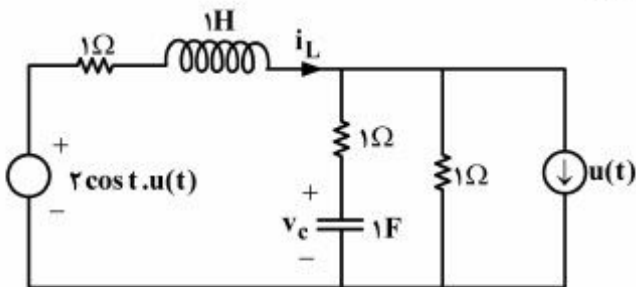
- (۱) ولتاژ سلف ۲H و ولتاژ مقاومت ۶Ω به ترتیب ۱ و ۳ ولت زیاد می‌شود.  
 (۲) ولتاژ سلف‌های ۲H و ۶H به ترتیب ۱ و ۳ ولت زیاد می‌شود.  
 (۳) فقط ولتاژ سلف ۲H، به اندازه ۴ ولت زیاد می‌شود.  
 (۴) فقط ولتاژ مقاومت ۶Ω، به اندازه ۴ ولت زیاد می‌شود.

۱۳- در مدار زیر، توان دریافتی توسط مقاومت غیرخطی بین A و B، چند وات است؟



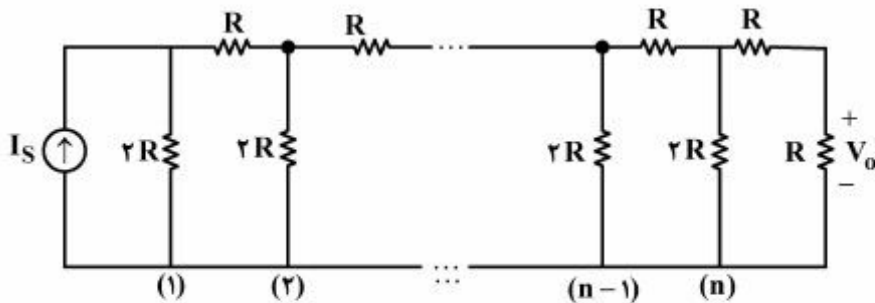
- (۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $\frac{4}{9}$   
 (۴)  $\frac{9}{4}$

۱۴- مدار زیر در  $t = 0^-$  با  $i_L(0^-) = 2A$  و  $v_C(0^-) = 3V$ ، کار خود را شروع می‌کند. در سرانجام کار مدار، ماکزیمم مقدار  $i_L$  چند آمپر است؟  $u(t)$  تابع پله واحد است.



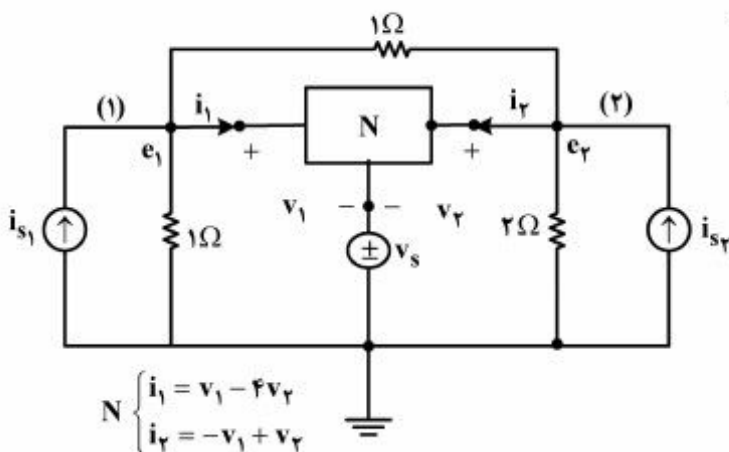
- (۱)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
- (۲)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- (۳)  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
- (۴)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

۱۵- در مدار نردبانی زیر حداکثر تعداد  $n$  چقدر باشد، تا ولتاژ  $V_0$  در انتهای مدار کمتر از  $20mV$  نشود؟ ( $R = 1k\Omega$ )



- (۱)  $n = 6$  ( $I_s = 10mA$ )
- (۲)  $n = 7$
- (۳)  $n = 8$
- (۴)  $n = 9$

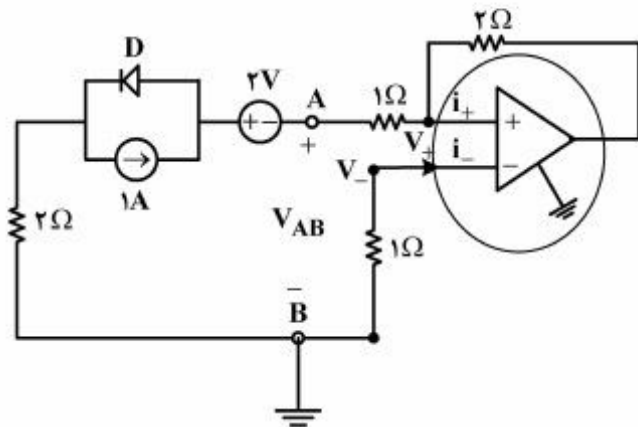
۱۶- در مدار زیر، روابط مقاومت سه سر  $N$  به صورت زیر داده شده است. معادلات گره مدار، کدام است؟



$$N \begin{cases} i_1 = v_1 - 4v_2 \\ i_2 = -v_1 + v_2 \end{cases}$$

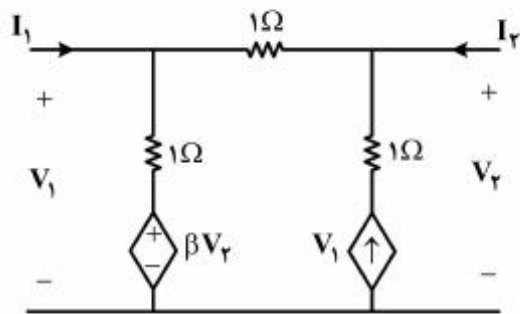
- (۱)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -2 & 2/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3v_s + i_{s1} \\ i_{s2} \end{bmatrix}$
- (۲)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -2 & 2/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} + 4v_s \\ i_{s2} \end{bmatrix}$
- (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} + v_s \\ i_{s2} \end{bmatrix}$
- (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} + 4v_s \\ i_{s2} \end{bmatrix}$

۱۷- در مدار زیر،  $V_{AB}$ ، چند ولت است؟ (دیود D ایدئال فرض شود و برای آب امپ:  $V_+ = V_-$  و  $i_+ = i_- = 0$ )



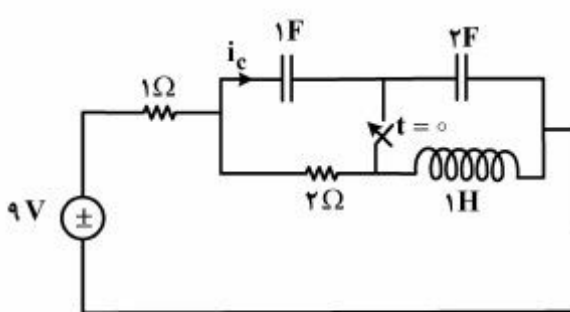
- (۱)  $-\frac{1}{2}$
- (۲)  $-\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

۱۸- در دو قطبی زیر، مقدار  $\beta$  چقدر باشد، تا برای دو قطبی ماتریس امیدانس تعریف نشود؟



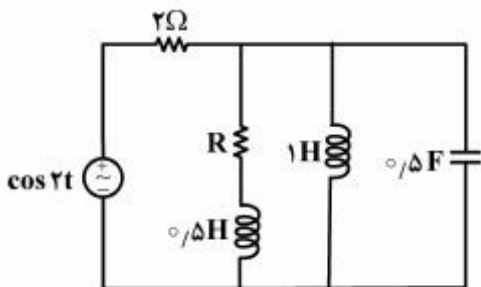
- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۰
- (۴) ۱

۱۹- در مدار زیر، کلید برای مدت طولانی باز بوده و مدار به حالت دائمی خود رسیده است. در لحظه  $t = 0$  کلید بسته می‌شود. در این حالت  $i_c(0^+)$  برابر کدام است؟



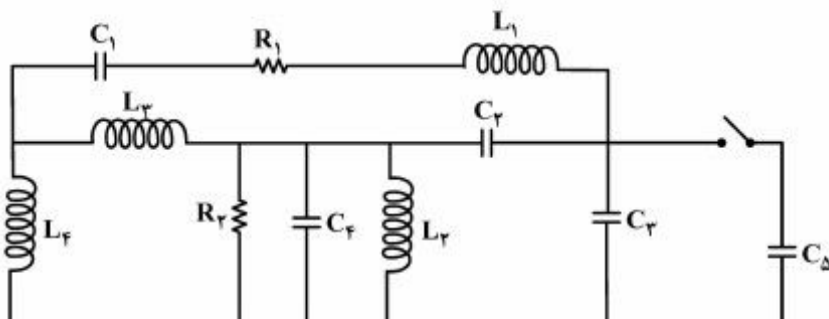
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۶

۲۰- در مدار زیر مقدار R چند اهم باشد تا ضریب توان دیده شده از سرهای منبع برابر یک گردد؟



- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۲۱- در مدار زیر، مرتبه مدار و تعداد فرکانس‌های طبیعی غیر صفر «به ترتیب از راست به چپ» کدام است؟



(۱) ۴, ۷

(۲) ۵, ۷

(۳) ۶, ۸

(۴) ۶, ۹

۲۲- در گراف مداری، مجموعه ولتاژهای صادق در قانون ولتاژ نسبت به یک درخت به صورت  $\{v_k(t)\}$  و مجموعه جریان‌های صادق در قانون جریان نسبت به درخت دیگر به صورت  $\{\hat{i}_k(t)\}$  است. با در نظر گرفتن تبدیل لاپلاس این ولتاژها و جریان‌ها، کدام رابطه درست است؟

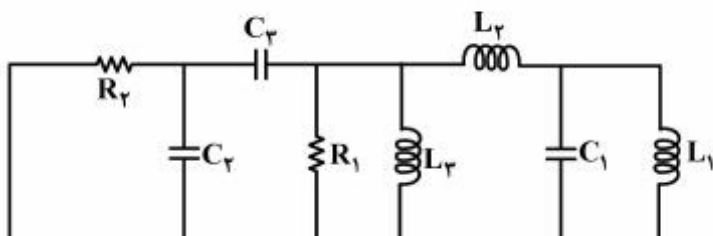
$$\sum_k \hat{I}_k(s) \cdot v_k^r(s) = 0 \quad (۱)$$

$$\sum_k v_k(s) \cdot \frac{d\hat{i}_k}{dt} = 0 \quad (۲)$$

$$\sum_k v_k^r \cdot \hat{i}_k = 0 \quad (۳)$$

$$\sum_k \hat{i}_k \cdot \frac{dv_k}{dt} = 0 \quad (۴)$$

۲۳- برای مدار داده شده، در کدام یک از موارد زیر حالت دائمی ثابت وجود دارد؟ (مقادیر المان‌ها مثبت است)



(۱) منبع جریان ثابتی (مخالف صفر) را با  $R_p$  سری می‌کنیم.

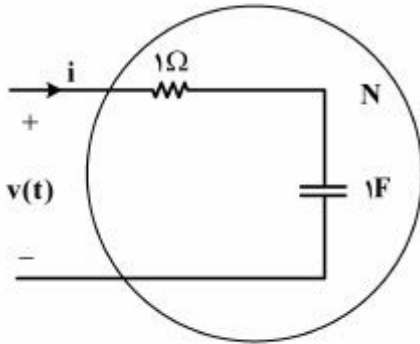
(۲) منبع ولتاژ ثابتی (مخالف صفر) را با  $L_p$  سری می‌کنیم.

(۳) منبع ولتاژ ثابتی (مخالف صفر) را با  $R_1$  سری می‌کنیم.

(۴) چون فرکانس‌های طبیعی را نداریم نمی‌توان مشخص کرد.



۲۴- در حالت دائمی سینوسی با  $v(t) = v_m \cos t$  ، مقدار ماکزیمم توان لحظه‌ای  $N$  برابر  $p(t) = 1 + \sqrt{2}$  است. ماکزیمم مقدار  $i$  چند آمپر است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\sqrt{2}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۵- معادلات حالت مداری به صورت زیر داده شده است. اگر  $s = -4$  یک فرکانس طبیعی مدار باشد، مقدار  $R$  چند اهم است؟

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -6 \\ 1 & -3 & -2 \\ R & -2 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) ۵  
 (۴) ۶

### الکترومغناطیس:

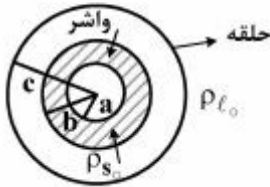
۲۶- در فضای آزاد، یک حلقه دایروی با باری به چگالی بار خطی ثابت  $\lambda_0$  و شعاع  $a$  ، توسط یک پوسته کروی رسانای بدون بار به شعاع داخلی  $R_i$  و شعاع خارجی  $R_0$  احاطه شده است. حلقه بار هم مرکز با کره و  $a < R_i$  است. پتانسیل الکتریکی کره رسانا نسبت به بی نهایت چقدر است؟

- (۱) ۰  
 (۲)  $\frac{-\lambda_0 a}{2\epsilon_0 R_i}$   
 (۳)  $\frac{\lambda_0 a}{2\epsilon_0 R_0}$   
 (۴)  $\frac{\lambda_0 a}{2\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_i} \right)$

۲۷- بار سطحی با چگالی یکنواخت  $\rho_s = \rho_{s_0} \left(\frac{C}{m}\right)$  روی سطح واشر مانند به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$

(مانند شکل زیر) توزیع شده است. بار خطی با چگالی یکنواخت  $\rho_\ell = \rho_{\ell_0} \left(\frac{C}{m}\right)$  روی حلقه‌ای به شعاع  $c$  و هم

مرکز و هم سطح با واشر فرار گرفته است.  $\rho_{\ell_0}$  چقدر باشد تا پتانسیل الکتریکی در مرکز این مجموعه صفر شود؟



$$\rho_{s_0} \frac{c^2}{a-b} \quad (1)$$

$$\rho_{s_0} (c-a+b) \quad (2)$$

$$\rho_{s_0} (a-b) \quad (3)$$

$$\rho_{s_0} \frac{(a-b)^2}{c} \quad (4)$$

۲۸- در صفحه  $z=0$  در مختصات استوانه‌ای، یک توزیع بار با چگالی بار سطحی  $\rho_s(\rho, \varphi) = \lambda \sigma_0 \cos \varphi \left(\frac{a}{\rho}\right)^2$  کولن

بر متر مربع در ناحیه  $a \leq \rho < \infty$  و  $0 \leq \varphi < 2\pi$  مفروض است. میدان الکتریکی ناشی از این توزیع بار در مبدأ

مختصات، با کدام گزینه مطابقت دارد؟

$$-\frac{\gamma \pi \sigma_0}{\epsilon_0} \hat{x} \quad (1)$$

$$-\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \hat{x} \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \hat{x} \quad (3)$$

$$\frac{\gamma \pi \sigma_0}{\epsilon_0} \hat{x} \quad (4)$$

۲۹- ذره‌ای باردار با بار  $Q$  با سرعت  $v$  موازی سیمی با توزیع بار یکنواخت  $\lambda \left(\frac{C}{m}\right)$  حرکت می‌کند. اگر در عین حال

همین سیم جریان  $I$  را هم جهت با سرعت ذره حمل نماید، اندازه سرعت ذره باردار چقدر باشد تا این ذره به فاصله

ثابت  $r$  از سیم و در یک خط مستقیم به موازات آن حرکت نماید؟

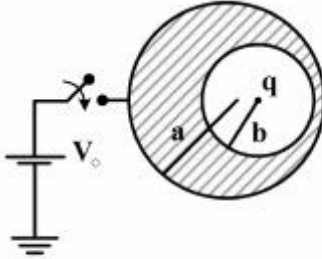
$$\frac{Q}{2\mu_0 \epsilon_0 r I} \quad (1)$$

$$\frac{\lambda}{2\mu_0 \epsilon_0 I} \quad (2)$$

$$\frac{Q}{\mu_0 \epsilon_0 r I} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\mu_0 \epsilon_0 I} \quad (4)$$

۳۰- کره هادی بدون بار اولیه به شعاع  $a = 2\text{m}$  را که درون آن حفره‌ای کروی به شعاع  $b = 1\text{m}$  و غیرهم‌مرکز با کره هادی قرار دارد، در نظر بگیرید. در مرکز حفره یک بار نقطه‌ای با مقدار  $q = 8\pi\epsilon_0(C)$  وجود دارد. کره را به یک باتری با پتانسیل  $V_0 = 2V$  نسبت به زمین متصل می‌کنیم. در این صورت:

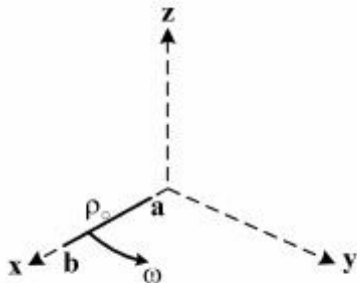


- (۱) بار  $24\pi\epsilon_0$  به کره هادی اضافه می‌شود.
- (۲) بار  $8\pi\epsilon_0$  به کره هادی اضافه می‌شود.
- (۳) بار  $8\pi\epsilon_0$  از کره هادی کم می‌شود.
- (۴) بار  $24\pi\epsilon_0$  از کره هادی کم می‌شود.

۳۱- بار نقطه‌ای  $q$  به فاصله  $4a$  از مرکز یک کره هادی زمین شده به شعاع  $a$  قرار گرفته است. این بار نقطه‌ای به آهستگی فاصله خود را تا مرکز کره به اندازه  $2a$  کم می‌کند. در صورتی که جریان متوسط ورودی به زمین در اثر این جابه‌جایی  $I$  باشد، سرعت متوسط بار نقطه‌ای، کدام است؟

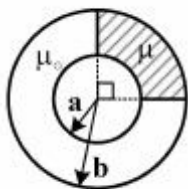
- (۱)  $\frac{8aI}{q}$
- (۲)  $\frac{4aI}{q}$
- (۳)  $\frac{2aI}{q}$
- (۴)  $\frac{aI}{q}$

۳۲- بار الکتریکی با چگالی یکنواخت  $\rho_0$  کولن بر متر روی محور  $x$  در امتداد پاره خط  $a \leq x \leq b$  توزیع شده است. اگر پاره خط مزبور با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  در خلاف جهت عقربه‌های ساعت چرخانده شود، شدت میدان مغناطیسی  $\vec{H}$  تولید شده در مبدأ مختصات کدام است؟



- (۱)  $\frac{\rho_0 \omega}{2\pi} \left(\frac{b}{a} - 1\right) \hat{z}$
- (۲)  $\frac{\rho_0 \omega}{4\pi} \left(\frac{b}{a} - 1\right) \hat{z}$
- (۳)  $\frac{\rho_0 \omega}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \hat{z}$
- (۴)  $\frac{\rho_0 \omega}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \hat{z}$

۳۳- یک کابل هم محور متشکل از دو پوسته استوانه‌ای رسانای نازک با طول نامحدود مفروض است. مطابق شکل، یک چهارم فضای مابین دو استوانه با ماده‌ای به تراوایی  $\mu$  پر شده و مابقی خلأ است. اگر جریان کل  $I$  در دو جهت مخالف روی دو پوسته رسانا برقرار باشد، اندازه چگالی شار مغناطیسی درون ناحیه پر شده با تراوایی  $\mu$  در فاصله  $r$  از محور کابل، با کدام گزینه قابل بیان است؟



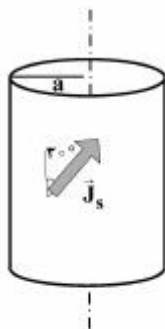
$$(1) \frac{2I}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{3}{\mu_0}\right)\pi r}$$

$$(2) \frac{2I}{\left(\frac{3}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)\pi r}$$

$$(3) \frac{I}{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)2\pi r}$$

$$(4) \frac{\mu I}{2\pi r}$$

۳۴- جریان سطحی با چگالی جریان یکنواخت  $\vec{J}_s$  روی سطح استوانه‌ای طویل به شعاع  $a$  مانند شکل زیر در جریان است. جهت این چگالی جریان با محور استوانه زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. در چه فاصله‌ای از مرکز استوانه اندازه شدت میدان مغناطیسی با اندازه شدت میدان مغناطیسی داخل استوانه برابر می‌شود؟



$$(1) (1 + \sqrt{3})a$$

$$(2) \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)a$$

$$(3) \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$$

$$(4) \sqrt{3}a$$

۳۵- جریان رشته‌ای به مقدار  $I$  آمپر روی محور  $y$  از بی‌نهایت تا مبدأ مختصات و جریان رشته‌ای دیگر به مقدار  $I$  آمپر روی محور  $x$  به صورت یک پاره‌خط از نقطه  $x = a$  تا نقطه  $x = b$  ( $b > a$ ) توزیع شده است. بردار گشتاور نیروی مکانیکی وارد بر پاره‌خط حامل جریان  $I$  کدام است؟

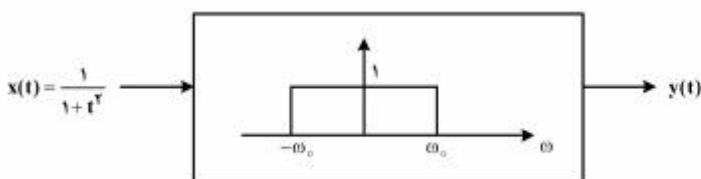
$$(1) -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi} (b-a)\hat{z}$$

$$(2) -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat{z}$$

$$(3) -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi} (b-a)\hat{z}$$

$$(4) -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)\hat{z}$$

۳۶- سیگنال  $y(t)$  خروجی فیلتر پایین‌گذر ایدئال با فرکانس قطع  $\omega_c$  به ورودی  $x(t) = \frac{1}{1+t^2}$  است. انرژی  $y(t)$ .



یعنی  $\int_{-\infty}^{+\infty} y^2(t) dt$ ، برابر کدام است؟

$$\pi^2 (1 - e^{-2\omega_c}) \quad (1)$$

$$\pi^2 (1 - \frac{1}{2} e^{-2\omega_c}) \quad (2)$$

$$\pi (1 - \frac{1}{2} e^{-2\omega_c}) \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{2} (1 - e^{-2\omega_c}) \quad (4)$$

۳۷- پاسخ ضربه یک سیستم LTI با توصیف  $y[n] = ay[n-1] + x[n]$ ،  $|a| < 1$ ، برابر کدام است؟

$$a^n \quad (1)$$

$$|a|^n u[n] \quad (2)$$

$$a^n u[n] \quad (3)$$

$$|a|^n \quad (4)$$

۳۸- کدام اظهار نظر زیر یک استنتاج صحیح می‌باشد؟ ( $u(t)$  تابع پله واحد)

(۱) پاسخ یک سیستم به ورودی  $x(t) = tu(t)$  برابر  $x^2(t)$  می‌باشد. این سیستم قطعاً غیرخطی می‌باشد.

(۲) پاسخ یک سیستم به ورودی  $e^{j\pi t}$  برابر  $e^{j2\pi t}$  است. این سیستم قطعاً LTI نمی‌باشد.

(۳) پاسخ یک سیستم به ورودی  $u(t)$  برابر  $u(t+1)$  است. این سیستم قطعاً علی نمی‌باشد.

(۴) پاسخ یک سیستم به ورودی  $u(t)$  برابر  $u(t-1)$  است. این سیستم قطعاً علی می‌باشد.

۳۹- در یک سیستم LTI با پاسخ ضربه  $h[n]$ ، تابع همبستگی ورودی  $x[n]$  یا خروجی  $y[n]$  به صورت:

$$\phi_{xy}[m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot y^*[n-m]$$

تعریف می‌شود که \* علامت مزدوج است. اگر حروف بزرگ نشانگر تبدیل Z باشند، در حالت کلی  $\Phi_{xy}(z)$  برابر

کدام است؟

$$H^*\left(\frac{1}{z^*}\right) \Phi_{xx}(z) \quad (1)$$

$$H(z) \Phi_{xx}(z) \quad (2)$$

$$H\left(\frac{1}{z^*}\right) \Phi_{xx}(z) \quad (3)$$

$$H\left(\frac{1}{z}\right) \Phi_{xx}(z) \quad (4)$$

۴۰- پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان گسسته برابر  $(\frac{1}{3})^n u[n]$  می باشد. پاسخ این سیستم به ورودی زیر:

$$x[n] = \begin{cases} (-1)^n & n \neq 2 \\ \frac{4}{3} & n = 2 \end{cases}$$

برابر کدام است؟

$$\frac{2}{3}((-1)^n + (\frac{1}{3})^{n-1})u[n-2] \quad (1)$$

$$\frac{1}{3}((-1)^n - (\frac{1}{3})^{n-2})u[n-2] \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}((-1)^{n-1} + (\frac{1}{3})^{n-2})u[n-2] \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}((-1)^{n-1} - (\frac{1}{3})^{n-2})u[n-2] \quad (4)$$

۴۱- مقدار I در رابطه  $I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2(\frac{y\omega}{2})}{\sin^2(\frac{\omega}{2})} d\omega$ ، برابر کدام است؟

$$5 \quad (1)$$

$$10 \quad (2)$$

$$5\pi \quad (3)$$

$$14\pi \quad (4)$$

۴۲-  $H(j\omega) \triangleq H_r(j\omega) + jH_i(j\omega)$ ، به ترتیب، پاسخ ضربه و پاسخ فرکانسی یک سیستم حقیقی و علی می باشند (اندیس های  $r$ ،  $i$  نشانگر بخش های حقیقی و موهومی هستند).  $h(t), t \geq 0$  برابر کدام است؟

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} H_i(j\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_r(j\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (2)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_r(j\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (3)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} H_i(j\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (4)$$

۴۳- رابطه ورودی - خروجی یک سیستم زمان - گسسته به صورت زیر است:

$$y[n] = \begin{cases} 2x[n], & \text{اگر } n \text{ مضرب ۳ باشد} \\ -x[n], & \text{اگر } n \text{ مضرب ۳ نباشد} \end{cases}$$

اگر  $X(e^{j\omega})$  و  $Y(e^{j\omega})$ ، به ترتیب، تبدیل فوریه گسسته  $x[n]$ ،  $y[n]$  باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر بیان کننده رابطه این دو است؟

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}X(e^{j(\omega+\frac{2\pi}{3})}) + \frac{1}{3}X(e^{j(\omega-\frac{2\pi}{3})}) \quad (1)$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j(\omega+\frac{2\pi}{3})}) + X(e^{j(\omega-\frac{2\pi}{3})}) \quad (2)$$

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\frac{\omega+2\pi}{3}}) + X(e^{j\frac{\omega}{3}}) + X(e^{j\frac{\omega-2\pi}{3}}) \quad (3)$$

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}X(e^{j\frac{\omega+2\pi}{3}}) + X(e^{j\frac{\omega}{3}}) + \frac{1}{3}X(e^{j\frac{\omega-2\pi}{3}}) \quad (4)$$

۴۴- سیگنال  $x(t) = 1 + 2\cos(2\pi t) + 4\cos(4\pi t)$  از فیلتر  $h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A \frac{\sin(\pi(\frac{t}{T}))}{\pi t} \delta(t - nT)$  عبور کرده و سیگنال  $y(t)$  را تولید می‌کند.

مقادیر  $A$  و  $T$  برای آنکه  $y(t) = 1 + 4\cos(4\pi t)$  باشد، برابر کدام است؟

$$A = \frac{1}{2}, T = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$A = \frac{\pi}{2}, T = \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$A = 1, T = 1 \quad (3)$$

(4) امکان پذیر نیست.

۴۵- برای هر  $\omega_c \in \mathbb{R}$  خروجی سیستم  $S$  به ورودی  $x(t) = e^{j\omega_c t}$  به صورت  $y(t) = k(\omega_c)e^{j\omega_c t}$  است که  $k(\omega_c)$

یک ضریب ثابت وابسته به  $\omega_c$  است. کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

(1)  $S$  خطی است.

(2)  $S$  بدون حافظه است.

(3)  $S$  پایدار است.

(4) هیچ کدام

