268

F

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل ـ سال ۱۳۹۶

رشتهٔ امتحانی آمار (کد ۲۲۳۲)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعهٔ دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی ـ ریاضی عمومی ۱ و ۲ ـ مبانی احتمال ـ احتمال ۱ و ۲ ـ استنباط آماری ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه ـ سال ۱۳۹۵

مبانی آنالیز ریاضی ـ ریاضی عمومی ۱ و ۲:

۱- اگر $x_0 = 0$ و $x_1 = 1$ و برای هر $n > 1$، $x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n-2}}{2}$، کدام گزینه دربارهٔ $\lim x_n$ درست است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) 1

۴) وجود ندارد.

۲- مقدار $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k\sqrt{k}+1}{n^3} \sin\frac{k}{n}$ کدام است؟

۱) 0

۲) $\frac{\pi}{4}$

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) π

۳- سری $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n})^\alpha}$ همگرا است اگر و تنها اگر، ...

۱) $\alpha > 1$

۲) $\alpha \geq 2$

۳) $\alpha \geq 1$

۴) $\alpha > 0$

۴- فرض کنید $x > 0$ و $\{a_n\}$ دنباله‌ای از اعداد مثبت باشد که $\lim a_n = a > 0$. کدام گزینه دربارهٔ سری $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^n}{(x+a_1)(2x+a_2)\dots(nx+a_n)}$ درست است؟

۱) برای تمام مقادیر $x > 0$، واگراست.

۲) برای $x > 0$ همگراست.

۳) برای $x > a$ همگراست و برای $x < a$ واگراست.

۴) برای $x < a$ همگراست و برای $x > a$ واگراست.

۵- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} n!x^{n!}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ∞

۶- فرض کنید f بر بازهٔ $(0,1)$ مشتق‌پذیر باشد و $|f'(x)|<1$. اگر برای هر $n\in\mathbb{N}$، $a_n=f(\frac{1}{n})$، کدام گزینه دربارهٔ دنبالهٔ $\{a_n\}$ درست است؟

۱) کران‌دار است ولی می‌تواند واگرا باشد.

۲) یکنوا است.

۳) می‌تواند بی‌کران باشد.

۴) همگرا است.

۷- کدام گزینه دربارهٔ تابع $f(x)=[x]\sin^2(\pi x)$ بر $\mathbb{R}$ درست است؟

۱) برای هر $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=\pi[x]\sin(2\pi x)$.

۲) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر است.

۳) این تابع در هیچ نقطه‌ای مشتق‌پذیر نیست.

۴) این تابع فقط در نقاط صحیح مشتق‌پذیر نیست.

۸- اگر تابع f بر $[0,1]$ پیوسته باشد، مقدار $\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx-\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) π

۳) ۰

۴) ۱

۹- اگر تابع f بر بازهٔ $[0,\pi]$ دارای مشتق مرتبهٔ دوم پیوسته باشد و $f(\pi)=2$ و $\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x\,dx=5$ آنگاه مقدار $f(0)$ کدام است؟

۱) -3

۲) ۰

۳) ۳

۴) ۲

۱۰- مساحت درون بیضی $۴x^۲ + ۹y^۲ = ۳۶$ و بالای خط $۲x + ۳y = ۶$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$

۲) $\frac{۳\pi}{۴} - ۲$

۳) $\frac{۳\pi}{۴}$

۴) $\frac{۳\pi}{۲} - ۳$

مبانی احتمال ـ احتمال ۱ و ۲:

۱۱- دو بازیکن **A** و **B** یک جفت تاس سالم را یکی پس از دیگری به‌ترتیب پرتاب می‌نمایند و هر کدام که زودتر مجموع هفت را مشاهده نماید، برنده اعلام می‌شود. فرض کنید بازیکن **A** پرتاب اول را انجام دهد، احتمال برد **A** کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۱}$

۲) $\frac{۶}{۱۱}$

۳) $\frac{۷}{۱۱}$

۴) $\frac{۴}{۱۱}$

۱۲- ۹۰ بلیط بخت‌آزمایی توسط ۹ نفر، هر کدام ۱۰ بلیط خریداری می‌شود که شامل ۵ بلیط برنده است. احتمال اینکه هر ۵ بلیط برنده را یک نفر دریافت کند کدام است؟

۱) $\frac{۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰}{۸۶ \times ۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹ \times ۹۰}$

۲) $\frac{۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰}{۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹ \times ۹۰}$

۳) $\frac{۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹}{۸۶ \times ۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹}$

۴) $\frac{۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰}{۸۶ \times ۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹}$

۱۳- فرض کنید X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس $h(\mu) > 0$ باشد. مقدار $h(\mu)$ چقدر باشد تا مقدار $P(X \leq 0)$ بستگی به μ نداشته باشد؟

۱) $C\mu^2$

۲) $C\mu^2 + 1$

۳) $C|\mu|$

۴) $C|\mu| + 1$

۱۴- اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ و متغیر تصادفی Y به صورت $Y = \int_{-\infty}^{X} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$ تعریف شده باشد، مقدار $P(\frac{1}{5} < Y < \frac{1}{4})$، کدام است؟

۱) $0/1$

۲) $0/05$

۳) $0/95$

۴) $0/9$

۱۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع متقارن حول صفر باشد. با فرض وجود میانگین، گزینه صحیح، کدام است؟

۱) برای هر $a \in R$، $E(|X+a|) > E(|X-a|)$

۲) برای هر $a \in R$، $E(|X+a|) < E(|X-a|)$

۳) برای هر $a \in R$، $E(|X+a|) = E(|X-a|)$

۴) برای هر $a > 0$ $E|X+a| > E|X-a|$ و برای هر $a < 0$ $E|X+a| < E|X-a|$

۱۶- متغیر تصادفی مثبت X دارای تابع مولد احتمال $g(s) = \frac{s}{5-4s}$, $0 < s < \frac{5}{4}$ است. مقدار $P(X \leq 100)$ کدام است؟

۱) $1 - (\frac{1}{5})^{100}$

۲) $1 - (\frac{4}{5})^{101}$

۳) $1 - (\frac{4}{5})^{100}$

۴) $1 - (\frac{1}{5})^{101}$

۱۷- فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y مستقل از هم و دارای توزیع یکسان $N(1,1)$ باشند. مقدار $P(2-X<Y<X)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{5}$

۳) $\frac{1}{20}$

۴) $\frac{19}{20}$

۱۸- فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با تابع احتمال یکسان زیر باشند. مقدار $E\left(\frac{X_1}{X_2+1}\right)$ کدام است؟

$$P[X_1=k]=P[X_2=k]=pq^k \quad , \quad k=0,1,2,...$$

۱) $-\ln(q)$

۲) $-\ln(1+p)$

۳) $-\ln(1+q)$

۴) $-\ln(p)$

۱۹- فرض کنید عدد N به تصادف انتخاب شده از مجموعهٔ اعداد $\{1,2,...,10\}$ باشد و $X=I(N\leq 5)$, $Y=I($فرد N$)$ که در آن I تابع نشانگر است. ضریب همبستگی X و Y کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$

۲) $\frac{2}{5}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{4}{5}$

۲۰- ۱۲ نفر در طبقهٔ همکف یک فروشگاه ده طبقه، سوار آسانسور می‌شوند. هر شخص مستقل از سایرین و با شانس یکسان یکی از ده طبقه را برای پیاده شدن انتخاب می‌کند و هیچ شخص جدیدی سوار آسانسور نمی‌شود. این آسانسور به طور متوسط چند توقف خواهد داشت؟

۱) $۱۰+(\frac{۱}{۱۰})^{۱۲}$

۲) $۱۰(\frac{۹}{۱۰})^{۱۲}$

۳) $۱۰-(\frac{۱}{۱۰})^{۱۲}$

۴) $۱۰-\frac{۹^{۱۲}}{۱۰^{۱۱}}$

۲۱- فرض کنید هر فردی که وارد اداره پست می‌شود با احتمال $\frac{۱}{۳}$ یکی از سرویس‌های سفارشی، پیشتاز و یا عادی را برای ارسال‌نامه خود انتخاب می‌کند. به طور متوسط چند نفر وارد اداره پست شوند، تا هر سرویس حداقل یک بار مورد استفاده قرار گیرد؟

۱) ۴

۲) ۴/۵

۳) ۵

۴) ۵/۵

۲۲- فرض کنید $Y_{n+۱},\dots,Y_۱$ یک نمونه تصادفی از تابع توزیع پیوسته F و $X\sim DU(\{۱,\dots,n\})$ و مستقل از Y_iها باشد، مقدار $E\left[\sum_{i=۱}^{X} I_{[Y_i\le Y_{n+۱}]}\right]$ کدام است؟

۱) $\frac{n+۱}{۲}$

۲) $\frac{n+۱}{۴}$

۳) $\frac{n(n+۱)}{۲}$

۴) $\frac{n(n+۱)}{۴}$

۲۳- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی باشند به طوری که $x>0$ ، $f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ و $E(X^2|Y)=\frac{10}{\lambda^2}Y^2$ و $E(X|y)=\frac{3}{\lambda}Y$ ، مقدار $Var(Y)$ کدام است؟

۱) $\frac{17}{45}$

۲) $\frac{27}{45}$

۳) $\frac{4}{45}$

۴) $\frac{13}{45}$

۲۴- فرض کنید $X_1,\dots,X_N$ یک نمونه تصادفی N تایی از جامعه‌ای با تابع توزیع $F(x)$ باشد به طوری که $N\sim Ge(p)$ و از Xها مستقل است. مقدار $\lim_{p\to 1} F_{X_{(N)}}(x)$ کدام است؟ ($X_{(N)}$ بزرگترین آمارهٔ ترتیبی $X_1,\dots,X_N$ است)

۱) 0

۲) 1

۳) $1-F(x)$

۴) $F(x)$

۲۵- فرض کنید $X_1,\dots,X_{100}$ مستقل از یکدیگر و مقادیر ۲ و ۰٫۵ را با احتمال $\frac{1}{2}$ اختیار می‌کنند. قرار دهید $X=\prod_{i=1}^{100}X_i$ ، مقدار تقریبی $P(X>1024)$ بدون احتساب تصحیح پیوستگی کدام است؟

۱) ۰٫۱۵۸۷

۲) ۰٫۳۰۸۵

۳) ۰٫۶۹۱۵

۴) ۰٫۸۴۱۳

استنباط آماری ۱:

۲۶- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(ap,bp(1-p))$ باشد که در آن a و b مقادیر ثابت و معلوم مثبت و $p\in(0,1)$ نامعلوم است. آماره بسنده می‌نیمال برای p کدام است؟

۱) $\sum X_i$

۲) $\bar{X}(1-\bar{X})$

۳) $\bar{X}+S^2$

۴) $(\sum X_i,\sum X_i^2)$

۲۷- فرض کنید X تک نمونه‌ای از تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد ماکسیمم درستنمایی θ کدام است؟

$f(x;\theta) = ۲\theta x + (۱-\theta)$ و $۰ < x < ۱\ ,\ -۱ \leq \theta \leq ۱$

۱) $\hat{\theta}(x) = \begin{cases} -۱ & ۰ < x \leq \frac{۱}{۲} \\ ۱ & \frac{۱}{۲} < x < ۱ \end{cases}$

۲) $\hat{\theta}(x) = \begin{cases} ۱ & ۰ < x \leq \frac{۱}{۲} \\ -۱ & \frac{۱}{۲} < x < ۱ \end{cases}$

۳) $\hat{\theta}(x) = \left| x - \frac{۱}{۲} \right|$

۴) $\hat{\theta}(x) = ۲x - ۱$

۲۸- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت در بازهٔ $(\mu - \sqrt{۳}\sigma, \mu + \sqrt{۳}\sigma)$ باشد، که در آن $\mu \in \mathbb{R}$ و $\sigma > ۰$ می‌باشد. با فرض $X_{(۱)} = \min(X_i)\ ,\ X_{(n)} = \max(X_i)$، برآورد ماکسیمم درستنمایی بردار پارامتر $\theta = (\mu, \sigma)$ کدام است؟

۱) $(\frac{۱}{۲}(X_{(۱)} + X_{(n)}), \frac{۱}{۲\sqrt{۳}}(X_{(n)} - X_{(۱)}))$

۲) $(\frac{۱}{۲}(X_{(۱)} - X_{(n)}), \frac{۱}{۲\sqrt{۳}}(X_{(n)} + X_{(۱)}))$

۳) $(\frac{۱}{۲}(X_{(۱)} - X_{(n)}), \frac{۱}{\sqrt{۳}}(X_{(n)} + X_{(۱)}))$

۴) $(\frac{۱}{۲}(X_{(۱)} + X_{(n)}), \frac{۱}{\sqrt{۳}}(X_{(n)} - X_{(۱)}))$

۲۹- فرض کنید $X_۱,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(۰,\sigma^۲)$ باشد. با تعریف $Y = \sum_{i=۱}^{n} |X_i|$ و با در نظر گرفتن متغیر تصادفی $W = cY$ به ازای چه مقدار از c، W یک برآورد کننده نااریب برای σ است؟

۱) $\frac{۱}{n}\sqrt{\frac{\pi}{۲}}$

۲) $\frac{۱}{n}\sqrt{\frac{۲}{\pi}}$

۳) $\frac{۱}{n}\sqrt{\pi}$

۴) $\frac{۱}{n\sqrt{\pi}}$

۳۰- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. مقدار $E\left[S^2 \mid \bar{X}\right]$ کدام است؟ (S^2 واریانس نمونه‌ای ناریب است)

۱) $\dfrac{(n-1)\bar{X}(1-\bar{X})}{n}$

۲) $\dfrac{n\bar{X}(1-\bar{X})}{n+1}$

۳) $\bar{X}(1-\bar{X})$

۴) S^2

۳۱- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 باشد. با تعریف $T = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} iX_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$، برآوردگر ناریب صفر بر مبنای T کدام است؟

۱) T

۲) $T-\dfrac{n-1}{2}$

۳) $T-\dfrac{n+1}{2}$

۴) $T-\dfrac{n+1}{2}\sigma$

۳۲- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ و $Y_1,\dots,Y_m$ دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های به ترتیب نمایی با میانگین θ_1 و θ_2 باشند. UMVUE پارامتر $\gamma(\theta_1,\theta_2)=(\theta_1-\theta_2)^2$ کدام است؟

۱) $(\dfrac{n+1}{n}\bar{X}-\dfrac{m+1}{m}\bar{Y})^2$

۲) $(\dfrac{n}{n+1}\bar{X}-\dfrac{m}{m+1}\bar{Y})^2$

۳) $\dfrac{n+1}{n}\bar{X}^2+\dfrac{m+1}{m}\bar{Y}^2-2\bar{X}\bar{Y}$

۴) $\dfrac{n}{n+1}\bar{X}^2+\dfrac{m}{m+1}\bar{Y}^2-2\bar{X}\bar{Y}$

۳۳- فرض کنید $X_1,...,X_n$ ($n \geq 2$) نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر $p \in [0,1]$ باشد. برآورد UMVU برای p^{n-1} کدام است؟

۱) $\bar{x}^{n-1}$

۲) $\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_i = 0,1,...,n-2 \\ \frac{1}{n} & \sum x_i = n-1 \\ 1 & \sum x_i = n \end{cases}$

۳) $\frac{(\sum x_i - 1)\sum x_i}{n(n-1)}$

۴) $\delta(\underline{x}) = \begin{cases} 0 & \sum x_i = 0,1,...,n-3 \\ \frac{n-1}{n} & \sum x_i = n-2, n-1 \\ 1 & \sum x_i = n \end{cases}$

۳۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر θ باشد. مقدار $cov(\bar{X}, S^2)$ کدام است؟ ($\bar{X}$ میانگین نمونه‌ای و S^2 واریانس نمونه‌ای ناریب است.)

۱) 0

۲) $-\frac{\theta}{n}$

۳) $\frac{\theta}{n}$

۴) $n\theta$

۳۵- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,\sigma^2)$ باشد. میزان اطلاع فیشر نمونه برای پارامتر σ کدام است؟

۱) $\frac{2n}{\sigma^2}$

۲) $\frac{n}{\sigma^2}$

۳) $\frac{n}{\sigma^4}$

۴) $\frac{5n}{2\sigma^2}$

۳۶- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین θ باشد. اگر $\frac{1}{\theta}$ دارای توزیع پیشین $\Gamma(\alpha,\beta)$ با میانگین $\frac{\alpha}{\beta}$ و تابع زیان مربع خطا باشد، برآوردگر بیز $e^{-\frac{1}{\theta}}$ کدام است؟

۱) $\left(\frac{\alpha+\sum X_i}{\alpha+\sum X_i+1}\right)^{n+\beta}$

۲) $\left(\frac{\beta+\sum X_i}{\beta+\sum X_i+1}\right)^{n+\alpha+1}$

۳) $\left(\frac{\beta+\sum X_i}{\beta+\sum X_i+1}\right)^{n+\alpha}$

۴) $\left(\frac{\alpha+\sum X_i}{\alpha+\sum X_i+1}\right)^{n+\beta+1}$

۳۷- فرض کنید $X\sim\Gamma(2,\lambda)$، $Y\sim\Gamma(3,2\lambda)$، $Z\sim\Gamma(4,3\lambda)$ سه متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. با انتخاب تابع زیان مربع خطا و توزیع پیشین $\Gamma(2,4)$ با میانگین $\frac{1}{2}$، برآوردگر بیز λ^{-1} کدام است؟

۱) $\frac{X+2Y+3Z+4}{7}$

۲) $\frac{X+2Y+3Z+4}{10}$

۳) $\frac{X+2Y+3Z}{10}$

۴) $\frac{10}{X+2Y+3Z+4}$

۳۸- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $P(\lambda)$ باشد. با انتخاب توزیع پیشین $\lambda\sim E(1)$ و تابع زیان $L(\lambda,\delta)=\frac{(\delta-\lambda)^2}{\delta}$، برآوردگر بیز λ کدام است؟

۱) $\frac{1}{n}\sqrt{\sum X_i(\sum X_i+1)}$

۲) $\frac{1}{n+1}\sqrt{(\sum X_i+1)(\sum X_i+2)}$

۳) $\frac{1}{n}\sum X_i(\sum X_i+1)$

۴) $\frac{1}{n+1}(\sum X_i+1)$

۳۹- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ دارای توزیع پیشین $Pa(2,1)$ با تابع چگالی احتمال $\pi(\theta) = \frac{2}{\theta^3}, \theta > 1$ باشد. تحت تابع زیان $L(\theta, \delta) = (\sqrt{\frac{\delta}{\theta}} - \sqrt{\frac{\theta}{\delta}})^2$ برآوردگر بیز θ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{n(n+2)}}{n+1} \max(1, X_{(n)})$

۲) $\sqrt{\frac{n(n+2)}{n+1}} \max(1, X_{(n)})$

۳) $\frac{n+1}{\sqrt{n(n+2)}} \max(1, X_{(n)})$

۴) $\sqrt{\frac{n+3}{n+1}} \max(1, X_{(n)})$

۴۰- فرض کنید $X_1, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین θ و واریانس ۱ باشد. با انتخاب توزیع پیشین ناسره با تابع چگالی $\pi(\theta) = 1$ برای θ تحت تابع زیان قدر مطلق خطا، برآوردگر بیز تعمیم یافته θ کدام است؟

۱) ۱

۲) n

۳) $\bar{X}$

۴) $n\bar{X}$

۴۱- فرض کنید X یک مشاهده از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد برآوردگر $X + a$ برای پارامتر μ درست است؟ ($a \neq 0$ ثابت است)

۱) تحت توزیع پیشین ناسره $\pi(\mu) = e^{a\mu}$، برآورد بیز تعمیم‌یافته μ است.

۲) برآوردگر مجاز (پذیرفتنی) است.

۳) برآوردگر UMVU است.

۴) برآوردگر مینیماکس است.

۴۲- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(0,\theta)$ باشد تحت تابع زیان $L(\theta,\delta)=(\frac{\delta}{\theta}-1)^2$ کدام‌یک از برآوردگرهای زیر برای θ مینیماکس است؟

۱) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

۲) $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

۳) $\frac{2}{n+2}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

۴) $\frac{1}{n+2}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

۴۳- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. تحت تابع زیان $L(p,\delta)=\frac{(p-\delta)^2}{p(1-p)}$، برآوردگر مینیماکس پارامتر p کدام است؟

۱) $\bar{X}$

۲) $\frac{1}{2}\bar{X}+\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{3}\bar{X}+\frac{2}{3}$

۴) $\frac{n\bar{X}}{n+1}$

۴۴- فرض کنید X دارای توزیع برنولی با پارامتر $\theta\in[0,1]$ باشد. تحت تابع زیان مربع خطا، کدام‌یک از برآوردگرهای زیر غیرمجاز (ناپذیرفتنی)اند؟

۱) X

۲) $2X$

۳) $\delta(X)=0$

۴) $\delta(X)=\frac{1}{2}$

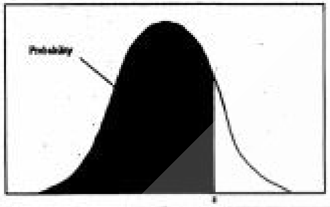
۴۵- فرض کنید $X|\theta \sim N(\theta,1)$ و $\theta \sim N(0,1)$ باشند. با انتخاب تابع زیان مربع خطای وزنی با وزن $w(\theta) = e^{\frac{3}{4}\theta^2}$، گزینه صحیح کدام است؟

۱) $\delta_B(X) = 2X$ برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.

۲) $\delta_B(X) = 2X$ برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

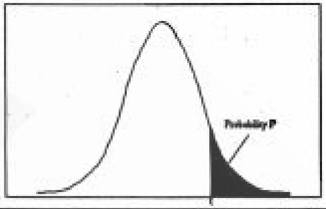
۳) $\delta_B(X) = \frac{1}{2}X$ برآوردگر بیز یکتا و مجاز (پذیرفتنی) است.

۴) $\delta_B(X) = \frac{1}{2}X$ برآوردگر بیز یکتا و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) است.



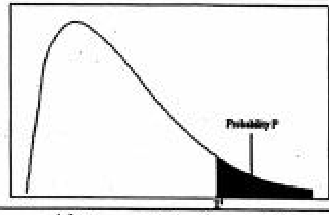
سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.4878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df\a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671