



دانلود نمونه سوالات آزمون های استخدامی

نمونه سوالات تخصصی رشته مدیریت

پژوهش (۸۰ سوال)

به همراه پاسخنامه تشریحی



پژوهش

۱. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. در صورتیکه کلیه $x_j > 0$ ها باشند، کدام گزینه در مورد جواب بهینه صحیح است؟

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{s.t.}$$

(۱) جواب بهینه همه x_j ها مساوی صفر هستند.

(۲) جواب بهینه محدودیت ندارد.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1 \dots m \quad x_j \geq 0$$

(۳) مسئله جواب بهینه ندارد.

(۴) جواب بهینه بستگی به مقدار سمت راست و ضرایب متغیرها در محدودیت‌ها دارد.

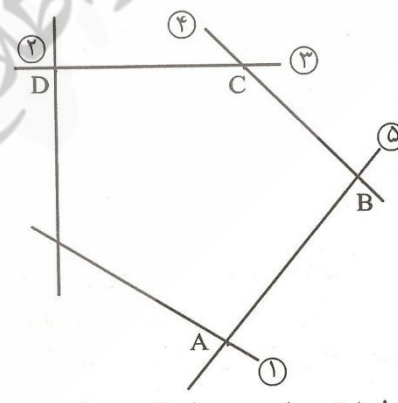
۲. ناحیه موجه زیر برای یک برنامه‌ریزی خطی را در نظر بگیرید. اعداد روی خطوط شماره محدودیت‌های مربوطه را نشان می‌دهند. فرض کنید S_i متغیر کمکی محدودیت i ام باشد. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) در گوشه A متغیرهای S_1 و S_3 و S_4 پایه‌ای هستند.

(۲) در گوشه B متغیرهای S_1 و S_2 و S_3 پایه‌ای هستند.

(۳) در گوشه C متغیرهای S_1 و S_2 و S_5 پایه‌ای هستند.

(۴) در گوشه D متغیرهای S_1 و S_4 و S_5 پایه‌ای هستند.



۳. مدت زمان مورد نیاز برای تولید هر واحد از محصول A نیم برابر محصول B و دو برابر محصول C است. اگر کل زمان در دسترس نیروی انسانی در روز صرف تولید محصول B شود، می‌توان ۲۰۰ واحد از محصول B را ساخت. با فرض اینکه A و B و C تعداد تولید هر یک از محصولات را نشان دهد محدودیت معادل عبارت فوق کدام است؟

$$A + \frac{1}{2}B + 2C \leq 200 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}A + B + 2C \leq 200 \quad (۱)$$

$$2A + 4B + C \leq 800 \quad (۴)$$

$$A + 2B + 4C \leq 800 \quad (۳)$$

۴. مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر به حداقل چند متغیر کمکی برای حل نیاز دارد؟

$$\text{Max } z = 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 6x_4$$

$$\text{s.t. } x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$x_2 + x_4 = 6 \quad x_1, 2, 3, 4 \geq 0$$

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) هیچ

۵. در یک مسأله برنامه‌ریزی حمل و نقل با n مبدأ و m مقصد و مقادیر صحیح برای عرضه و تقاضای گره‌ها،

پس از حل دریافتیم که تنها می‌توان مقادیر صحیحی را روی کمان‌ها جابه‌جا نمود در این صورت:

(۱) مقدار هزینه بهینه افزایش می‌یابد. (۲) مقدار هزینه بهینه کاهش می‌یابد.

(۳) مقدار هزینه بهینه تغییر می‌کند. (۴) مقدار هزینه بهینه تغییر نمی‌کند.

۶. شبکه زیر را در نظر بگیرید. اعداد روی بردارها بیانگر مقدار جریان می‌باشد. با توجه به برش الف کدام عبارت

صحیح است؟



(۱) حداقل جریان از مبدأ به مقصد ۱۶ است

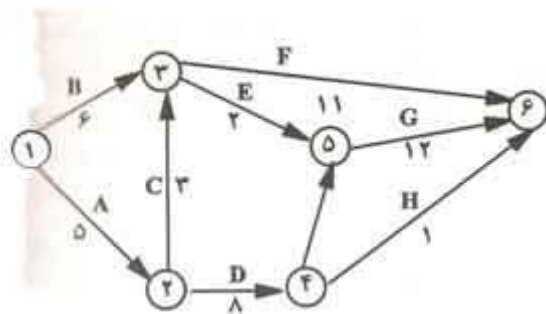
(۲) حداکثر جریان از مبدأ به مقصد ۱۶ است

(۳) مقدار جریان از مبدأ به مقصد بیش از ۱۶ است

(۴) حداکثر جریان از مبدأ به مقصد نمی‌تواند بیش از ۱۶ باشد

۷. شبکه مربوط به اجرای یک پروژه به صورت زیر نشان داده شده است. مسیر بحرانی این شبکه با توجه به

مقدار بهینه کدام گزینه است؟



(۱) ۱ → ۲ → ۳ → ۵ → ۶ با مقدار ۲۲

(۲) ۱ → ۲ → ۳ → ۵ → ۶ با مقدار ۲۵

(۳) ۱ → ۲ → ۳ → ۵ → ۶ با مقدار ۲۵

(۴) ۱ → ۲ → ۳ → ۵ → ۶ با مقدار ۲۹

۸. در مسأله تخصیص زیر چند جواب بهینه داریم؟ (فرض کنید اعداد جدول هزینه باشد)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

	D_1	D_2	D_3	
S_1	۸	۹	۱۱	۱
S_2	۱۱	۱۲	۱۴	۱
S_3	۱۰	۱۱	۱۳	۱
	۱	۱	۱	

۹. جدول حمل و نقل زیر داده شده است. می‌دانیم $x_{12}^* = x_{13}^* = x_{21}^* = x_{32}^* = 5$ در این صورت اگر

$C^* = 24$ باشد، مقدار X کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

	مقصد	۱	۲	۳	S_i عرضه
مبدأ	۱	۳	۹	۱	۱۰
	۲	۱	x	۴	۲۰
	۳	۲	۸	۶	۱۰
	تقاضا D_j	۵	۳۰	۵	

۱۰. مسئله داده شده $\begin{cases} \text{minimize, } 2|x_1| + x_2 \\ \text{st: } x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$ معادل کدام مسئله زیر است؟

$$\begin{cases} \text{minimize, } 2z_1 + x_2 \\ \text{st: } x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \leq z_1 \\ x_1 \leq -z_1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} \text{minimize, } 2z_1 + x_2 \\ \text{st: } -x_1 + x_2 \geq 4 \\ -x_1 \geq z_1 \\ -x_1 \geq -z_1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} \text{minimize, } 2z_1 + x_2 \\ \text{st: } x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \leq z_1 \\ -x_1 \leq z_1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} \text{minimize, } -2z_1 + x_2 \\ \text{st: } x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq z_1 \\ x_1 \geq -z_1 \end{cases} \quad (۳)$$

۱۱. زمان تولید محصول (۱) نصف زمان تولید محصول (۲) و $\frac{2}{3}$ زمان تولید محصول (۳) است. اگر موسسه‌ای تمام زمان خود را صرف تولید محصول (۲) کند. قادر به تولید حداکثر ۵۰۰ واحد از این محصول خواهد بود. محدودیتی که مسئله فوق را بیان می‌کند عبارتست از:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 1500 \quad (2) & 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 2000 \quad (1) \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\leq 1500 \quad (4) & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\leq 2000 \quad (3) \end{aligned}$$

۱۲. یک محصول از مونتاژ سه قطعه A, B, C ساخته می‌شود. جهت محصول مونتاژ شده به ۲ قطعه از نوع A یک قطعه از نوع B و ۳ قطعه از نوع C نیاز است. اگر x_A, x_B, x_C به ترتیب مقدار تولید هر یک از این سه قطعه بوده و هدف افزایش محصول تکمیل شده باشد، تابع هدف مدل عبارت است از:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= \text{Min}\{2x_A, x_B, 3x_C\} \quad (2) & \text{Max } z &= \text{Min}\{x_A, x_B, x_C\} \quad (1) \\ \text{Max } z &= \text{Min}\left\{\frac{x_A}{2}, x_B, \frac{x_C}{3}\right\} \quad (4) & \text{Max } z &= \text{Min}\{x_A + x_B + x_C\} \quad (3) \end{aligned}$$

۱۳. شرکتی درصدد حداقل کردن تعداد پرسنل خود است. کل بودجه شرکت ۱۰۰۰ واحد پولی است. اگر هزینه پرسنلی در هر بخش C_i و تعداد پرسنل در هر بخش x_i باشد تابع هدف کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= \sum_i C_i x_i \quad (2) & \text{Min } z &= \sum_i C_i x_i + 1000 \quad (1) \\ \text{Min } z &= \sum_i x_i \quad (4) & \text{Min } z &= \sum_i C_i \quad (3) \end{aligned}$$

۱۴. مدیر یک سازمان درصدد اجرای دو پروژه (x_1 و x_2) است که نسبت به هم ناسازگار هستند. محدودیت متناظر کدام است؟

$$x_1 \leq x_2 \quad (1) \quad x_1 + x_2 \leq 1 \quad (2) \quad x_1 \geq x_2 \quad (3) \quad x_1 = x_2 \quad (4)$$

۱۵. در یک کارگاه یک کارگر در طول هر دوره زمانی ۲۰۰ ساعت وقت در اختیار دارد که می‌تواند از وقت خود برای تولید دو محصول A, B استفاده کند. تولید هر واحد محصول A چهار برابر وقت تولید هر واحد محصول B است. سود هر واحد محصول B یک چهارم سود هر واحد محصول A می‌باشد. حداکثر سود حاصل برای این کارگر در دوره زمانی ۲۰۰ ساعته ۱۰۰۰۰ تومان است. سود هر واحد محصول A چند تومان است؟

$$100 \quad (1) \quad 200 \quad (2) \quad 250 \quad (3) \quad 400 \quad (4)$$

۱۶. مسئله LP زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= x_3 + x_4 \\ \text{St: } 2x_1 - x_2 &= x_3 - x_4 \end{aligned}$$

این مسئله معادل با کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

$$\text{Max } z = (2x_1 - x_2) \quad (1) \quad \text{Min } z = \max(2x_1 - x_2) \quad (2)$$

$$\text{Max } z = |2x_1 - x_2| \quad (4)$$

$$\text{Min } z = |2x_1 - x_2| \quad (3)$$

۱۷. کدام گزینه در مورد الگوریتم سیمپلکس تجدیدنظر شده (revised simplex) درست است؟

(۱) برگردان ماتریس مبنا همواره در تابلو موجود است.

(۲) برگردان ماتریس مبنا (B^{-1}) در هر مرحله می‌باید محاسبه گردد.

(۳) در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس به محاسبات کمتری نیاز دارد.

(۴) تعداد مراحل حل مسئله‌ای واحد در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس ممکن است کمتر باشند.

۱۸. حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی با استفاده از روش سیمپلکس نیازمند یک متغیر کمکی از نوع کمبود، یک

متغیر کمکی از نوع مازاد و دو متغیر مصنوعی است، در این صورت این مسئله دارای :

(۱) یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و دو محدودیت تساوی است.

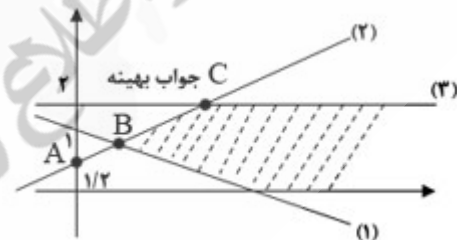
(۲) یک محدودیت تساوی و دو محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است.

(۳) یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و دو محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است

(۴) یک محدودیت تساوی، یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و یک محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است.

۱۹. با توجه به ناحیه ترسیمی زیر و با توجه به تابع هدف $\text{Max } z = -x_1 + 8x_2$ جدول سیمپلکس چه مسیری را

برای رسیدن به جدول بهینه انتخاب می‌کند؟



$$O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C \quad (2)$$

$$O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \quad (1)$$

$$O \rightarrow B \rightarrow C \quad (4)$$

$$O \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \quad (3)$$

۲۰. برای حل مسئله زیر به روش سیمپلکس حداقل چند متغیر مصنوعی نیاز است؟

$$\text{Min } z = 3x_1 - x_2$$

$$x_1 - 3x_2 \geq -3$$

$$2x_1 + x_2 \geq -2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + x_2 \leq 16$$

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۲۱. در سیمپلکس تجدید نظر شده کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$B_k^{-1} = E_k E_{k-1} E_{k-2} \dots E_2 E_1 \quad (2) \quad B_k^{-1} = E_k E_{k+1} E_{k+2} \dots E_m \quad (1)$$

$$(4) \text{ هیچ کدام} \quad B_k^{-1} = E_{k-1} E_{k-2} \dots E_2 E_1 \quad (3)$$

۲۲. جدول زیر یک جدول نهایی فاز اول سیمپلکس است.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	۱	۰	۱۰	۰	۱۰	۲
x_2	۰	۱	۰	۰	۲	۳
x_4	۰	۰	β	۱	β'	δ

فرض کنید x_4 متغیر مصنوعی است پارامترها بایستی چه مقدار باشند تا یک محدودیت زائد باشد؟

$$\beta, \beta' > 0 \quad \delta > 0 \quad (2) \quad \beta, \beta' > 0 \quad \delta = 0 \quad (1)$$

$$\beta, \beta' = 0 \quad \delta > 0 \quad (4) \quad \beta = \beta' = \delta = 0 \quad (3)$$

۲۳. در مسئله زیر مقدار بهینه تابع هدف کدام است؟

$$\text{Min } z = 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4$$

$$\text{St : } \sum_i^4 x_i = 20 \quad 0 \leq x_i \leq 12 \quad (i = 1, \dots, 4)$$

$$112 \quad (4) \quad 64 \quad (3) \quad 56 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

۲۴. پایان فاز ۱ در روش دو مرحله‌ای زمانی است که :

- (۱) تمامی متغیرهای مصنوعی از پایه خارج شوند.
 (۲) علائم بهینگی ظاهر گردد.
 (۳) مقدار تابع هدف فاز ۱ صفر باشد.
 (۴) گزینه ۱ و ۳

۲۵. با توجه به جدول M بزرگ زیر :

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
Z	۰	۲	۱-M	-M	-۱	۰	۲M-۱
x_1	۱	-۱	-۱	۰	۱	۰	۱
x_6	۰	۰	-۱	-۱	۱	۱	۲

تابع هدف اصلی مسئله Min و متغیرهای مصنوعی x_5, x_6 هستند. بنابراین راجع به مسئله اصلی چه می‌توان گفت؟

(۱) فاقد جواب است

(۲) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی است.

(۳) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(1, 0, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0, 0), \lambda \geq 0\}$ است.

۴) باید مسئله را تا بهینگی ادامه داد بدین منظور متغیر X_4 وارد می‌شود و خروجی وجود ندارد. لذا مسئله جواب نامتناهی دارد.

۲۶. بعد از چند تکرار سیمپلکس جدول زیر داده شده است. اگر X_2 به عنوان متغیر ورودی باشد با قاعده لگزیکوگراف متغیر خروجی کدام است؟ (X_6, X_5, X_4 متغیرهای کمبود تشکیل دهنده اولین پایه‌اند)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
X_6	۰	۲	۱	۰	-۱	۱	۴
X_4	۰	۱	-۱	۱	۲	۰	۲
X_1	۱	۳	۲	۰	۳	۰	۶
Z	۰	-۲	۲	۲	۰	-۳	۵

(۱) X_1 (۲) X_6 (۳) X_4 (۴) حل نامحدود وجود دارد

۲۷. با توجه به جدول M بزرگ زیر :

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
Z	۰	۲	۰	۱	-M-۲	-M-۱	-۳
X_1	۱	-۱	۰	-۱	۲	۱	۴
X_3	۰	۰	۱	-۱	۱	۱	۲

تابع هدف مسئله اصلی Min و متغیرهای مصنوعی X_5, X_6 مساوی صفر هستند. بنابراین راجع به مسئله اصلی چه می‌توان گفت؟

(۱) در جدول فوق متغیر X_5 ورودی و متغیر X_1 خروجی است.

(۲) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(3, 0, 2, 0) + \lambda(1, 1, 0, 1), \lambda \geq 0\}$ است.

(۳) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(3, 0, 2, 0) + \lambda(-1, -1, 0, 1), \lambda \geq 0\}$ است.

(۴) جدول فوق، جدول بهینه مسئله اصلی است.

۲۸. اگر جدول زیر یکی از تکرارهای روش سیمپلکس متغیرهای کراندار مسئله زیر باشد، مقدار تابع هدف در گام بعدی کدام گزینه است؟

$$\text{Max } z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 15$$

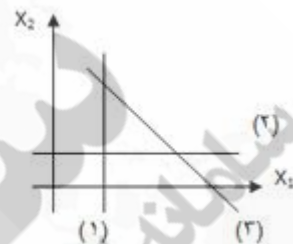
$$0 \leq x_1 \leq 4, 0 \leq x_2 \leq 3, 0 \leq x_3 \leq 3$$

	X_1	X_2	X_3	s_1	s_2	RHS
--	-------	-------	-------	-------	-------	-----

Z	0	-1	0	
s_1	0	0	1	
x_1	0	-2	$\frac{3}{2}$	0

$\frac{83}{2}$ (1) $\frac{89}{2}$ (2) $\frac{89}{4}$ (3) $\frac{83}{4}$ (4)

۲۹. اگر در اولین تکرار از جواب سیمپلکس مقدار A_2 صفر شده باشد. (A_2 متغیر مصنوعی محدودیت دوم) در این مرحله در کدام گوشه شکل زیر قرار داریم؟



$x_1 = 0, x_2 = 0$ (4) $x_1 = 0, x_2 = 1$ (3) $x_1 = 1, x_2 = 1$ (2) $x_1 = 1, x_2 = 0$ (1)

۳۰. مقدار بهینه هدف در مسئله ذیل چقدر است؟

Max $z = 6x_1 + 7x_2 + 30x_3 + 13x_4 + 19x_5 + 17x_6$

St: $5x_1 + 3x_2 + 13x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 3x_6 \leq 38$

278 (4) $\frac{722}{3}$ (3) 130 (2) 247 (1)

۳۱. در جدول زیر ترکیب‌های مختلف از جواب‌های مسئله اولیه و دوگان مربوط به آن آمده است:

جواب مسئله دوگان

	بهینه محدود	بیکران	غیر موجه
بهینه محدود	A	B	C
بیکران	D	E	F
غیر موجه	G	H	I

در کدام حالات زیر، هر سه مورد امکان پذیر نمی‌باشد؟

F,B,G (4) I,E,G (3) D,C,B (2) E,D,H (1)

۳۲. از بین ۹ حالت ذکر شده در جدول مسئله قبل، تعداد کل حالات امکان پذیر چند است؟

6 (4) 5 (3) 4 (2) 3 (1)

۳۳. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

$$\text{Min } -x_1 - 2x_2 + x_3$$

$$\text{St: } 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$2x_2 + x_3 + x_5 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

جدول بهینه مسئله به صورت زیر داده شده است :

	Z	x_2	x_4	x_5	RHS
Z	۱	$-\frac{1}{4}$			
x_1	۰				
x_2	۰		۰		

در این جدول اگر $a = \frac{\delta z}{\delta x_1}$, $b = \frac{\delta z}{\delta x_5}$ باشد، مقادیر a,b برابرند با :

$$\begin{aligned} a = \frac{3}{4}, b = -\frac{3}{4} \quad (2) & \qquad a = \frac{3}{4}, b = \frac{3}{4} \quad (1) \\ a = -\frac{3}{4}, b = -\frac{3}{4} \quad (4) & \qquad a = -\frac{3}{4}, b = \frac{3}{4} \quad (3) \end{aligned}$$

۳۴. در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی سه محدودیت \leq وجود دارد و مقادیر سمت راست محدودیت‌ها در مسئله

اصلی به ترتیب ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ می‌باشد. در جواب بهینه مسئله، متغیر کمکی محدودیت دوم در پایه بهینه با

مقدار بهینه ۱۲ موجود است. اگر بخواهیم مقدار سمت راست محدودیت دوم را از مقدار فعلی ۱۵ به $15 + \Delta$

تغییر دهیم، در چه بازه‌ای Δ پایه بهینه فعلی تغییر نمی‌کند؟

$$\Delta \geq 12 \quad (1) \qquad \Delta \leq 12 \quad (2) \qquad \Delta \leq -12 \quad (3) \qquad \Delta \geq -12 \quad (4)$$

۳۵. مقدار بهینه Z در مدل زیر عبارتست از :

$$\text{Maximize } z = 5x_1 + 4x_2 + 2x_3$$

$$\text{St: } x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 300$$

$$x_2 + x_3 \geq 100$$

$$x_3 \geq 10$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

$$12600 \quad (4) \qquad 8200 \quad (3) \qquad 7800 \quad (2) \qquad 7400 \quad (1)$$

۳۶. در مدل سؤال قبل، چنانچه محدودیت سوم حذف گردد آنگاه مقدار بهینه Z :

$$(1) \text{ افزایش می‌یابد} \qquad (2) \text{ کاهش می‌یابد}$$

۳) نمی توان تعیین کرد

۴) تغییر نمی کند

۳۷. حداقل میزان تغییر در ضریب تابع هدف یک متغیر غیر پایه که سبب ورود آن به پایه می گردد عبارتست از:

- (۱) حد بالای ضریب مربوطه
 (۲) مقدار متغیر کمبود یا مازاد مربوطه
 (۳) قیمت سایه (shadow price)
 (۴) هزینه کاهش یافته (reduced cost)

۳۸. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول سیمپلکس زیر مربوط به یکی از تکرارهای حل این مسئله است. (a_1, a_2, a_3, a_4) برابر است با :

$$\text{Max } z = 3x_1 + 7x_2 + 5x_3$$

$$\text{St } : a_1x_1 + x_2 + a_2x_3 \leq 15$$

$$a_3x_1 + 2x_2 + a_4x_3 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, \geq 0$$

متغیر اساسی	شماره معاله	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	سمت راست
Z	۰	۱	a_5	...	۵۵
x_1	۱	۲	...	-۱	۱	۱۰
x_3	۲	۰	۲	-۱	۵

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, 2, 1, 1) \quad (۲)$$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, 1, 2, 1) \quad (۱)$$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, -1, -2, 1) \quad (۴)$$

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (-1, 1, 2, -1) \quad (۳)$$

۳۹. در مسئله ۳۸، مقدار a_5 برابر است با :

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۴۰. در مسئله ۳۸، مقدار بهینه تابع هدف مسئله ثانویه (دوگان) :

(۲) نامتناهی و مثبت است

(۱) متناهی و منفی است

(۴) نامتناهی و منفی است

(۳) متناهی و مثبت است

۴۱. جواب بهینه مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی زیر برابر با (۴ و ۳) و متغیرهای لنگی (slack) مربوط به محدودیت‌های شماره ۱ و ۲ به ترتیب S_1, S_2 است. مقادیر S_1, S_2 برابر است با:

$$\text{Max } z = 27x_1 + 20x_2 + 25x_3 + 21x_4 + 16x_5$$

$$\text{St : } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 25$$

$$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$$(S_1, S_2) = (0, 0) \quad (2)$$

$$(S_1, S_2) = (4, 3) \quad (1)$$

$$(S_1, S_2) = (27, 25) \quad (4)$$

$$(S_1, S_2) = (3, 4) \quad (3)$$

۴۲. در مسئله ۴۱، با فرض این که جواب بهینه مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی برابر با (۴ و ۳) باشد تعیین کنید در جواب بهینه کدامیک از متغیرهای اصلی مسئله مثبت هستند؟

$$x_1, x_2, x_3 \quad (1) \quad x_1, x_2, x_4 \quad (2) \quad x_1, x_2, x_3 \quad (3) \quad x_2, x_3, x_4, x_5 \quad (4)$$

۴۳. در مسئله ۴۱، مقدار تابع هدف برابر است با:

$$(1) \quad 161 \quad (2) \quad 359 \quad (3) \quad \text{نامتناهی است} \quad (4) \quad \text{هیچ کدام از جواب‌های فوق}$$

۴۴. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } z = 3x_1 - 2x_2 + 6x_3$$

$$\text{St : } x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3$$

$$2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

مقدار بهینه Z عبارت است از:

$$(1) \quad 0 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 16/0.8 \quad (4) \quad \text{مسئله جواب موجهی (feasible) ندارد}$$

۴۵. در مسئله برنامه‌ریزی خطی سؤال قبل:

$$(1) \quad \text{قیمت سایه برابر با ۲- است.} \quad (1) \quad \text{قیمت سایه برابر با ۳ است.}$$

$$(4) \quad \text{مسئله دوگان نامحدود است} \quad (2) \quad \text{قیمت سایه برابر با ۰ است.}$$

۴۶. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

$$\text{Max } y. = y_1 - 5y_2 - 6y_3$$

$$\text{St : } \begin{cases} 2y_1 + 4y_3 \geq 50 \\ y_1 + 2y_2 \geq 30 \\ y_3 \geq 10 \end{cases}$$

پس از حل مسئله، حداقل مقدار $y.$ برابر است با:

(۱) $-2/5$ (۲) 25 (۳) $2/5$ (۴) مقداری نامحدود

۴۷. مقدار بهینه تابع هدف دوگان (*Dual*) مسئله قبل عبارت است از :

(۱) $-2/5$ (۲) 0 (۳) $2/5$ (۴) دوگان جواب قابل قبول ندارد

۴۸. برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول بهینه سیمپلکس نشان داده شده است. اگر ضریب محدودیت دوم در سمت راست از عدد ۲ به $(2+a)$ تغییر کند تحت چه شرایطی متغیرهای اساسی و غیراساسی تغییر نمی‌کند؟

$$\text{Max } z = 3x_1 + 7x_2 + 5x_3$$

$$\text{St : } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

متغیر اساسی	شماره معادله	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	سمت راست
Z	۰	۱	۳	۰	۰	۴	۴	۶
x_3	۱	۰	۰/۵	۰	۱	۱/۵	-۰/۵	۰/۵
x_2	۲	۰	۰/۵	۱	۰	-۰/۵	۰/۵	۰/۵

(۱) $a \leq 0/5$ (۲) $-1 \leq a \leq 1$ (۳) $a \geq 0/5$ (۴) $-0/5 \leq a \leq 0/5$

۴۹. در مسئله ۴۸، اگر x_1 را به عنوان متغیر ورودی و x_2 را به عنوان متغیر خروجی انتخاب کنیم در جدول سیمپلکس :

- (۱) جواب بهینه تبهگن خواهد شد
- (۲) جواب اساسی تبهگن و غیر موجه خواهد شد
- (۳) مقدار تابع هدف بدتر و جواب اساسی غیر موجه خواهد شد

۴) مقدار تابع هدف بدتر و جواب اساسی تبهگن خواهد شد

۵۰. در مسئله ۴۸، جواب‌های اساسی (*basic solution*) مجاور به جواب بهینه (صرف نظر از اینکه موجه باشند یا نباشند) برابر است با :

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۱. در مسئله ۴۸، پارامتر a در محدوده‌ای انتخاب شده است که متغیرهای اساسی و غیراساسی تغییر نمی‌کنند. در این صورت، مقدار بهینه تابع هدف:

(۱) تغییر نمی‌کند

(۲) به ازای مقادیر مثبت a کاهش و به ازای مقادیر منفی آن افزایش می‌یابد.

(۳) به ازای مقادیر مثبت a افزایش و به ازای مقادیر منفی آن کاهش می‌یابد.

(۴) هیچ‌کدام از جواب‌های فوق

۵۲. در مسئله ۴۸، اگر امکان خرید مقداری محدود از ماده اولیه ۱ موجود باشد برای هر واحد آن پرداخت حداکثر چه مبلغی مقرون به صرفه است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۳. در مسئله ۴۸، جواب بهینه متغیرهای ثانویه (دوگان) عبارتست از :

- (۱) (۱ و ۴) (۲) (۰ و ۰ و ۳) (۳) (۳ و ۷ و ۵) (۴) (۰/۵ و ۰/۵)

۵۴. به ازای هر جواب قابل قبول پایه در مسئله اولیه حداکثر سازی، مقادیر تابع هدف متناظر با این نقطه، در مسئله ثانویه کدام حالت زیر را داراست؟

- (۱) $Z < W$ (۲) $Z = W$ (۳) $Z > W$ (۴) در تمام حالت $Z = W$

۵۵. اگر دو مسئله (۱) و (۲) را در نظر بگیریم کدام گزینه صحیح است؟

(۱)

$Max \lambda$

$ST: Ax - b\lambda \leq \cdot$

$-\lambda \leq \cdot$

$\lambda \leq 1$

(۲)

$max C^T X$

$st: Ax \leq b$

(۱) اگر جواب بهینه مسئله ۱ برابر با صفر باشد آنگاه مسئله (۲) جواب ندارد.

(۲) اگر جواب بهینه مسئله ۲ برابر با صفر باشد آنگاه مسئله (۱) جواب ندارد.

(۳) اگر جواب بهینه مسئله ۱ برابر با یک باشد آنگاه جواب مسئله (۲) برابر با صفر است.

(۴) اگر جواب بهینه مسئله ۲ برابر با یک باشد آنگاه جواب مسئله (۱) برابر با صفر است.

۵۶. $Max C^T X$ را در نظر بگیرید. تحت چه شرایطی با اضافه کردن محدودیت چهارم $2x_1 + x_3 + x_5 \geq b_4$ به

مسئله $AX = b$ جواب بهینه آن تغییر نمی‌کند. اگر $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ -1 & 1 & -1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد:

(۱) $b_4 \geq 1$ (۲) $1 \leq b_4 \leq 2$ (۳) $b_4 \leq 4$ (۴) $b_4 \leq 2$

۵۷. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول بهینه آن داده شده است:

$$Max z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

St:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 1$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{4}{3}x_2 + \frac{7}{3}x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_1			1	6		-1	A
x_5			0	-3		1	B
x_2			2	2		-1	C
-Z			1	-3		-1	D

فرض کنید تابع هدف به $z = (\frac{3}{2} + \alpha)x_3 + 3x_2 - (2\alpha - 2)x_1$ تغییر کند. α در چه محدوده‌ای می‌تواند قرار گیرد تا جواب فوق کماکان بهینه باشد؟

(۱) $0 \leq a \leq \frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{6}$ (۳) $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$

۵۸. مسئله LP زیر و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید. مقدار β چقدر است؟

$$Min z = x_1 + x_2 - 4x_3$$

St:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 9$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 2$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
x_1	1	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_5	0	α	0	0	1	β	γ
x_3	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$
Z	0	4	0	1	0	2	

$$1 \quad (4) \qquad \frac{2}{3} \quad (3) \qquad \frac{1}{3} \quad (2) \qquad -\frac{1}{3} \quad (1)$$

۵۹. دو مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

(LP₁)

$$\text{Max } z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$\text{St: } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(LP₂)

$$\text{Max } z = 100c_1x_1 + 100c_2x_2$$

$$\text{St: } 100a_{11}x_1 + 100a_{12}x_2 \leq b_1$$

$$100a_{21}x_1 + 100a_{22}x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

فرض کنید جواب پایه $B.V = \{x_1, x_2\}$ یک جواب پایه بهینه برای هر دو مسئله باشد و جواب بهینه برای LP₁ عبارتست از $x_1 = 50, x_2 = 500, Z = 550$ و همچنین فرض کنید برای LP₁ قسمت سایه برای محدودیت اول، $\frac{100}{3}$ و قسمت سایه برای محدودیت دوم نیز $\frac{100}{3}$ باشد، جواب بهینه LP₂ عبارتست از :

$$x_2 = x_1 = 1, Z = 550 \quad (2)$$

$$x_2 = x_1 = 5, Z = 550 \quad (1)$$

(۴) هیچ کدام

$$x_1 = 0.5, x_2 = 5, Z = 550 \quad (3)$$

۶۰. جواب بهینه مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر است :

$$\text{Max } z = 4x_1 + x_2$$

$$\text{St: } x_1 + 2x_2 = 6$$

$$x_1 - x_2 \geq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Z	X_1	X_2	e_1	S_1	a_1	a_2	Rhs
1	0	0	0	$\frac{7}{2}$	$M - \frac{2}{3}$	M	$\frac{58}{2}$
0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{2}$
0	1	0	0	$\frac{2}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{14}{2}$
0	0	0	1	1	-1	-1	1

محدوده ارزش b_3 در جدول بهینه همچنان باقی بماند عبارتست از :

$$9 \leq b_3 \leq +\infty \quad (4) \quad 4 \leq b_3 \leq 9 \quad (3) \quad 9 \leq b_3 \leq 12 \quad (2) \quad 0 \leq b_3 \leq 12 \quad (1)$$

۶۱. جدول نهایی مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر می‌باشد. به صورت زیر است :

متغیر پایه	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2
X_1	1	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{2}$
S_3	0	0	1	-2	1	4
$Z_j - C_j$	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	5

اگر تصمیم به افزایش سمت راست یکی از محوریت‌های مسئله داشته باشیم (افزایش منبع) کدام منبع را پیشنهاد می‌کنید؟

$$(1) \text{ منبع 1 و 2 و 3} \quad (2) \text{ منبع 2 و 3} \quad (3) \text{ منبع 1 و 3} \quad (4) \text{ منبع 1 و 2}$$

۶۲. اگر جدول نهایی حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر باشد. به صورت زیر باشد مقدار

منبع ۱ را می‌توان حداکثر تا چه مقدار افزایش داد تا جدول نهایی به صورت بهینه باشد؟

X_B	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2
X_1	1	0	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{2}$
S_3	0	0	1	-2	1	4
	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	5

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

۶۳. جدول نهایی حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر باشد، به صورت جدول زیر باشد، مقادیر C_1 و C_2 ضرایب تابع هدف، چه مقدار است؟

X_B	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	۰	۱		$-\frac{1}{2}$	۰	۲
X_1	۱	۰		$\frac{3}{8}$	۰	$\frac{3}{2}$
S_3	۰	۰	۱	-۲	۱	۴
	۰	۰	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	۰	۵

(۲) $C_2 = 2, C_1 = 1$

(۱) $C_2 = 2, C_1 = 0$

(۴) $C_2 = 1, C_1 = 2$

(۳) $C_2 = 0, C_1 = 1$

۶۴. در مسئله قبل نسبت $\frac{C_1}{C_2}$ چقدر باشد که جواب همیشه در حالت ایده‌آل باقی بماند؟

(۱) $0 \leq \frac{C_1}{C_2} \leq \frac{4}{3}$ (۲) $4 \leq \frac{C_1}{C_2} \leq 2$ (۳) $4 \geq \frac{C_1}{C_2} \geq \frac{4}{3}$ (۴) $2 \geq \frac{C_1}{C_2} \geq 1$

۶۵. مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی زیر از طریق کدام روش قابل حل می‌باشد:

Max $z = 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 9x_5$

St: $x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 30$

$2x_1 - 5x_2 - 2x_4 + x_5 \leq 40$

$x_i \geq 0 \quad \forall i$

(۲) از روش M بزرگ

(۱) سیمپلکس معمولی

(۴) از طریق سیمپلکس ثانویه

(۳) ترسیمی و یا سیمپلکس

۶۶. اگر تمام ضرایب یکی از متغیرها در محدودیت‌های اصلی مدل مورد نظر غیر مثبت باشند. کدام عبارت صحیح است؟

(۱) در ارتباط با فضای جواب نمی‌توان بحث کرد.

(۲) فضای جواب بیکران و لزوماً جواب بهینه کراندار است.

(۳) فضای جواب بیکران و لزوماً جواب بهینه بیکران است.

(۴) فضای جواب بیکران ولی ممکن است جواب بهینه کراندار است.

۶۷. اگر مسئله اولیه جواب قابل قبول داشته باشد، آنگاه کدام عبارت صحیح است؟

(۱) مسئله ثانویه می‌تواند نامحدود باشد.

۲) مسئله ثانویه حتماً جواب بهینه دارد

۳) مسئله ثانویه یا جواب قابل قبول ندارد، یا جواب بهینه دارد.

۴) اگر مسئله اولیه جواب پایه موجه داشته باشد، مسئله ثانویه حتماً جواب بهینه دارد.

۶۸. مسئله برنامه‌ریزی خطی P را به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن A یک ماتریس $m \times n$ با رتبه m

است. فرض کنید که جواب بهینه مسئله P به صورت پایه B است. اگر مسئله P' به نحوی تشکیل شود که

بردار b با $(b + \lambda d)$ جایگزین شده که در آن λ یک اسکالر و $\lambda \geq 0$ و d یک بردار ناصفر از بعد m است.

شرط لازم و کافی برای اینکه پایه B جهت مسئله P' به ازای تمام مقادیر بهینه باشد:

$$P : \text{Min } cx$$

$$\text{St} : Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$P' : \text{Min } cx$$

$$\text{st} : Ax = b + \lambda d$$

$$x \geq 0$$

$$B^{-1}b \geq 0 \quad (۲)$$

$$B^{-1}d \leq 0 \quad (۴)$$

$$B^{-1}b \geq \lambda B^{-1}d \quad (۱)$$

$$B^{-1}b \leq -\lambda B^{-1}d \quad (۳)$$

۶۹. کدام عبارت در ارتباط با مفهوم قیمت سایه‌ای (*shadow price*) صحیح نیست؟

(۱) قیمت سایه‌ای همان هزینه فرصت از دست رفته است

(۲) بین قیمت سایه‌ای در مدل اولیه و مقادیر متغیرهای دوگان ارتباطی وجود ندارد.

(۳) قیمت سایه‌ای هر محدودیت نشان دهنده ارزش منبع مورد نظر است

(۴) قیمت سایه‌ای متناظر با هر محدودیت عبارت است از میزان تغییر در تابع هدف به ازای افزایش یک واحد

به سمت راست محدودیت مورد نظر (در صورت ثابت بودن سایر پارامترها)

۷۰. با توجه به مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول ارائه شده، پارامتر a را تعیین نمایید.

$$\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

St:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 1$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{4}{3}x_2 + \frac{7}{3}x_3 \leq 3$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	0	0	b	3	0	1	d
x_1	1	0	1	6	0	-1	3
x_2	0	1	0	a	0	1	C

x_5	0	0	2	2	1	-1	1
-------	---	---	---	---	---	----	---

(1) -3 (2) $-\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 3

۷۱. اگر سطر صفر جدول بهینه مسئله زیر به شکل زیر باشد مقادیر متغیرهای دوآل (دوگان) آن عبارتست از:

$$\text{Max } z = 4x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 + x_5$$

$$\text{St : } x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$1_1x_1 + 1_2x_2 + x_4 = 7$$

$$1_3x_1 + 1_4x_2 + x_5 = 9 \quad x_i \geq 0 \quad \text{برای تمامی } i \text{ ها}$$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	0	0	3	1

(1) $(2, 1, 0)^T$ (2) $(0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})^T$ (3) $(-1, 1, 2)^T$ (4) $(0, 3, 1)^T$

۷۲. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. اگر دو جواب بهینه x_1 , x_2 در پایه باشد سود محصول چهارم حداقل چقدر افزایش یابد تا تولید آن اقتصادی گردد؟

$$\text{Max } z = 50x_1 + 69x_2 + 17x_3 + 36x_4$$

St :

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 + 9x_4 \leq 25$$

$$2x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 4x_4 \leq 26$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(1) 33 (2) 73 (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{4}{7}$

۷۳. در مسئله زیر مقدار تابع هدف چقدر است؟

$$\text{Max } z = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3$$

St :

$$x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$2x_1 - x_3 \leq 2$$

$$-x_1 + x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10

۷۴. توجه کنید که پنج سؤال زیر در رابطه با مسئله کلی زیر است :

$$\text{Max } z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

St :

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq b_1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است :

اگر $x_1^* = 6$ و $S_2^* = 10$ حل بهینه این مسئله باشد، مقدار درست بردار $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ کدام گزینه است؟

- (۱) $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ (۲) $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۳) $\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ (۴) $\begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$

۷۵. اگر محدودیت جدید به مدل سؤال قبل اضافه شود، جواب‌های جدید کدامند؟

$$2x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 14$$

$$x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 9 \quad (2)$$

$$x_1 = 6, x_2 = x_3 = 0 \quad (1)$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 0 \quad (4)$$

$$x_1 = 5, x_2 = 4, x_3 = 6 \quad (3)$$

۷۶. در مسئله ۷۴، حدود تغییرات ضریب متغیر x_1 در تابع هدف C_1 به گونه ای که جواب پایه فعلی بهینه شود، چقدر است؟

- (۱) $C_1 \leq 2$ (۲) $C_1 \leq \frac{5}{3}$ (۳) $2 \leq C_1 \leq \frac{5}{3}$ (۴) $C_1 \geq 2$

۷۷. در مسئله ۷۴، اگر ضریب متغیر x_3 در تابع هدف (C_3) در شرایط $C_3 \geq 2$ صدق کند، آنگاه :

- (۱) متغیر x_3 وارد پایه و متغیر S_2 خارج می‌شود (۲) مسئله دارای بی نهایت جواب بهینه است
(۳) متغیر x_3 وارد پایه و متغیر x_1 خارج می‌شود (۴) جواب تبهگن یا منحن خواهد داشت

۷۸. در مسئله ۷۴، قیمت سایه‌ای (شبه قیمت) منابع به ترتیب عبارتند از :

- (۱) منبع اول برابر ۲ و منبع دوم برابر یک است. (۲) منبع اول برابر ۲ و منبع دوم برابر صفر است.
(۳) منبع اول برابر صفر و منبع دوم برابر ۳ است. (۴) منبع اول برابر ۳ و منبع دوم برابر یک است.

۷۹. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. در این مسئله C_j عدد ثابت است و b, a_j بردار سه تایی از اعداد ثابت اند :

$$\text{Max } z = x_1 + x_2 + x_3 + C_4x_4 + C_5x_5$$

$$\text{St : } a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \leq b$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1 \text{ تا } 5$$

چنانچه مقدار b به $b + \alpha$ تغییر یابد. به طوری که $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha \\ \cdot \\ \alpha \end{pmatrix}$ باشد. کلیه مقادیر α به طوری که پایه B کماکان

بهینه باقی بماند کدام است؟

$$-1 \leq \alpha \leq \frac{1}{2} \quad (1) \quad \alpha \geq -2 \quad (2) \quad \alpha \geq -1 \quad (3) \quad 0 \leq \alpha \leq 2 \quad (4)$$

۸۰. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است :

$$\text{Min } z = 15x_1 + 15x_2 + 16x_3$$

$$\text{St : } x_1 + x_2 \leq 30$$

$$5x_1 - x_2 + 6x_3 \geq 15$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

فرض کنید که دامنه تغییرات ضرایب تابع هدف در حل بهینه به شکل زیر باشد.

$$1/33 \leq c_1 \leq 15/543, \quad 14/32 \leq c_2 \leq \infty, \quad 13/5 \leq c_3 \leq 180$$

اگر تابع هدف مسئله به شکل $\text{Min } z = 15/2x_1 + 14/9x_2 + 18x_3$ تغییر پیدا کند، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) حل بهینه مسئله مزدوج عوض نمی‌شود

(۲) حل بهینه عوض می‌شود و باید حل بهینه جدید را به دست آورد

(۳) حل بهینه عوض می‌شود ولیکن مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند.

(۴) مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند ولیکن مقادیر حل بهینه عوض نمی‌شود

پاسخ‌های پژوهش

۱. گزینه (۱) صحیح است.

زیرا نقطه‌ی (۰ و ۰ و ... و ۰ و ۰) در محدودیت‌ها صدق می‌کند و تابع هدف به کمترین مقدار خود می‌رسد.

۲. گزینه (۱) صحیح است.

در گوشه‌ی A متغیرهای S_2 و S_3 و S_4 متغیرهای پایه‌اند:

$$t_A = \frac{1}{2} t_B = 2t_C$$

۳. گزینه (۴) صحیح است.

اگر کل زمان تولید T باشد و همه را به B اختصاص دهیم ۲۰۰ تولید می‌شود، چون زمان تولید A نصف B است.

پس در همان مدت باید ۴۰۰ واحد A تولید شود. با استدلالی مشابه در زمان T باید ۸۰۰ واحد C تولید شود.

۴. گزینه (۴) صحیح است.

محدودیت مساوی فقط نیاز به متغیر مصنوعی دارد نه متغیر کمکی.

۵. گزینه (۴) صحیح است.

اگر مقادیر عرضه و تقاضای گره‌ها درست باشد. در این صورت تنها مقادیر صحیحی از کالاها روی کمان‌ها جابه‌جا می‌شود پس مقدار هزینه تغییر نمی‌کند.

۶. صورت مسأله اشکال دارد.

۷. گزینه (۱) صحیح است.

۸. گزینه (۴) صحیح است.

برای انتخاب صفر سطر اول ۳ حالت، برای سطر دوم ۲ حالت

$$\begin{matrix} \cdot & 1 & 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & 3 & \Rightarrow & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & 3 & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

و برای سطر سوم، یک حالت وجود دارد. بنابراین $3+2+1=6$ حالت وجود دارد.

۹. گزینه (۲) صحیح است.

$$Z^* = \sum e_{ij} x_{ij} = (5 \times 9) + (5 \times 1) + (20 \times x) + (5 \times 2) + (5 \times 8) = 240 \rightarrow X = 7$$

		عرضه				
۳		۱	۵	۱	۵	۱۰
۱		x	۲۰	۴		۲۰
۲	۵	۸	۵	۶		۱۰
تقاضا	۵		۳۰		۵	

۱۰. گزینه (۱) صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Min } 2z_1 + x_2 & \Rightarrow \text{Min } 2z_1 + x_2 \\ \text{St: } x_1 + x_2 & \geq 4 & \text{st: } x_1 + x_2 & \geq 4 \\ |x_1| & \leq z_1 & x_1 & \leq z_1 \\ x_1 & \leq -z_1 & & \end{aligned}$$

۱۱. گزینه (۳) صحیح است.

x_1 : تعداد محصول تولیدی i ام

اگر t_i میزان زمان مورد نیاز برای تولید هر واحد محصول i ام باشد.

$$t_1 = \frac{1}{2}t_2 = \frac{2}{3}t_3$$

از طرفی کل زمان مؤسسه $500 \cdot t_2$ است لذا

$$\begin{aligned} t_1 x_1 + t_2 x_2 + t_3 x_3 & \leq 500 \cdot t_2 \\ \frac{1}{2}t_2 x_1 + t_2 x_2 + \frac{3}{4}t_2 x_3 & \leq 500 \cdot t_2 \Rightarrow 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 2000 \end{aligned}$$

۱۲. گزینه (۴) صحیح است.

اگر X_A و X_B و X_C مقدار تولید سه قطعه C, B, A باشد، می توان با آن ها به ترتیب $\frac{X_C}{3}, X_B, \frac{X_A}{2}$ محصول نهایی تولید کرد. از طرفی چون محصول نهایی حاصل از مونتاژ قطعات C, B, A است لذا به تعداد $\{\frac{X_C}{3}, X_B, \frac{X_A}{2}\}$ می توان محصول نهایی ساخت.

۱۳. گزینه (۴) صحیح است.

با توجه به صورت سؤال، هدف حداقل کردن مجموع تعداد پرسنل ($\sum x_i$) است. تابع هدف در گزینه (۱) حداقل کردن هزینه های پرسنل است. همچنین محدودیت بودجه به صورت $\sum_i c_i x_i \leq 10000$ است.

۱۴. گزینه (۲) صحیح است.

ناسازگار بودن دو پروژه به معنای آن است که هر دو پروژه همزمان نمی توانند اجرا شوند به عبارت دیگر همزمان نمی توانند مقدار یک بگیرند.

۱۵. گزینه (۲) صحیح است.

در ۵ ساعت وقت کاری، کارگر می تواند ۱ عدد از A و ۱ عدد از B تولید کند زیرا تولید هر واحد محصول A به ۴ ساعت و هر واحد محصول B به ۱ ساعت وقت نیاز دارد. با توجه به سودآوری یک ساعت کارگاه $50 = \frac{10000}{200}$

تومان، در ۵ ساعت، کارگر می تواند ۲۵۰ تومان سود ایجاد کند. به عبارت دیگر $A + B = 250$

با توجه به اینکه سودآوری محصول B یک چهارم محصول A است خواهیم داشت:

$$A + 0.25A = 250$$

از حل این رابطه سود هر واحد محصول A برابر ۲۰۰ به دست می آید.

۱۶. گزینه (۴) صحیح است.

۱۷. گزینه (۲) و (۳) صحیح است.

معکوس ماتریس مینا در هر مرحله باید از طریق ماتریس‌های مقدماتی (بنیادی) تعیین گردد. همچنین سیمپلکس تجدیدنظر شده در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس دارای حجم محاسبات کمتری است.

۱۸. گزینه (۴) صحیح است.

متغیر کمبود مربوط به محدودیت کوچک‌تر یا مساوی، متغیر مازاد و یکی از دو متغیر مصنوعی مربوط به محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی و متغیر مصنوعی دیگر برای یک محدودیت تساوی کاربرد دارد.

۱۹. گزینه (۳) صحیح است.

روش‌های سیمپلکس دو فاز و M بزرگ بدون توجه به تابع هدف کوتاهترین مسیر را برای رسیدن به فضای موجه جواب انتخاب می‌کند.

۲۰. گزینه (۳) صحیح است.

x_i ها آزاد در علامت هستند. لذا با تغییر متغیر $x_i = x'_i = x''_i$ متغیر اصلی و همچنین ۴ متغیر کمکی، حداقل ۷ متغیر برای حل به روش سیمپلکس نیاز است.

۲۱. گزینه (۳) صحیح است.

۲۲. گزینه (۳) صحیح است.

۲۳. گزینه (۲) صحیح است.

$$\begin{cases} x_1 = x_4 = 0 \\ x_2 = 12 \\ x_3 = 8 \end{cases} \quad z = 56$$

۲۴. گزینه (۲) صحیح است.

۲۵. گزینه (۱) صحیح است.

متغیر مصنوعی با مقدار مثبت در پایه است. $P(M)$ در راستای x_2 بیکران است. اما مسئله اصلی به دلیل وجود متغیر در پایه، غیر موجه خواهد بود.

۲۶. گزینه (۲) صحیح است. مصنوعی مثبت

در قاعده الفبایی برای نسبت‌های یکسان، از ستون‌های B^{-1} با در نظر گرفتن علامت به جای سمت راست در تست نسبت استفاده می‌شود.

$$\min\left\{\frac{4}{3}, \frac{2}{1}, \frac{6}{3}\right\} = 2$$

$$\min\left\{\frac{2}{3}, \frac{1}{1}, \frac{2}{3}\right\} = 0$$

$$\min\left\{\frac{-1}{3}, -1, \frac{2}{3}\right\} = -\frac{1}{3} \Rightarrow x_6 \text{ متغیر خروجی است}$$

۲۷. گزینه (۲) صحیح است.

مسئله در راستای x_4 نامحدود است.

۲۸. گزینه (۴) صحیح است.

$$\theta_1 = \infty$$

$$\theta_2 = \min \left\{ \frac{3-4}{2-2} \right\} = \frac{5}{4}$$

$$\theta_3 = \mu_1 = 4$$

$$\theta = \min \theta_i = \frac{5}{4}$$

در این حالت ابتدا تغییر متغیر $x_1' = 4 - x_1$ را اعمال می‌کنیم، سپس سیمپلکس را اجرا می‌کنیم. برای انجام این تغییر متغیر معادلات را از جدول استخراج کرده، خواهیم داشت :

$$Z + 0(x_1) - x_2 + \frac{5}{4}x_3 + 0(s_1) + \frac{3}{2}s_2 = \frac{39}{2}$$

$$\Rightarrow Z + 0(4 - x_1') - x_2 + \frac{5}{4}x_3 + \frac{3}{2}s_2 = \frac{39}{2}$$

$$\Rightarrow Z - x_2 + \frac{5}{4}s_2 = \frac{39}{2}$$

$$\text{سطح دو: } x_1 - 2x_2 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}s_2 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (4 - x_1') - 2x_2 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}s_2 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -x_1' - 2x_2 + \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}s_2 = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow -x_1' + 2x_2 - \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}s_2 = \frac{5}{2}$$

	x_1'	x_2	x_3	s_1	s_2	
Z	0	-1	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{39}{2}$
s_1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
x_1'	1	2	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
Z	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{7}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{83}{4}$
s_1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
x_2	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{3}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$

۲۹. گزینه (۳) صحیح است.

با صفر شدن متغیر مصنوعی، وارد منطقه موجه محدودیت متناظر با آن می‌شویم.

۳۰. گزینه (۱) صحیح است.

$$\text{Max} \left\{ \frac{6}{5}, \frac{7}{3}, \frac{30}{13}, \frac{13}{2}, \frac{19}{3}, \frac{17}{3} \right\} = \frac{13}{2}$$

روش ساده کردن لکیسکوگراف :

$$z^* = 13 \times \left(\frac{38}{2}\right) = 247$$

۳۱. گزینه (۲) صحیح است.

هر دو مسئله اولیه و دوگان همزمان نمی‌توانند بیکران باشند. (E)

اگر یکی از دو مسئله بهینه محدود باشد، دیگری نمی‌تواند غیر موجه باشد. (G,C)

اگر یکی از دو مسئله بهینه محدود باشد، دیگری نمی‌تواند بیکران باشد. (B,D)

	بهینه محدود	بیکران	غیر موجه
بهینه محدود	√	×	×
بیکران	×	×	√
غیر موجه	×	√	√

۳۲. گزینه (۲) صحیح است.

با توجه به جدول فوق تعداد کل حالات امکان پذیر ۴ می‌باشد.

۳۳. گزینه (۳) صحیح است.

$$a = \frac{\partial x_1}{\partial x_2} = -y_{12} = -\frac{3}{4}$$

$$b = \frac{\partial z}{\partial x_5} = -(z_5 - c_5) = -\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

۳۴. گزینه (۴) صحیح است.

متغیر کمکی محدودیت دوم در پایه بهینه ۱۲ است. ($s_2 = 12$). لذا از این منبع موجود است. بنابراین

حداکثر میزان کاهش منبع دوم بطوریکه پایه فعلی شدنی باقی بماند ۱۲ واحد است. ($\Delta \geq -12$)

۳۵. گزینه (۲) صحیح است.

با توجه به اینکه مسئله از نوع ماکزیمم سازی است و ضرایب تابع هدف مثبت است، در جواب بهینه x_1, x_2, x_3 مثبت

هستند. بنابراین جواب بهینه از حل دستگاه زیر حاصل می‌شود :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 300 \\ x_2 + x_3 = 100 \\ x_3 = 10 \end{cases} \Rightarrow (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (80, 90, 10), z^* = 7800$$

۳۶. گزینه (۱) صحیح است.

با توجه به اینکه جواب بهینه به روی ابرصفحه این محدودیت قرار دارد، لذا با حذف آن مقدار تابع هدف بدتر

می‌شود.

۳۷. گزینه (۴) صحیح است.

در صورتی که Δ حداقل میزان تغییر در ضریب تابع هدف یک متغیر غیر پایه برای ورود به پایه را نشان دهد داریم :

$$z_j - (c_j - \Delta) = 0 \Rightarrow \Delta = c_j - z_j$$

که به آن هزینه کاهش یافته می‌گویند.

۳۸. گزینه (۱) صحیح است.

x_1 و x_3 متغیرهای پایه هستند لذا :

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_2 & a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

۳۹. گزینه (۴) صحیح است.

$$y = c_B B^{-1} = (3 \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = (7 \quad -2) \Rightarrow a_5 = 7$$

۴۰. گزینه (۳) صحیح است.

مسئله اولیه دارای جواب بهینه متناهی است لذا دوگان آن نیز دارای جواب بهینه متناهی و برابر با جواب مسئله اولیه یعنی $W = Z = 55$ است.

۴۱. گزینه (۲) صحیح است.

طبق قضیه مکمل زائد ($y_i s_i = 0$) داریم :

$$y_1 = 3 > 0 \Rightarrow s_1 = 0 \quad y_2 = 4 > 0 \Rightarrow s_2 = 0$$

۴۲. گزینه (۱) صحیح است.

مسئله دارای دو محدودیت است لذا دو متغیر در پایه مثبت هستند.

با فرض اینکه گزینه‌ها دو متغیر معرفی می‌کنند داریم :

دوگان مسئله به صورت زیر است :

$$\text{Min } w = 25y_1 + 80y_2$$

$$\text{St : } y_1 + 6y_2 \geq 27$$

$$2y_2 + 5y_2 \geq 20$$

$$3y_1 + 4y_2 \geq 25$$

$$4y_1 + 3y_2 \geq 21$$

$$5y_1 + y_2 \geq 16$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

$$s'_1 = 0, \quad s'_2 = 6, \quad s'_3 = 0, \quad s'_4 = 3, \quad s'_5 = 3$$

۴۳. گزینه (۲) صحیح است.

تابع هدف دوال به صورت $w = 25y_1 + 80y_2$ است. با توجه به اینکه مقادیر بهینه دوال (۳ و ۴) هستند، در نتیجه مقدار بهینه تابع هدف $z^* = w^* = 395$ است.

۴۴. گزینه (۲) صحیح است.

$$\text{Min } w = 3y_1 + 10y_2$$

$$y_1 + 2y_2 \geq 3$$

$$3y_1 - 4y_2 \geq -2$$

$$2y_1 + 3y_2 = 6$$

آزاد در علامت y_1, y_2

جواب بهینه در نقطه $(y_1^*, y_2^*) = (3, 0)$ است. بدین ترتیب مقدار بهینه تابع هدف $z^* = w^* = 3(3) + 10(0) = 9$ می باشد.

۴۵. گزینه (۳) صحیح است.

با توجه به سؤال قبل گزینه (۳) صحیح است.

۴۶. گزینه (۴) صحیح است.

مسئله در راستای متغیر y_2 بیکران است. بنابراین در صورت موجه بودن فضای جواب، مقدار تابع هدف نامحدود است.

۴۷. گزینه (۴) صحیح است.

مسئله اولیه بیکران است، بنابراین دوگان آن غیرموجه خواهد بود.

۴۸. گزینه (۲) صحیح است.

$$\begin{pmatrix} 1/5 & -0/5 \\ -0/5 & 0/5 \end{pmatrix} (r+a) \geq (:) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0/5 - 1 - 0/5a \geq 0 \Rightarrow a \leq 1 \\ -0/5 + 1 + 0/5a \geq 0 \Rightarrow a \leq -1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq a \leq 1$$

۴۹. گزینه (۴) صحیح است.

جدول داده شده، جدول بهینه این مسئله است، بنابراین با توجه به اینکه x_1 شرط ورود به پایه را ندارد، با ورود آن مقدار تابع هدف بدتر می شود. از طرفی چون تست حداقل نسبت منحصر به فرد نیست، لذا جواب اساسی جدول بعدی تبهگن است.

۵۰. گزینه (۳) صحیح است.

هر یک از اعداد غیر صفر جدول در ستون متغیرهای غیر پایه ای را می توان محور گیری کرد. توجه کنید با ورود x_1 به پایه تباهیدگی روی می دهد. پایه های (x_1, x_2) و (x_1, x_3) یک جواب پایه ای را نشان می دهند.

۵۱. گزینه (۳) صحیح است.

اگر a مثبت باشد، مقدار سمت راست مسئله افزایش یافته، در نتیجه مقدار تابع هدف افزایش می‌یابد. در صورتی که a منفی باشد، مقدار سمت راست کاهش یافته و در نتیجه مقدار تابع هدف هم کاهش می‌یابد.

۵۲. گزینه (۴) صحیح است.

با توجه به مقادیر متغیرهای دوگان (قیمت‌های سایه منابع) $(1 و ۴) = (۷۱, ۷۲)$ در صورتی که برای خرید ماده اولیه حداکثر ۴ واحد پرداخت شود خرید آن اقتصادی است.

۵۳. گزینه (۱) صحیح است.

مقادیر بهینه دوگان z_j های زیر متغیرهای شروع کننده سیمپلکس در سطر تابع هدف جدول نهایی است.

۵۴. گزینه (۴) صحیح است.

هر جواب قابل قبول در مسئله اولیه، متناظر با یک جواب در مسئله ثانویه است که مقادیر تابع هدف آن‌ها با هم برابر است. به عبارت دیگر هر جواب قابل قبول در جدول سیمپلکس، متناظر با یک جواب (مقادیر زیر متغیرهای شروع کننده سیمپلکس در سطر تابع هدف) است که در صورتی که جدول بهینه نباشد این جواب برای مسئله ثانویه غیرقابل قبول و در صورتی که جدول بهینه باشد، این جواب برای مسئله ثانویه قابل قبول است. اما مقدار تابع هدف در تمامی حالات برابر می‌شود.

۵۵. گزینه (۱) صحیح است.

شرط آنکه مسئله (۲) جواب نداشته باشد آنست که λ صفر اختیار شود. سایر گزینه‌ها نادرست است.

۵۶. گزینه (۳) صحیح است.

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

با فرض اینکه $B = [a_1 \ a_3 \ a_5]$ هستند، شرط آنکه جواب بهینه تغییر نکند، آنست که جواب بهینه فعلی در این محدودیت صدق می‌کند.

$$2x_1 + x_3 + x_5 = 2(1) + 1 + 2 = 5 \geq b_4$$

۵۷. گزینه (۲) صحیح است.

$$y = c_B B^{-1} = (-(2a-2) \quad 3 \quad 0) \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (3-12a \quad 0 \quad 1+2a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3-12a \geq 0 & \Rightarrow a \leq \frac{1}{4} & (1) \\ 1+2a \geq 0 & \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$z_3 - c_3 \geq 0 \Rightarrow z_3 - c_3 = c_B B^{-1} a_3 - c_3 = (-(2a-2) \quad 3 \quad 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \left(\frac{3}{2} + a\right)$$

$$= 2 - 2a - \frac{3}{2} - a \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - 3a \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{1}{6} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \alpha \leq \frac{1}{6}$$

۵۸. گزینه (۴) صحیح است.

$$B^{-1}B = I \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \cdot & -\frac{2}{2} \\ \cdot & 1 & \beta \\ \frac{1}{2} & \cdot & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \cdot & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & \cdot & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 1 - \beta = 0 \Rightarrow \beta = 1$$

۵۹. گزینه (۳) صحیح است.

$$x_B = B^{-1}b$$

در صورتی که کلیه درایه‌های ماتریس B در عددی مخالف صفر مانند λ ضرب شود، درایه‌های ماتریس B^{-1} در $\frac{1}{\lambda}$ ضرب می‌شود بنابراین:

$$x_B = \frac{1}{100} (50 \cdot) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \Rightarrow z = 550$$

۶۰. گزینه (۲) صحیح است.

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \cdot & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \cdot & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$B^{-1}b \geq \cdot \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \cdot & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \cdot & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - \frac{b_3}{2} \\ -2 + \frac{b_3}{2} \\ -9 + b_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b_3 \leq 12 \\ b_3 \geq 3 \\ b_3 \geq 9 \end{cases} \Rightarrow 9 \leq b_3 \leq 12$$

۶۱. گزینه (۴) صحیح است.

افزایش دسترسی به منبعی که دارای شبه قیمت بیشتری است اقتصادی تر است.

۶۲. گزینه (۱) صحیح است.

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \cdot \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdot \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2} = 2 \\ -\frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 = 2 \\ b_1 - 2b_2 + b_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 12 \\ b_2 = 8 \\ b_3 = 8 \end{cases}$$

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \cdot \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdot \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b_1}{2} - 4 \geq 0 \Rightarrow b_1 \leq 8 \\ -\frac{b_1}{2} + 3 \geq 0 \Rightarrow b_1 \leq 24 \\ b_1 - 16 + 8 \geq 0 \Rightarrow b_1 \geq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8 \leq b_1 \leq 24$$

بنابراین b_1 را می‌تواند حداکثر ۱۲ واحد افزایش داد.

۶۳. گزینه (۴) صحیح است.

$$y = c_B B^{-1} \Rightarrow (c_2 \quad c_1 \quad \cdot) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & \cdot \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \cdot \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & 1 \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \cdot \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{c_2}{2} - \frac{b_1}{8} = \frac{1}{4} \\ -\frac{c_2}{2} + \frac{3}{8}c_1 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2 \\ c_2 = 1 \end{cases}$$

۶۴. گزینه (۳) صحیح است.

c_B	x_B	s_1	s_2
c_2	x_2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
c_1	x_1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
\cdot	s_3	1	-2
		$\frac{c_2}{2} - \frac{c_1}{8} \geq 0$	$-\frac{c_1}{2} - \frac{3c_2}{8} \geq 0$

$$\begin{cases} \frac{c_2}{2} - \frac{c_1}{8} \\ -\frac{c_1}{2} + \frac{3c_2}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{8} \leq \frac{c_1}{c_2} \leq 4$$

۶۵. گزینه (۳) صحیح است.

مسئله داده شده دارای دو محدودیت و پنج متغیر است، لذا دو ال آن یک مسئله دو متغیر با پنج محدودیت می باشد. بنابراین می توان آن را توسط الگوریتم سیمپلکس معمولی و یا روش ترسیمی حل نمود.

۶۶. گزینه (۴) صحیح است.

اگر ضرایب یک متغیر در تمامی محدودیت ها صفر و یا منفی باشد فضای جواب مسئله بیکران است. اگر ضریب متغیر در تابع هدف موافق هدف باشد مسئله بیکران و در غیر این صورت مسئله دارای جواب بهینه کراندار است.

۶۷. گزینه (۳) صحیح است.

در صورتی که مسئله اولیه موجه و دارای جواب بهینه محدود باشد. در این صورت مسئله ثانویه موجه و دارای جواب بهینه محدود است. در صورتی که مسئله اولیه موجه و دارای جواب بهینه نامحدود باشد در این صورت مسئله ثانویه غیر موجه است.

۶۸. گزینه صحیح وجود ندارد.

$$B^{-1}b' = B^{-1}(b + \lambda d) \geq 0 \Rightarrow B^{-1}b + \lambda B^{-1}d \geq 0$$

$$\Rightarrow B^{-1}b' \geq -\lambda B^{-1}d$$

۶۹. گزینه (۲) صحیح است.

۷۰. گزینه (۱) صحیح است.

ترتیب محدودیت‌ها در صورت مسئله با جدول بهینه هم خوانی ندارد.

با توجه به جدول، ترتیب محدودیت‌ها به صورت زیر است :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 &\leq 1 \\ \frac{1}{3}x_1 + \frac{4}{3}x_2 + \frac{5}{3}x_3 &\leq 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 4 \end{aligned}$$

در این صورت مقدار a برابر است با :

$$B^{-1}B = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 6 & \cdot & -1 \\ a & \cdot & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \cdot \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{a}{3} + 1 = 0 \Rightarrow a = -3$$

۷۱. گزینه (۳) صحیح است.

مقادیر بهینه دوگان zهای متغیرهای شروع کننده سیمپلکس هستند بنابراین :

$$\begin{aligned} z_j - c_j: & (0 \quad 3 \quad 1) \\ + \quad c_j: & (-1 \quad -2 \quad 1) \\ z_j: & (-1 \quad 1 \quad 2) = (y_1 \quad y_2 \quad y_3) \end{aligned}$$

۷۲. گزینه (۲) صحیح است.

$$\begin{aligned} B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} &\Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \\ \Rightarrow z_f - (c_f + \Delta) \leq 0 &\Rightarrow z_f - (c_f + \Delta) = c_B B^{-1} a_f - (c_f + \Delta) \\ = (5 \quad 6) &\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix} - (c_f + \Delta) = \\ (9 \quad 7) \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix} - (c_f + \Delta) \leq 0 &\Rightarrow 109 - (c_f + \Delta) \leq 0 \Rightarrow 109 - (36 + \Delta) \leq 0 \Rightarrow \Delta \geq 73 \end{aligned}$$

۷۳. گزینه (۳) صحیح است.

این مسئله از نظر ساختاری، خودش با دوال آن برابر است. لذا هر جواب قابل قبول برای این مسئله یک جواب قابل قبول برای دوال مسئله است و در نتیجه این جواب، جواب بهینه خواهد بود.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ -x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 6 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow z^* = 8$$

۷۴. گزینه (۲) صحیح است.

$$\begin{aligned} B = \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ -1 & 1 \end{pmatrix} &\Rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ x_B = B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} &\Rightarrow \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

۷۵. گزینه (۱) صحیح است.

مسئله بهینه در محدودیت داده شده صدق می کند لذا جواب فعلی بهینه باقی می ماند.

۷۶. گزینه (۴) صحیح است.

$$c_B B^{-1} = (c_1 \quad \cdot) \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{pmatrix} = (c_1 \quad \cdot)$$

$$\begin{cases} z_2 - c_2 = c_B B^{-1} a_2 - c_2 = (c_1 \quad \cdot) \begin{pmatrix} 1 \\ \cdot \end{pmatrix} - (-1) \geq 0 \Rightarrow c_1 \geq -1 \\ z_3 - c_3 = c_B B^{-1} a_3 - c_3 = (c_1 \quad \cdot) \begin{pmatrix} 1 \\ \cdot \end{pmatrix} - (1) \geq 0 \Rightarrow c_1 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow c_1 \geq 2$$

۷۷. گزینه (۳) صحیح است.

$$B^{-1} a_3 = \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cdot \end{pmatrix} \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^* \\ s_3^* \end{pmatrix}$$

متغیر x_3 وارد پایه شده و بر x_1 خارج می شود. $\left\{ \frac{6}{1}, \frac{10}{1} \right\} = 6$: تست مینیمم نسبت

۷۸. گزینه (۲) صحیح است.

$$c_B B^{-1} = (2 \quad \cdot) \begin{pmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{pmatrix} = (2 \quad \cdot)$$

۷۹. گزینه (۱) صحیح است.

$$B^{-1} (b + \alpha) \geq 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ -1 & 1 & -1 \\ \cdot & \cdot & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 4 \\ 2 + \alpha \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 1 - 2\alpha \\ 2 + \alpha \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \geq -1 \\ \alpha \leq \frac{1}{2} \\ \alpha \geq -2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$$

۸۰. گزینه (۴) و (۱) صحیح است.

تغییرات ضرایب تابع هدف در محدوده مجاز هستند، لذا حل بهینه تغییر نمی کند اما مقدار تابع هدف بهینه عوض می شود. حل بهینه مسئله مزدوج نیز عضو نمی شود، اما مقادیر آن تغییر می کند.