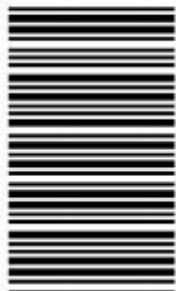


کد کنترل

285

E



285E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۳۹۷

رشته علوم کامپیوتر (کد ۲۲۴۷)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ساختمان گسسته - منطق - نظریه علوم کامپیوتر	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای نمایی انجمن علمی و حلقه‌های آنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر حرمان رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- به چند طریق می‌توان از نقطه $(1, 2, 1)$ به نقطه $(4, 5, 6)$ در R^3 رفت به طوری که فقط در هر مرحله یک واحد در جهت مثبت یکی از محورها بتوانیم حرکت کنیم؟

$$\begin{array}{r} \frac{11!}{3!3!5!} \quad (1) \\ \frac{15!}{4!5!6!} - \frac{4!}{2!} \quad (2) \\ \frac{15!}{4!5!6!} \quad (3) \\ \frac{15!}{4!5!6!} - \frac{11!}{4!5!6!} \quad (4) \end{array}$$

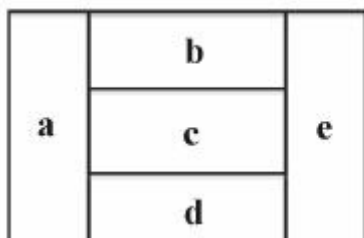
۲- در شکل زیر ۱۴ نقطه (روی یک مستطیل) داده شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نقطه انتخاب کرد که رئوس یک مثلث باشند؟



۳- می‌خواهیم دنباله‌ای دودویی به طول ۸ بسازیم که شامل هیچ‌یک از بلوک‌های $x = 11110$ و $y = 0111$ نباشد. این کار به چند طریق قابل انجام است؟

$$\begin{array}{r} 232 \quad (1) \\ 183 \quad (2) \\ 171 \quad (3) \\ 120 \quad (4) \end{array}$$

۴- نقشه زیر که از ۵ ناحیه مستطیل شکل e و d و c و b و a تشکیل شده، قرار است با ۱۰ رنگ رنگ آمیزی شود به طوری که هر ناحیه با یک رنگ رنگ شود و نواحی مجاور، غیرهمرنگ باشند. این کار به چند طریق ممکن است؟



(۱) ۳۵۲۹۰

(۲) ۴۱۰۴۰

(۳) ۵۰۳۰

(۴) ۵۶۷۰

۵- در چند درخت فراگیر از K_5 با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ فاصله دو رأس a و b برابر با ۲ است؟

(۴) ۴۵

(۳) ۴۲

(۲) ۳۶

(۱) ۲۷

۶- فرض کنید G یک گراف ۱۱ رأسی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) \bar{G} و G نمی توانند هر دو مسطح باشند.(۲) اگر G مسطح باشد یال های آن حداکثر ۲۶ است.(۳) حداقل یکی از G و \bar{G} مسطح است.(۴) یکی از G و \bar{G} شامل K_5 است.

۷- تعداد مثلث هایی که طول هر ضلع آن ها یک عدد صحیح و محیطشان مساوی ۲۴ باشد، کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۲۴

(۳) ۱۶

(۴) ۱۲

۸- کم ترین مقدار عدد طبیعی n به طوری که گزاره زیر درست باشد، کدام است؟

«یال های K_n را به هر طریق دلخواه با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم، یا یک $K_{1,4}$ با یال های قرمز خواهیم داشت یا یک $K_{1,4}$ با یال های آبی.»

$K_{n,m}$ گراف کامل دوبخشی است با دو بخش m تایی و n تایی.

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

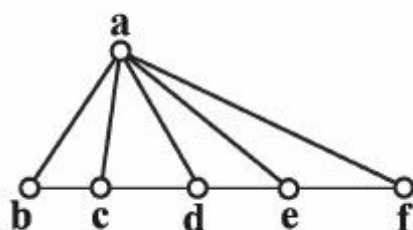
۹- تعداد درخت های فراگیر در گراف زیر چندتا است؟

(۱) ۲۸

(۲) ۵۵

(۳) ۱۱۰

(۴) ۱۴۴



۱۰- در گراف P_9 (گراف مسیر با ۹ رأس)، هر دو رأس با فاصله ۲ را به یکدیگر وصل می‌کنیم. اگر x و y دو رأس با درجه ۲ در این گراف جدید باشند، چند مسیر بین x و y وجود دارد؟

(۱) ۴۴

(۲) ۵۵

(۳) ۸۱

(۴) ۸۹

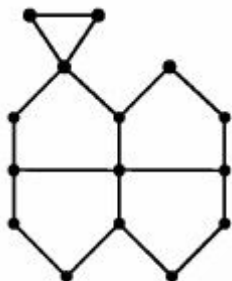
۱۱- اگر A ماتریس مجاورت گراف روبه‌رو باشد، در این صورت $\text{tr}(A^3)$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۶



۱۲- روی وجوه یک تاس عددهای ۱، ۳، ۹، ۲۷، ۸۱، ۲۴۳ نوشته شده است. این تاس را سه بار می‌ریزیم و مجموع عددهای ظاهر شده را یادداشت می‌کنیم. عدد حاصل، چند حالت ممکن دارد؟

(۱) ۲۰

(۲) ۳۲

(۳) ۵۶

(۴) ۸۴

۱۳- در یک آزمون تستی ۳۰ سوال ۵ گزینه‌ای داده شده است. پاسخ صحیح ۵ امتیاز و پاسخ غلط ۱- امتیاز دارد. حداقل چند نفر در این آزمون شرکت کرده باشند تا به طور حتم بتوانیم بگوییم امتیاز ۳ نفر یکسان است؟

(۱) ۳۶۳

(۲) ۳۴۳

(۳) ۳۰۳

(۴) ۲۸۳

۱۴- برای هر عدد طبیعی n ، $f(n)$ برابر است با تعداد روش‌های نوشتن n به صورت مجموع چند عدد طبیعی به صورت $n = a_1 + a_2 + \dots + a_k$ به طوری که $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_k \leq a_1 + 1$. به عنوان مثال $f(4) = 4$ چون $4 = 2 + 2 = 1 + 1 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1$ در این صورت $f(100)$ کدام است؟

(۱) 10^2 (۲) 2^{10} (۳) 10^{10} (۴) $(10!)^2$

۱۵- تعداد سه تایی‌های مرتب (x_1, x_2, x_3) از اعداد صحیح نامنفی که در نامساوی‌های $100 \leq x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 109$ صدق می‌کنند، برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۶۲۵ (۲) ۸۷۵ (۳) ۱۰۰۵ (۴) ۱۲۶۵

۱۶- چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعه $\{\rightarrow, \leftrightarrow, \vee, \wedge, \neg\}$ از رابطه‌های گزاره‌ای، کارساز (کامل) هستند؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۳
(۳) ۱۴
(۴) ۱۵

۱۷- مجموعه زیر از فرمول‌های گزاره‌ای چه تعداد زیرمجموعه مستقل و هم‌ارز دارد؟

$$\{(\neg P_1) \wedge P_2, P_1 \rightarrow P_2, P_1 \leftrightarrow (\neg P_2)\}$$

- (۱) ۰
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۸- فرض کنید L یک زبان مرتبه اول با تنها پارامتر $R(x, y)$ باشد. کدام یک از خانواده‌های زیر از L - ساختارها، اصل‌پذیر نیست؟

- (۱) خانواده همه رابطه‌های هم‌ارزی که تعدادی متناهی رده هم‌ارزی دارند.
(۲) خانواده همه رابطه‌های هم‌ارزی که هیچ دو عضوی در یک رده هم‌ارزی آن‌ها قرار ندارند.
(۳) خانواده همه رابطه‌های هم‌ارزی که بی‌نهایت رده هم‌ارزی دارند.
(۴) خانواده همه رابطه‌های هم‌ارزی که دقیقاً دو رده هم‌ارزی دارند.

۱۹- چه تعداد از مجموعه‌های زیر ارضاء‌پذیر است؟

$$\{R(x_1, x_2), (R(x_2, x_1) \rightarrow R(x_1, x_2)), R(x_1, x_1)\}$$

$$\{R(x_1, x_1), (R(x_1, x_2) \rightarrow R(x_2, x_1))\}$$

$$\{\neg \exists x_1 S(x_1), (S(x_1) \wedge S(x_2)), (S(x_2) \rightarrow S(x_3))\}$$

- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۰

۲۰- کدام یک از جملات زیر در زبان مرتبه اول حسابی، قابل بیان نیست؟

- (۱) مجموع دو عدد فرد، زوج است.
(۲) هر زیرمجموعه از مجموعه اعداد طبیعی، کوچک‌ترین عضو را دارد.
(۳) هر زیرمجموعه 100 عضوی از اعداد طبیعی، کران بالا دارد.
(۴) به‌ازای هر سه عدد، عددی وجود دارد که از مجموع مربعات آنها، کوچک‌تر است.

۲۱- رابطه یک موضعی «فرد بودن» در چه تعداد از ساختارهای $(\mathbb{R}, +)$ ، (\mathbb{N}, \times) و (\mathbb{Z}, \leq) تعریف پذیر است؟

- (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
۳ (۴)

۲۲- با حذف قاعده تناقض $\frac{\perp}{A}$ از دستگاه استنتاج طبیعی، کدام یک از فرمول‌های مرتبه اول زیر، قابل استنتاج نخواهد بود؟

(R و S نمادهای محمولی دلخواه هستند.)

$$(1) \exists x R \rightarrow \neg \forall x \neg R$$

$$(2) R \vee \neg R$$

$$(3) (\neg \neg R) \rightarrow R$$

$$(4) (R \wedge \neg R) \rightarrow S$$

۲۳- کدام یک از جانشینی‌های زیر، گزاره $\varphi = (\neg p \leftrightarrow q) \wedge (\neg p \wedge q)$ را به یک گزاره همان‌گو تبدیل می‌کند؟

$$(1) p := \varphi \rightarrow p, q := \varphi \wedge q$$

$$(2) q := q \rightarrow \varphi, p := p \wedge \varphi$$

$$(3) p := p \rightarrow \varphi, q := q \wedge \varphi$$

$$(4) p := \varphi \wedge p, q := \varphi \rightarrow q$$

۲۴- چه تعداد از استنتاج‌های زیر در منطق گزاره‌ای معتبرند؟

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow r$$

- (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
۳ (۴)

۲۵- می‌گوییم یک گزاره در زبان منطق گزاره‌ای n -متغیره است اگر (الف) هیچ گزاره هم‌ارزی نداشته باشد که در

ساخت آن کمتر از n متغیر به‌کار رفته باشد، (ب) یک گزاره هم‌ارز داشته باشد که در ساخت آن n متغیر به‌کار

رفته باشد. حداکثر چند گزاره ۳ متغیره غیر هم‌ارز داریم که با اتم‌های P_1, P_2, P_3 ساخته شده باشد؟

- ۲۴۰ (۱)
۲۵۶ (۲)
۴۹۶ (۳)
۵۱۲ (۴)

۲۶- فرض کنید L یک زبان مرتبه اول با تنها یک پارامتر $R(x,y)$ باشد. فرض کنید A یک مجموعه n -عضوی باشد. چه تعداد L -ساختار با دامنه A می توان ساخت؟ ($n \neq 0$)

(۱) ۱

(۲) n (۳) 2^n (۴) $2(n^2)$

۲۷- چه تعداد استنتاج های زیر در حالت کلی برقرار است؟

$$\varphi(x,y) \vdash \forall x \forall y \varphi(x,y)$$

$$\{\forall x \varphi(x), \forall x (\varphi(x) \rightarrow \Psi(x))\} \vdash \forall x \Psi(x)$$

$$\forall x \exists y \forall z \Psi(x,y,z) \vdash \exists y \forall z \forall x \Psi(x,y,z)$$

$$\exists x (\varphi(x) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x (\varphi(x) \rightarrow \Psi(x))$$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۸- فرض کنید Σ یک مجموعه نامتناهی و تصمیم پذیر از جملات یک زبان مرتبه اول باشد. کدام یک از ادعاهای زیر در مورد مجموعه نتایج منطقی Σ ، لزوماً درست است؟

(۱) شماره پذیر کارآمد (r.e.) است.

(۲) متمم آن شماره پذیر کارآمد (r.e.) است.

(۳) تصمیم ناپذیر است.

(۴) سازگار است.

۲۹- به زبان منطق گزاره ای، یک رابطه ۲- موضعی جدید می افزاییم. از کدام یک از طول های زیر، هیچ فرمول گزاره ای وجود ندارد؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳۰- فرمول گزاره ای $((P_1 \rightarrow (\neg P_2)) \wedge P_2)$ چند زیر فرمول گزاره ای سره دارد؟

(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۳۱- در مورد زبان $\{M\}$ یک اتوماتون از نوع A و $e(m)$ کدینگ M است. $L_A = \{e(m) \mid m \in M\}$ اگر کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر A اتوماتون متناهی باشد آنگاه L_A منظم است.

(۲) اگر A اتوماتون پشته‌ای باشد آنگاه L_A مستقل از متن است.

(۳) اگر A ماشین تورینگ باشد آنگاه L_A حساس به متن است.

(۴) اگر A ماشین تورینگ باشد آنگاه L_A تصمیم‌پذیر نیست.

۳۲- کدام گزینه در مورد توصیف یا ارائه زبان دلخواه L صحیح است؟

(۱) اگر L دارای یک توصیف متناهی باشد آنگاه L تصمیم‌پذیر است.

(۲) اگر L دارای یک توصیف متناهی باشد آنگاه هر توصیف L متناهی است.

(۳) تعیین هم‌ارزی دو توصیف متناهی برای L تصمیم‌پذیر است.

(۴) هر توصیف متناهی برای L در هر الفبای حداقل دو حرفی دلخواه متناهی است.

۳۳- زبان $L \subseteq \Sigma^*$ توسط اتوماتون متناهی قطعی A پذیرفته می‌شود که از هیچ کدام از حالات پذیرش آن گذاری به حالات غیرپذیرش وجود ندارد. کدام گزینه در مورد زبان L صحیح است؟

$$(1) \forall x, y \in \Sigma^* \quad x \in L \Rightarrow xy \in L$$

$$(2) \forall x, y \in \Sigma^* \quad x \in L \Rightarrow yx \in L$$

$$(3) \forall x, y \in L \quad (xy)^* \in L$$

$$(4) \forall x, y \in L \quad x^*y^* \in L$$

۳۴- در اتوماتون متناهی قطعی $X = (Q_1, \Sigma, q_1, A_1, \delta_1)$ و $Y = (Q_2, \Sigma, q_2, A_2, \delta_2)$ مفروض است. کدام گزینه

در مورد زبان اتوماتون متناهی قطعی $Z = (Q_1 \times Q_2, \Sigma, (q_1, q_2), A_1 \times A_2, \delta)$ صحیح است

که $(\forall a \in \Sigma, q_i, q_j \in Q_1, q'_i, q'_j \in Q_2: \delta((q_i, q'_i), a) = (q_j, q'_j) \Leftrightarrow \delta_1(q_i, a) = q_j \wedge \delta_2(q'_i, a) = q'_j)$

$$(1) L(Z) = L(X) \cdot L(Y)$$

$$(2) L(Z) = L(X) \cap L(Y)$$

$$(3) L(Z) = L(X) \cup L(Y)$$

$$(4) L(Z) = L(X) - L(Y)$$

۳۵- کدام یک از عبارات منظم زیر برای الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ معادل با Σ^* است؟

$$(1) a^* + b^*$$

$$(2) (ab)^*$$

$$(3) (a + b)^*$$

$$(4) ab^* + a^*b$$

- ۳۶- کدام گزینه در مورد گرامرهای منظم صحیح است؟
- هرگرامری که سمت راست تمام قواعد آن حداکثر دارای یک متغیر باشد، منظم است.
 - تمام قواعد هر گرامر منظم دارای حداکثر دو متغیر در سمت راست خود هستند.
 - هرگرامر منظم دارای یک گرامر مستقل از متن معادل است که سمت راست تمام قواعد آن، حداکثر دارای یک متغیر است.
 - هرگرامر مستقل از متن که در سمت راست تمام قواعد آن حداکثر یک متغیر و حداکثر یک حرف الفبا وجود داشته باشد، منظم است.
- ۳۷- در گرامر مستقل از متن $\sigma = (V, \Sigma, S, P)$ روی الفبای Σ دنباله قواعد $A \Rightarrow^* \alpha A \beta$ وجود ندارد که $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup V)^*$, $A \in V$ کدام گزینه در مورد زبان G صحیح است؟
- می تواند منظم نباشد.
 - همواره متناهی است.
 - همواره منظم است ولی می تواند متناهی نباشد.
 - تعداد اعضای آن نسبت به اندازه V چندجمله ای است.
- ۳۸- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته ای صحیح است؟
- اگر گرامر G مبهم باشد، توسط هیچ اتوماتون پشته ای قطعی پذیرفته نمی شود.
 - هر زبان حساس به متن را می توان توسط یک اتوماتون پشته ای پذیرفت.
 - اگر زبان L توسط یک اتوماتون پشته ای پذیرفته شود آنگاه L مبهم نیست.
 - توان محاسباتی اتوماتون پشته ای غیرقطعی از اتوماتون پشته ای قطعی بیشتر است.
- ۳۹- کدام گزینه در مورد گرامرهای حساس به متن صحیح است؟
- زبان گرامرهای حساس به متن معادل با زبان های بازگشتی است.
 - هر زبان گرامر حساس به متن توسط یک اتوماتون پشته ای غیرقطعی پذیرفته می شود.
 - زبان گرامرهای طول افزایشی زیرمجموعه صریح زبان گرامرهای حساس به متن است.
 - زبان هر گرامر حساس به متن توسط یک اتوماتون خطی محدود پذیرفته می شود.
- ۴۰- هر نمونه x از مسئله A در زمان $f(|x|)$ به $g(|x|)$ نمونه از مسئله B قابل تبدیل است که از جواب این مسائل می توان جواب x را در زمان $h(|x|)$ به دست آورد. کدام گزینه صحیح است؟
- مستقل از f و g و h ، اگر B در زمان چند جمله ای قابل حل باشد آنگاه A نیز در زمان چندجمله ای قابل حل است.
 - مستقل از f و g و h ، مسئله B حداقل به اندازه مسئله A سخت است.
 - در صورتی که f ، g و h چندجمله ای باشند مسئله B حداقل به اندازه مسئله A سخت است.
 - مستقل از f و g و h ، اگر A تصمیم ناپذیر باشد آنگاه B نیز تصمیم ناپذیر است.
- ۴۱- کدام گزینه صحیح است؟
- هر زبان بازگشتی با یک گرامر حساس به متن قابل بیان است.
 - زبان هر اتوماتون خطی محدود توسط یک گرامر حساس به متن قابل بیان است.
 - هر زبان بازگشتی توسط یک اتوماتون خطی محدود پذیرفته می شود.
 - هر زبان بازگشتی شمارش پذیر (r.e.) توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته می شود که به ازای هر ورودی متوقف می شود.

۴۲- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) طبق تر چرچ - تورینگ تعداد الگوریتم‌های حل مسائل ناشمارا است.
- (۲) تعداد مسائلی که دارای هیچ الگوریتمی نیستند ناشمارا است.
- (۳) هر زبان توسط تعداد متناهی ماشین تورینگ پذیرفته می‌شود.
- (۴) هر زبان که توسط یک ماشین تورینگ پذیرفته شود، توسط یک ماشین تورینگ قابل تصمیم‌گیری نیز هست.

۴۳- اگر $P(x)$ و $Q(x)$ دو محمول بازگشتی اولیه باشند، کدام گزینه می‌تواند بازگشتی اولیه نباشد؟

- (۱) $P(Q(x))$
- (۲) $\forall x (x \leq y \rightarrow P(x))$
- (۳) $P(x) \vee Q(x)$
- (۴) $\forall x (P(x) \vee Q(x))$

۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر تابع محاسبه‌پذیر تام، بازگشتی شمارش‌پذیر است.
- (۲) هر تابع بازگشتی اولیه، بازگشتی است.
- (۳) هر تابع محاسبه‌پذیر جزئی، بازگشتی شمارش‌پذیر است.
- (۴) هر تابع تصمیم‌پذیر، بازگشتی است.

۴۵- کدام گزینه در مورد مجموعه بازگشتی شمارش‌پذیر A صحیح نیست؟

- (۱) A برد یک تابع بازگشتی اکیداً صعودی است.
- (۲) A برد یک تابع بازگشتی اولیه است.
- (۳) A دامنه یک تابع بازگشتی اکیداً صعودی است.
- (۴) اگر F یک تابع بازگشتی اولیه باشد آنگاه مجموعه $\{f(x) | x \in A\}$ بازگشتی شمارش‌پذیر است.



