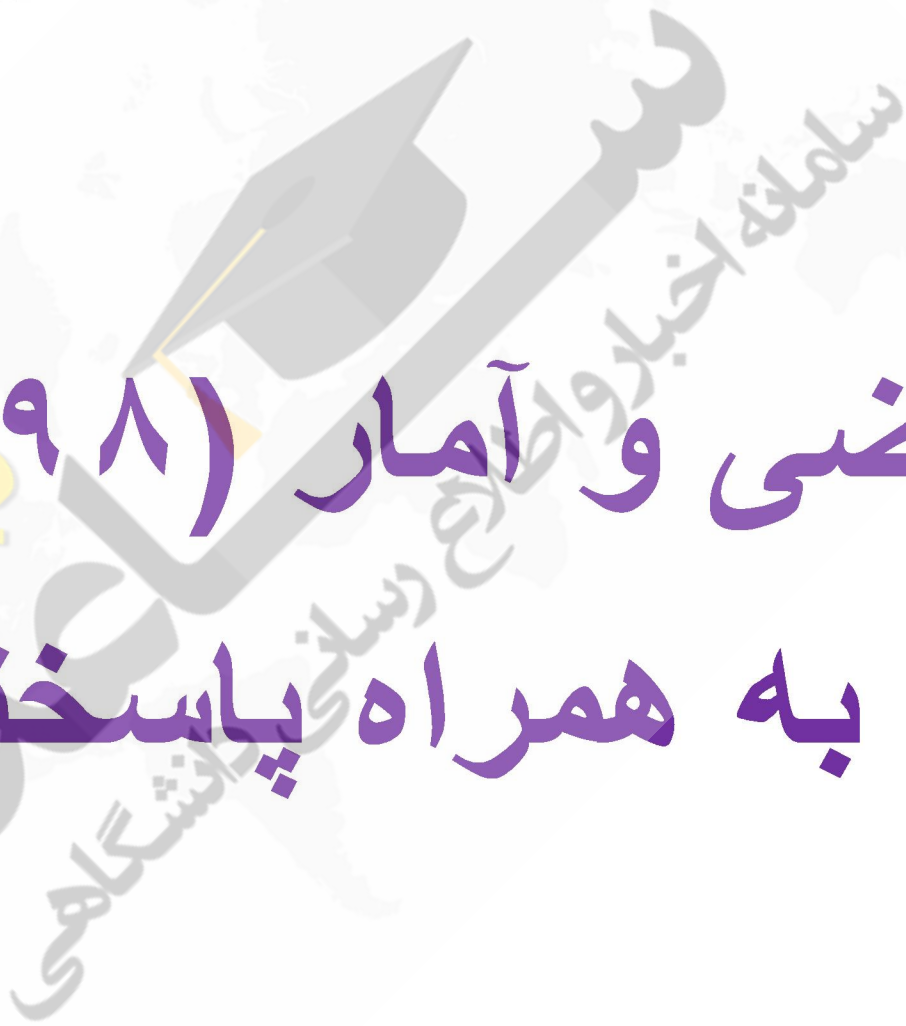


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ریاضی و آمار (۲۹۸ سوال)
به همراه پاسخنامه



۱. دامنه و بره تابع $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ به ترتیب برابر است با:
- (۱) R و $(-1,1)$ (۲) R^+ و R (۳) R و $(-1,0)$ (۴) R و $(0,1)$
۲. معکوس تابع $y = \frac{2x+3}{x-1}$ برابر است با:
- (۱) $y = \frac{x-2}{x+3}$ (۲) $y = \frac{3+x}{2-x}$ (۳) $y = \frac{x+3}{x-2}$ (۴) $y = \frac{x-1}{2x+3}$
۳. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$ برابر است با:
- (۱) e (۲) $\frac{1}{e}$ (۳) $\frac{a}{e}$ (۴) e^a
۴. مشتق تابع $y = \ln(\cos x)$ برابر است با:
- (۱) $\tan x$ (۲) $-\tan x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $\sin x$
۵. اگر ماکزیمم تابع $y = -x^3 + ax^2$ برابر ۴ باشد مقدار a برابر است با:
- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 3
۶. حاصل $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$ برابر است با:
- (۱) $x\sqrt{x} - \ln x + c$ (۲) $2\sqrt{x} + \ln x + c$ (۳) $x\sqrt{x} + \ln x + c$ (۴) $\sqrt{x} + 2 \ln x + c$
۷. دترمینان حاصلضرب دو ماتریس زیر برابر است با:
- $$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$
- (۱) 33 (۲) 27 (۳) -27 (۴) -33
۸. بهای هر واحد از تولیدات کارخانه‌ای در رقابت کامل ۱۰۰ تومان است اگر تابع هزینه کل $c = x^2 + 20x + 700$ باشد حداکثر سود برابر است با:
- (۱) 900 (۲) 1000 (۳) 1600 (۴) 4000
۹. نصف عددی از $\frac{5}{9}$ آن عدد ۳ واحد کمتر است، آن عدد کدام است؟
- (۱) 45 (۲) 54 (۳) 63 (۴) 72
۱۰. حاصل $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \sqrt[4]{4}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) 1

۱۱. اگر $b < 0 \ll a$ آنگاه کدام نامساوی نادرست است؟
 (۱) $a^2 < b^2$ (۲) $a^2 > b^2$ (۳) $ab > \theta$ (۴) $a^2 > ab$
۱۲. در ۱۵۰ داده آماری دسته بندی شده فراوانی نسبی دسته‌های ۰/۱۸ است. فراوانی آن دسته کدام است؟
 (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶
۱۳. اگر $A = \{2, 5, 7, 9, 3\}$ و $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
۱۴. مجموع تمام مقسوم علیه‌های عدد ۳۲ کدام است؟
 (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۳
۱۵. عدد $\frac{3}{\sqrt[4]{27}}$ برابر کدام است؟
 (۱) $\sqrt[4]{3}$ (۲) $\sqrt[4]{12}$ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) $\sqrt{3}$
۱۶. باقیمانده تقسیم عبارت $8x^3 - 4x^2 + 6x$ بر دو جمله‌ای $2x - 1$ کدام است؟
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳
۱۷. حاصل $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - x}{x - 2}$ کدام است؟
 (۱) -x (۲) x (۳) x+۱ (۴) ۱
۱۸. کدام عدد کلیت حکم «مربع هر عدد صحیح، مضرب ۷ به علاوه یک است» را نقض می‌کند؟
 (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۸
۱۹. در دنباله $U_n = \frac{2n+1}{n^2-1}$ جمله دهم کدام است؟
 (۱) $\frac{13}{66}$ (۲) $\frac{7}{33}$ (۳) $\frac{9}{34}$ (۴) $\frac{14}{31}$
۲۰. مجموع عکس ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + 5x = 2$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{5}{2}$
۲۱. اگر $x^4 - 2x^2 + 1$ کوچکترین مضرب مشترک دو چهارجمله‌ای $x(x^2 + ax - 1) + 1, x^3 + x^2 - x - 1$ باشد، a کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲
۲۲. میانگین داده‌های $x_i: i = 1, 2, 3, \dots, 9$ برابر $\frac{3}{5}$ است، میانگین داده‌های $y_i = 2x_i - 1$ کدام است؟
 (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۳. در دسته‌بندی ۱۵۰ داده آماری در ۸ طبقه فراوانی دسته پنجم برابر ۳۶ است، درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

۲۴. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای یکی از زاویه‌ها ۵۲ درجه است، زاویه بین وتر و میانه وارد بر آن چند درجه است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۶۴ (۳) ۷۶ (۴) ۷۸

۲۵. از رابطه $x^2 + 4y^2 + 1 = 4y$ مقدار $x+y$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۶. واسطه عددی بین دو عدده $1 + \sqrt{3}$ و $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

۲۷. کدام تابع یک به یک نیست؟

- (۱) $y = x|x|$ (۲) $y = x + \frac{1}{x}$ (۳) $y = x + \sqrt{x}$ (۴) $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۲۸. اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}}$ حاصل $f^{-1}\left(\frac{-2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹. نقطه $A(7, 3)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع و دو ضلع آن بر دو خط به معادلات $y-3x=0$ و $2x+3y=11$ منطبق است فاصله نقطه تلاقی دو قطر متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۰. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ∞

۳۱. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}[x], & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ به ازای کدام مجموعه مقادیر a در $x=0$ پیوسته است؟

- (۱) $\{1\}$ (۲) \emptyset (۳) $\{0\}$ (۴) $\{0, 1\}$

۳۲. مشتق مرتبه دهم تابع $f(x) = x \sin 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) -5×2^{10} (۲) 5×2^9 (۳) 5×2^{10} (۴) -5×2^9

۳۳. از رابطه $x.e^{3x+z} + \ln(2y-z) + x^2y = 1$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ در نقطه (۳ و ۲ و ۱) کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۴. در تابع $z = x \operatorname{Arctg} \frac{y}{x}$ با تغییر متغیرهای $\kappa = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ مقدار $\frac{\partial z}{\partial y}$ به ازای $\theta = \pi$ چقدر $r = 2$ چقدر است؟

- (۱) $-\pi$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

۳۵. ورقه نازک فلزی به شکل نیم‌دایره به قطر ۶ واحد است. فاصله مرکز ثقل این قطعه فلزی از قطر نیم دایره چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۳۶. حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۷. حاصل انتگرال $\int_0^{\alpha} \sin \sqrt{x} dx$ وقتی $\alpha = \frac{\pi^2}{4}$ باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2} - 1$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸. اگر $f(x) = t g^{-1} \frac{x+2a}{1-2ax}$ حاصل $f'(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{2a}{1+4a^2x^2}$ (۳) $\frac{a}{1+x^2}$ (۴) $\frac{x}{1+4a^2x^2}$

۳۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) e (۳) \sqrt{e} (۴) ۰

۴۰. نسبت تغییرات عبارت $\frac{x-2}{x+1}$ به تغییر $\sqrt{2x+5}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۱. در پرتاب دو سکه با هم هر دو «رو» ظاهر شده‌اند، حال در پرتاب سه سکه با هم با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۴۲. در ظرفی ۳ گوی سفید و ۴ گوی سیاه قرار دارند اگر دو گوی از بین آنان بیرون آوریم با کدام احتمال هر دو گوی هم رنگ‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۴۳. واریانس داده‌های آماری کدام است؟

X	۱	۲	۳	۴	$\frac{7}{8}$ (۲)	$\frac{3}{4}$ (۱)
f	۱	۲	۹	۴	$\frac{5}{8}$ (۴)	$\frac{5}{4}$ (۳)

۴۴. در نمودار دایره‌ای تقریباً چند درصد از داده‌های آماری با زاویه ۲۴ درجه نشان داده می‌شود؟

- (۱) ۶/۳ (۲) ۶/۷ (۳) ۷/۲ (۴) ۷/۴

۴۵. شش نفر ورزشکار را به چند طریق می‌توان به گروه‌های دو نفری دعوت کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۶. در پرتاب دو تاس با هم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده بیشتر از ۱۰ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۴۷. اگر $y = t^3 - 3t^2 + t$ ، $x = t^2 + t$ باشد، مقدار $\frac{d^2x}{dx^2}$ به ازای $t=1$ است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۴۸. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 \cdot \ln(x - 2)$ در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، محور xها را کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -۲۷ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۵

۴۹. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+4} - \frac{n}{2} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۵۰. حد عبارت $\ln \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}}$ وقتی $h \rightarrow 0$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۵۱. اگر یک نمونه ۱۰۰ تایی از جامعه اول با واریانس ۹ و یک نمونه ۲۵ تایی از جامعه دوم با واریانس ۴ انتخاب شوند و این دو نمونه مستقل از یکدیگر باشند، انحراف معیار تفاضل میانگین دو جامعه کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۵

۵۲. در تابع چگالی $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ میانگین x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۳. یک تیرانداز در هر آزمون می‌تواند سه نوع امتیاز A، B و C را به ترتیب با احتمالات ۰/۵، ۰/۳ و ۰/۲ کسب نماید. احتمال اینکه در هفت‌بار آزمون امتیازات وی ۲ بار A، ۲ بار B و ۳ بار C باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۰۳۷۸ (۲) ۰/۰۷۵۶ (۳) ۰/۱۶۸ (۴) ۰/۳۷۸

	x	0	1	2
y		0	0/1	0/2
	1	0	0/3	0
	3	0/3	0/4	0

۵۴. در توزیع احتمال توام رو به رو، $COV(X, Y)$ ، کدام است؟

- (۱) -0.156
 (۲) -0.46
 (۳) صفر
 (۴) 0.64

۵۵. از جعبه‌ای که محتوی ۱۲ عدد کالاست، ۴ عدد آن معیوب است، به تصادف ۲ تا را انتخاب می‌کنیم اگر X

تعداد کالای سالم انتخاب شده باشد امید ریاضی X کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) $\frac{7}{6}$
 (۴) $\frac{14}{11}$

۵۶. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & x \geq 9 \\ x - 4, & x < 9 \end{cases}$ باشد، آنگاه مقدار $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) $\sqrt{6} + 1$
 (۳) ۱۰
 (۴) ۲۵

۵۷. خط قائم بر منحنی به معادله $xy - x^2 = 1$ در نقطه (۲ و ۱) با کدامیک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور X ها
 (۲) محور Y ها
 (۳) $Y = X$
 (۴) $Y = -X$

۵۸. در تابع $y = e^{2x+2x^2}$ ، طول یکی از نقاط عطف برابر است با:

- (۱) $x = e^{-1}$
 (۲) $x = \ln 2$
 (۳) $x = -1$
 (۴) $x = 0$

۵۹. در تابع $y - \sin(x + y) = 0$ حاصل $\frac{dy}{dx}$ به ازاء $\begin{cases} x = \pi \\ y = 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۲

۶۰. در تابع $f(x) = x + \sqrt{x+1}$ ، $f'(0)$ ، $f(3x^2 + 4x)$ ، $f'(0)$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) $\frac{3}{8}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) ۱

۶۱. اگر $f(x) = |x| - 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشد، آنگاه دامنه $\frac{g}{f}$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$
 (۲) $[0, +\infty)$
 (۳) $\{1\} - (0, +\infty)$
 (۴) $\{1\} - [0, +\infty)$

۶۲. معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y^3 + xy - 1 = 0$ در نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $Y = X$
 (۲) $Y = 3x + 1$
 (۳) $Y = \frac{1}{3}x + 1$
 (۴) $Y = -\frac{1}{3}x + 1$

۶۳. حاصل $\int_{-1}^1 \sqrt{e^x} dx$ ، کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) $\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}$
 (۳) $2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$
 (۴) $2\left(\frac{1}{\sqrt{e}} - \sqrt{e}\right)$

۶۴. جواب‌های معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2k & 1 \\ 1 & 0 & k \end{vmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) ۰ و -۱
 (۲) -۱ و ۲
 (۳) ۰ و ۱
 (۴) ۰ و ۲

۶۵. در تابع $f(x,y,z) = x^3 + 3y^2z - yzx$ ، حاصل $x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z}$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $x^2 - 2yz$

(۳) $3x^3 - 9y^2z - 3yzx$

۶۶. سکه‌ی سالمی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم احتمال ظاهر شدن دقیقاً ۲ بار پشت چقدر است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{5}{16}$

(۴) $\frac{1}{32}$

۶۷. اگر $\text{cov}(2x, 3y) = 12$ ، $\text{var}(x) = 2$ ، $\text{var}(3y) = 18$ باشد در این صورت ضریب همبستگی میان X و Y

کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۶

۶۸. اگر $P(A) = \frac{2}{3}$ ، $p(B') = \frac{2}{5}$ و $P(A/B) = \frac{5}{9}$ باشد $P(A \cup B)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{1}{15}$

(۳) $\frac{7}{15}$

(۴) $\frac{14}{15}$

۶۹. اگر $A = 0.252252252\dots$ عدد $\frac{7}{A}$ کدام است؟

(۱) $\frac{25}{27}$

(۲) $\frac{27}{65}$

(۳) $\frac{27}{75}$

(۴) $\frac{27}{85}$

۷۰. از تساوی $9^{x+2} = 3^x \times 81^3$ مقدار x کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۷۱. فاصله مبدأ مختصات از خط گذرنده بر دو نقطه (۳ و ۱) و (۰ و -۲) کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۷۲. حاصل $\frac{(1-\sqrt{2})^2}{2+\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{49}{2}}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۷۳. مجموعه جواب نامعادله $\frac{2-x}{2x-1} > x$ کدام است؟

(۱) $-1 < x < 2$

(۲) $\frac{1}{2} < x < 2$

(۳) $x > 1$ یا $-1 < x < \frac{1}{2}$

(۴) $x < -1$ یا $\frac{1}{2} < x < 1$

۷۴. اگر محورهای مختصات به موازات خود به نقطه وسط پاره واصل به دو نقطه (۴ و ۱) و (۰ و -۳) انتقال دهیم

مختصات جدید (۲ و ۴) A کدام است؟

(۱) (۰ و ۳)

(۲) (۰ و ۵)

(۳) (۳ و ۴)

(۴) (۴ و ۵)

۷۵. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس $(A+B)^2$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$

۷۶. اگر $\log_4 \sqrt[3]{2} = x$ باشد $\log_2(1-x)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) تعریف نشده

۷۷. حاصل $\sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$ برابر کدام است؟

(۱) $\cos(60^\circ - x)$ (۲) $\cos(60^\circ + x)$ (۳) $2\sin(60^\circ - x)$ (۴) $2\sin(60^\circ + x)$

۷۸. اگر $\alpha(2,1) + \beta(3,5) = (1,-3)$ باشد، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۷۹. از ۵ دانش‌آموز علوم تجربی و ۳ دانش‌آموز علوم انسانی ۲ نفر را جهت انجام مسابقه‌ای انتخاب کرده‌اند، با

کدام احتمال از هر گروه یک نفر انتخاب شده‌اند؟

(۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{15}{56}$ (۴) $\frac{15}{28}$

۸۰. مساحت مثلثی به اضلاع ۲ و ۴ و $3\sqrt{2}$ چند برابر مساحت مثلثی به اضلاع ۳ و $\sqrt{2}$ و $2\sqrt{2}$ می‌باشد؟

(۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/25$ (۴) ۳

۸۱. در ۱۲۰ داده آماری بزرگترین و کوچکترین آنها ۲۵ و ۹۶ می‌باشند. اگر این داده‌ها در ۹ دسته، طبقه بندی

شوند، فاصله دسته‌ها کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۲. واریانس داده‌های آماری ۱۰ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۱ کدام است؟

(۱) $2/14$ (۲) $2/33$ (۳) $2/66$ (۴) $2/72$

۸۳. اگر $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ضابطه تابع $f(g(x))$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{1+x^2}$ (۲) $\frac{1+x^2}{x^2}$ (۳) $1+x^2$ (۴) $\frac{x}{1+x^2}$

۸۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+\sqrt{4-3x}}{4+x}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{5}{8}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۸۵. به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x+3; & x \geq 2 \\ ax-x^2; & x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

(۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۶. در تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه $x=2$ کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$
۸۷. اندازه مشتق تابع $y = \sin x \cos 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟
- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$
۸۸. معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ در نقطه $x=-1$ کدام است؟
- (۱) $y - 2x + 5 = 0$ (۲) $y + 4x + 1 = 0$
 (۳) $y - 2x + 5 = 0$ (۴) $y - 2x - 5 = 0$
۸۹. در مجموعه $A = \{1, 2, \{2\}\}$ کدامیک از موارد زیر نادرست است؟
- (۱) $2 \in A$ (۲) $\{2\} \in A$ (۳) $\{2\} \subset A$ (۴) $2 \subset A$
۹۰. اگر A و B دو مجموعه باشند، آن گاه $A \cup (B - A)$ همواره برابر است با:
- (۱) A (۲) B (۳) \emptyset (۴) $A \cup B$
۹۱. قرینه‌ی $(-x^{-1})^{-1}$ کدام است؟
- (۱) x (۲) $\frac{1}{x}$ (۳) $-x$ (۴) $-\frac{1}{x}$
۹۲. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدده ۲۴ و ۳۶ چند واحد از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها بیشتر است؟
- (۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲
۹۳. در تساوی $\frac{x-2}{11} = \overline{0/72}$ مقدار x کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰
۹۴. اگر $A = x(x+2)$ و $B = (x-2)$ باشد، حاصل $A - B$ برابر است با:
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰
۹۵. سه جمله‌ای بخش‌پذیر بر $(x+3)(x-1)$ با تغییر علامت «کدام جمله»ی آن بر $(x-3)(x+1)$ بخش‌پذیر می‌گردد؟
- (۱) x^2 (۲) x (۳) عدد ثابت (۴) هر سه جمله
۹۶. عبارت $x^2 + x - 2x - 2$ بر کدام یک از عامل‌های زیر بخش‌پذیر است؟
- (۱) $x+1$ (۲) $x+2$ (۳) x^2+1 (۴) x^2-2

۹۷. حاصل عبارت $\frac{a^2-b^2}{ab-b^2} - \frac{ab^2-b^2}{b^2}$ کدام است؟

- (۱) $2b$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $2a - 2b$

۹۸. فاصله نقطه A از خط $3x + 4y - 5 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{7}{3}$

۹۹. معادله‌ی خطی که از نقطه $(3, -2)$ گذشته و با خط به معادله‌ی $5y - 4x = 5$ موازی باشد، کدام است؟

- (۱) $8y - x = 8$ (۲) $5y = 2x + 5$ (۳) $y = 2x + 7$ (۴) $8y - 4x = 7$

۱۰۰. مقدار $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ برابر است با:

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} - 8$ (۴) $\sqrt{2} + 8$

۱۰۱. کسر $\frac{3}{2\sqrt[6]{16}}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{3\sqrt[3]{4}}{16}$ (۲) $\frac{3\sqrt[3]{2}}{4}$ (۳) $\frac{2\sqrt[3]{2}}{3}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۰۲. اگر به ۳ برابر عددی ۴ واحد اضافه گردد و از نصف حاصل، همان عده کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۰۳. در کیسه‌ای ۲۵ سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی به مبلغ ۴/۰۰۰ ریال موجود است، تعداد سکه‌های ۱۰۰ ریالی برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۰۴. جواب نامعادله‌ی $1 < \frac{3x-2}{6} - \frac{x-2}{4}$ عبارت است از:

- (۱) $x < -\frac{10}{3}$ (۲) $x > \frac{10}{3}$ (۳) $x < \frac{10}{3}$ (۴) $x > -\frac{10}{3}$

۱۰۵. توزیع تعداد فرزندان ۲۰ خانواده به قرار جدول زیر است. فراوانی تجمعی صعودی طبقه چهارم کدام است؟

حدوده طبقات	۰-۱	۲-۳	۴-۵	۶-۷	۸-۹
فراوانی	۲	۸	۵	۳	۲

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۰۶. در نمودار میله‌ای، طول میله‌ها بیانگر چیست؟

- (۱) متغیر تصادفی (۲) شاخص عددی متغیر تصادفی

۳) اهمیت متغیر تصادفی

۴) فراوانی نظیر متغیر تصادفی

۱۰۷. در توزیع زیر، میانه کدام است؟

	۳	۴	۶	۷
	۲	۳	۴	۶

۳/۵ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۰۸. تابع $f(x) = x^2 - 3x$ مفروض است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

۴ (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) ۱۰ (۴)

۱۰۹. یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 7x - 8 = 0$ کدام است؟

۱ (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۱۴ (۴)

۱۱۰. کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) هر مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است. (۲) هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.
 (۳) هر مربع یک لوزی است. (۴) هر لوزی یک مربع است.

۱۱۱. جمله هفتم در یک تصاعد حسابی ۲۰ و جمله یازدهم آن ۳۰ است، قدرنسبت کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۱۱۲. جمله پنجم در تصاعد هندسی ... و ۹ و -۶ و ۴ کدام است؟

$-\frac{71}{4}$ (۱) $-\frac{51}{4}$ (۲) $\frac{81}{4}$ (۳) $\frac{61}{4}$ (۴)

۱۱۳. جواب معادله $\log x + \log 2x + \log 3x = \log 4x$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۴. اگر تابع درآمد کل $TR = (6)x$ و تابع هزینه کل $TC = 16(3)x$ باشد، نقطه‌ی سر به سر کدام است؟

۵ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۱۱۵. طول نقطه‌ی ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x$ کدام است؟

-۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۱۶. اگر داشته باشیم $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \ln \frac{x}{y}$ مقدار $XZ'_x + YZ'_y$ کدام است؟

صفر (۱) z (۲) $\frac{1}{z}$ (۳) z^{-2} (۴)

۱۱۷. در تابع دو متغیری $Z = \frac{2x+y-1}{x+2y}$ ، مجموع طول و عرض نقطه‌ی اکسترمم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۸. اگر مینیمم تابع $Z = X^2 + Y^2$ با توجه به قید $X + 2Y = 5$ را با استفاده از روش ضریب لاگرانژ تعیین

کنیم، مقدار λ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹. مقدار انتگرال $I = \int_1^2 \frac{2\ln x}{x} dx$ برابر کدام است؟

- (۱) $2\ln 2$ (۲) $(\ln 2)^2$ (۳) $\ln 4$ (۴) $\frac{1}{2}\ln 2$

۱۲۰. اگر $I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx$ باشد، آنگاه $I'(1) - I'(0)$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2(e-1)$ (۳) $e-1$ (۴) ۲

۱۲۱. اگر $N=10$ و $\sum_{i=1}^{10} X_i = 60$ و $\sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 400$ ضریب پراکندگی چقدر است؟

- (۱) 0.33 (۲) 0.4 (۳) 0.66 (۴) 0.7

۱۲۲. چنانچه در یک توزیع دو جمله‌ای $n = 5$ ، $P = \frac{1}{4}$ (احتمال موفقیت) باشد، احتمال ۳ موفقیت برابر است با:

- (۱) 0.0879 (۲) 0.0884 (۳) 0.884 (۴) 0.879

۱۲۳. یک توزیع احتمال دارای چگالی $f(x)=1$ است. اگر چه پایین توزیع $3/4$ باشد، میانه‌ی توزیع چقدر است؟

- (۱) $3/7$ (۲) $3/9$ (۳) ۴ (۴) $6/8$

۱۲۴. اگر ادعایی شود که «میانگین جامعه‌ی آماری بیش از ۱۰ است» فرضیه‌ی صفر آن کدام است؟

- (۱) $H_0: \mu x < 10$ (۲) $H_0: \mu x = 10$ (۳) $H_0: \mu x \leq 10$ (۴) $H_0: \mu x \geq 10$

۱۲۵. اگر مقدار کوواریانس X و Y مساوی ۵ و $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 25$ باشد، مقدار ضریب همبستگی کدام است؟

- (۱) 0.08 (۲) 0.4 (۳) 0.20 (۴) ۱

۱۲۶. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ مجموع مقادیر ویژه (خاص) کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۱۲۷. اگر $Z = U^2 + V^2 - 2UV$ و $U = r \cos \theta$ و $V = r \sin \theta$ باشد منظور $\frac{\partial Z}{\partial r}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $(2U - 2V) \cos \theta$

- (۳) $2r - 4r \sin \theta \cos \theta$ (۴) $(2U - 2V) \sin \theta$

۱۲۸. اگر داشته باشیم $n(A) = 10$ و $n(B) = 15$ و $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۱۲۹. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{a}{n})^{2n} = e^{\frac{3}{2}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۰. در یک حساب سپرده‌ی بانکی، سود در پایان هر ماه بر سرمایه اضافه می‌شود. با نرخ سود ۱۲٪، پس از ۳ سال سرمایه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $(1/012)^{36}$ (۲) $(1/01)^{36}$ (۳) $(1/12)^{36}$ (۴) $(1/03)^{36}$

۱۳۱. به ازای کدام مقدار k دستگاه معادلات $\begin{cases} X + 2Y + KZ = 0 \\ X - Y + Z = 0 \\ 2X + Y - Z = 0 \end{cases}$ جواب‌های غیر صفر دارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۲. به طور متوسط هر ده دقیقه یک مشتری وارد بانک می‌شود، احتمال اینکه در ۲۰ دقیقه ۲ مشتری وارد شود چقدر است؟

- (۱) $3e^{-3}$ (۲) $2e^{-2}$ (۳) $4e^{-2}$ (۴) $8e^{-1}$

۱۳۳. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(2n+1)!}{n!}}$ کدام است؟

- (۱) $\ln 2 - 1$ (۲) $\ln 4 - 1$ (۳) $\ln 2 + 1$ (۴) $\ln 4 + 1$

۱۳۴. از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلثی را انتخاب کرده‌ایم که مساحت آن ماکزیمم است. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۴ (۳) ۳۳ (۴) ۳۲

۱۳۵. نقطه A روی منحنی $y = \frac{2}{x}$ حرکت می‌کند. کمترین فاصله A تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۶. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که داخل یک دایره به شعاع ۲cm قرار می‌گیرد کدام است؟

- (۱) $6cm^2$ (۲) $8cm^2$ (۳) $10cm^2$ (۴) $12cm^2$

۱۳۷. در مورد تابع $y = x^4 + 3x^2 + 1$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک مینیمم و یک ماکزیمم دارد (۲) فقط یک ماکزیمم نسبی دارد
(۳) فقط یک مینیمم نسبی دارد (۴) یک نقطه عطف دارد

۱۳۸. از رابطه $12^x \times 32^y \times 9 = 6^5$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۳۹. باقیمانده تقسیم $16x^4 - 8x^3 + 4x^2 + 5$ بر $2x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۰. در تجزیه عبارت $x^2 - 5xy - 6y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- (۱) $x - 6y$ (۲) $x - y$ (۳) $x - 2y$ (۴) $x - 3y$

۱۴۱. کدام جمله بر عبارت $4x^2 - 11x + 9$ افزوده شود تا حاصل به صورت مربع کامل دو جمله‌ای گردد؟

- (۱) $-3x$ (۲) $-x$ (۳) $3x$ (۴) $5x$

۱۴۲. گویا شده عبارت $\frac{\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} - 1$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

۱۴۳. به ازای کدام مقدار m نقطه $A(2, m-1)$ بر روی خط به معادله $3x - 4y = 10$ قرار دارد؟

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۴۴. خط به معادله $3x + 5y + 8 = 0$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۱۴۵. با توجه به نمودار ون مجموعه $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ چند عضو دارد؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۴۶. محیط مستطیلی ۵۰ واحد است. اگر طول مستطیل ۱ واحد از عرض مستطیل بیشتر باشد، مساحت مستطیل

چقدر است؟

- (۱) ۱۳۲ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۵۶

۱۴۷. جذر یک عددی تا دو رقم اعشار برابر $\frac{3}{42}$ و باقیمانده جذر $\frac{0}{10} \cdot ۱۳۶$ می‌باشد، آن عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{69}$ (۲) $\frac{11}{70}$ (۳) $\frac{11}{71}$ (۴) $\frac{11}{72}$

۱۴۸. قرینه عدد $(-2\frac{2}{3})$ از عدد $(-\frac{1}{3})$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۴۹. حاصل $\frac{(3)^7 \times (0/4)^7}{(1/2)^5}$ برابر کدام است؟

- ۱/۰۸ (۱) ۱/۴۴ (۲) ۲/۵۶ (۳) ۲/۸۸ (۴)

۱۵۰. از دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$ مقدار x کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۱۵۱. محصول گندم کشاورزی در ۶ سال گذشته بر حسب تن برابر $۱۰۷/۵$ و ۱۰۵ و ۹۲ و $۸۲/۵$ و $۸۴/۹۶$ میانگین محصول گندم در شش سال گذشته کدام است؟

- ۹۴ (۱) ۹۴/۲۵ (۲) ۹۴/۵ (۳) ۹۴/۷۵ (۴)

۱۵۲. در دو مثلث متساوی الساقین کدام جزء از هر دو مثلث اگر برابر باشند، آنگاه دو مثلث متشابه‌اند؟

- (۱) دو زاویه رأس (۲) دو زاویه دلخواه (۳) دو قاعده (۴) دو ساق

۱۵۳. حاصل عبارت $4a^2 - 12a + 5$ به ازای $a = -\frac{3}{2}$ چقدر است؟

- ۲۸ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۱۵۴. از ۴ عدد زیر، کدام عدد اول است؟

- ۷۷ (۱) ۸۷ (۲) ۹۷ (۳) ۹۱ (۴)

۱۵۵. قرینه عدد $\left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{21}{18}\right)$ کدام است؟

- ۱۴ (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴)

۱۵۶. اندازه قطرهای یک لوزی ۱۶ و ۳۰ واحد است، ضلع لوزی چقدر است؟

- ۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴)

۱۵۷. در یک مستطیل به طول ۱۲ و عرض ۵ واحد وسط اضلاع متوالی را به هم وصل می‌کنیم. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل چند واحد مربع است؟

- ۲۷/۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲/۵ (۳) ۴۵ (۴)

۱۵۸. اگر $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ آنگاه مختصات بردار $3(i - 2j) - 2(2i + j)$ کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$ (۴)

۱۵۹. از بین ۸ نفر قبول شدگان المپیاد، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. تعداد عضوهای پیشامد A که در آن فرد مورد نظر در بین آنها باشد، کدام است؟

- ۸ (۱) ۲۴ (۲) ۲۱ (۳) ۱۴ (۴)

۱۶۰. احتمال وقوع پیشامد A برابر $\frac{1}{4}$ و احتمال وقوع پیشامد AUB برابر $\frac{1}{3}$ و $A \subset B$ است. احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۶۱. از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

- (۱) 0.512 (۲) 0.783 (۳) 0.164 (۴) 0.196

۱۶۲. تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۳. حاصل $\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx$ برابر است با:

- (۱) $\frac{(2x+1)^5}{5} + c$ (۲) $\frac{(2x+1)^5}{10} + c$ (۳) $\frac{2(2x+1)^5}{5} + c$ (۴) $4\frac{(2x+1)^5}{5} + c$

۱۶۴. جواب مشترک نامعادلات $\frac{2}{3}x \geq 1 - \frac{2}{3}$ و $x - 1 \leq \frac{1}{2} - 2x$ کدام است؟

- (۱) $|x| < \frac{1}{2}$ (۲) $x < \frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۴) $x = \frac{1}{2}$

۱۶۵. به ازای کدام مقدار m معادله $mx^2 - 6x + m - 2 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) $2 \pm \sqrt{10}$ (۲) $2 \pm \sqrt{8}$ (۳) $1 \pm \sqrt{10}$ (۴) $1 \pm \sqrt{8}$

۱۶۶. اگر A مجموعه با پایان و B مجموعه بی‌پایان باشد. مجموعه A - B چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی‌پایان (۳) تهی (۴) غیرقابل تعریف

۱۶۷. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و I ماتریس واحد از مرتبه دو باشند. ماتریس $(A - I) \cdot (A + I)$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 25 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

۱۶۸. جواب کلی معادله $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۶۹. اگر $\log x + \log y = 1$ و $4^{x-y} = 64$ عدد x کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) $4/5$

۱۷۰. اگر $a = i - 2j$ و $b = 3i + j$ ، طول بردار مکان $\overrightarrow{OA} = 2a - b$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{20}$ (۴) $\sqrt{26}$

۱۷۱. از رابطه $C(n, n-2) = 120$ عدد n کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴)

۱۷۲. در یک تصاعد حسابی جمله اول ۳- و مجموع ۱۳ جمله اول آن صفر است. قدر نسبت تصاعد آن کدام است؟

- $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴)

۱۷۳. بین دو عدد ۱۶ و ۸۱ سه واسطه هندسی درج شده است. مجموع این سه عدد کدام است؟

- ۱۱۲ (۱) ۱۱۴ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۱۸ (۴)

۱۷۴. عبارت $\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ برابر کدام است؟

- $2 \tan \alpha$ (۱) $2 \cos \alpha$ (۲) $\cos \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴)

۱۷۵. ساده شده عبارت $(4x + \frac{1}{x-1}) \times (1 - \frac{1}{2x-1})$ کدام است؟

- $2x-1$ (۱) $2x+1$ (۲) $4x-2$ (۳) $2x-2$ (۴)

۱۷۶. در تجزیه عبارت $(a^2 - c^2 + b^2 - 2ab)$ کدام عامل وجود دارد؟

- $a+b+c$ (۱) $a+c-b$ (۲) $a-c+b$ (۳) $c-a-b$ (۴)

۱۷۷. خط به معادله $y = 2x - 8$ محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند، فاصله وسط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

- $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (۱) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۱۷۸. حاصل عبارت $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) + \sqrt{54}$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴)

۱۷۹. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) به ازای بعضی از اعداد گویای ناصفر a ، عدد $a\sqrt{2}$ ، گویا است.
 (۲) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})^2$ عددی گنگ است.
 (۳) به ازای هر عدد گویای a ، عدد $(a + \sqrt{2})^{-1}$ عددی گنگ است.
 (۴) به ازای هر عدد گنگ a ، $(a + \sqrt{2})$ عددی گنگ است.

۱۸۰. معادله $x^2 - 6 = 5|x|$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۱. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۸۲. اگر $\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4}$ آنگاه حاصل عبارت $(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta)$ برابر کدام است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۱۸۳. اگر میانگین قیمت کالایی در بازار ۲۰۰۰ ریال باشد و در یک حراجی کالا را ۱۰٪ ارزان تر بفروشند. متوسط قیمت این کالا در حراجی چند ریال خواهد بود؟

- ۱۹۲۰ (۴) ۱۹۰۰ (۳) ۱۸۲۰ (۲) ۱۸۰۰ (۱)

۱۸۴. چند زوج عدده طبیعی هست که بزرگترین شماره آنها ۴ و کوچکترین مضرب مشترکشان ۴۰ باشد؟

- هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۸۵. مقدار $2\sin 0^\circ \cdot \sin 40^\circ + \cos 6170^\circ$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۸۶. به ازای کدام مقدار m عبارت $x^2 - \frac{m}{2}x + 28$ مربع کامل است؟

- $\sqrt{7}$ (۱) ۲۸ (۲) $4\sqrt{7}$ (۳) $8\sqrt{7}$ (۴)

۱۸۷. اگر X و Y دو متغیر تصافی و $\text{cov}(X, Y) = 6$ و $\text{var}(X) = 8$ و $\bar{X} = 2$ و $\bar{Y} = 5$ معادله خط رگرسیون کدام است؟

- $y = 2x - 1$ (۱) $y = 2x + 1$ (۲) $y = x - 8$ (۳) $y = x + 8$ (۴)

۱۸۸. معادله صفحه‌ای که عمود بر خط $x - 1 = 2y = z + 1$ بوده و از نقطه $(1, 1, 1)$ می‌گذرد، کدام است؟

- $x + 2y + z = -4$ (۱) $2x + y + 2z = -5$ (۲)
 $x + 2y + z = 4$ (۳) $2x + y + 2z = 5$ (۴)

۱۸۹. اگر $\binom{n}{2} - \binom{n}{6} = 36$ چقدر است؟

- ۷۲ (۱) ۸۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴)

۱۹۰. باقیمانده تقسیم عدد 2^{500} بر ۱۳ کدام است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۹۱. در یک کلاس با ۵۰ دانش آموز، ۳۰ نفر در درس ریاضی و ۳۵ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند، اگر ۱۰ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر درس قبول شده‌اند؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۹۲. ارتفاع هرم مربع القاعده منتظمی ۷ و یک ضلع قاعده‌اش ۸ سانتی متر است، یال هرم چند سانتی متر است؟

- ۹ (۱) ۹/۵ (۲) ۸ (۳) ۸/۵ (۴)

۱۹۳. برای یک جلد کتاب با ۳۰٪ تخفیف مبلغ ۱۴۰۰ ریال و یک کیف با ۲۰٪ تخفیف مبلغ ۸۰۰۰ ریال پرداخت کرده‌ایم، روی هم چند ریال تخفیف گرفته‌ایم؟

- (۱) ۲۶۰۰ (۲) ۲۰۲۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۹۴۰

۱۹۴. اگر $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه $X + Y$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۵. نمودار معادله $|x| + |y| = 1$ کدام است؟

- (۱) یک دایره (۲) یک مربع
(۳) یک پاره خط واقع بر نیمساز ربع اول (۴) هیچکدام

۱۹۶. تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، در دقیقه t ، از رابطه $f(t) = 1000e^{0.4t}$ به دست می‌آید. بعد از چند دقیقه، ۱۰۰۰۰ باکتری خواهیم داشت؟

- (۱) $50 \ln 10$ (۲) $25 \ln 10$ (۳) $25 \ln 2$ (۴) $50 \ln 5$

۱۹۷. اگر $f(t) = \sqrt{x - x^2}$ باشد، $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۰ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹۸. خروج از مرکز بیضی $x^2 + 4y^2 = 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۹۹. دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ کدام یک از موارد زیر می‌باشد؟

- (۱) $R - \{0\}$ (۲) R^+ (۳) $R - N$ (۴) \emptyset

۲۰۰. تابع $y = 2 - e^{-5x}$ در کدام فاصله، صعودی است؟

- (۱) به ازای همه مقادیر R صعودی است (۲) $x > -2$
(۳) $x > 0$ (۴) $x > 2$

۲۰۱. تمام خط‌های عمود بر منحنی $x^2 + y^2 + 4y = 5$ از یک نقطه ثابت عبور می‌کنند مختصات نقطه کدام است؟

- (۱) $(0, -2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, -2)$

۲۰۲. به ازای چه مقداری از m ، خط $y = 4x$ بر منحنی $y = \frac{2mx-1}{x}$ مماس می‌باشد؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2 (۳) ± 1 (۴) $\pm \frac{1}{2}$

۲۰۳. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{(2x^2+ax+b)}$ باشد، آنگاه $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۶

۲۰۴. کدام یک از توابع زیر، نسبت به مبدأ متقارن نمی‌باشد؟

- (۱) $xy = 1$ (۲) $y = (x - 1)^3$ (۳) $y = \sin x$ (۴) $y = x^3$

۲۰۵. حاصل انتگرال $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$ برابر است با:

- (۱) $x - \arctan(x) + c$ (۲) $x + 2\arctan(x) + c$
(۳) $\tan(x) - x + c$ (۴) $x - \tan(x) + c$

۲۰۶. حاصل انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \Psi \sin(x) - \cos(x) p dx$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $\sqrt{2} - 2$ (۳) ۲ (۴) $2 - \sqrt{2}$

۲۰۷. با حروف کلمه «بانک سپه» چند کلمه ۴ حرفی (بدون توجه به معنی کلمه ساخته شده) می‌توان ساخت؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۷۰

۲۰۸. میانگین ۱۰ عدد، ۱۵ می‌باشد. اگر به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۲ ضرب کنیم، آنگاه میانگین کدام است؟

- (۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

۲۰۹. در سری داده‌های روبه‌رو، میانه کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۱۰. چرا از دامنه تغییرات، به عنوان مقیاس پراکندگی استفاده نمی‌شود؟

- (۱) مقدار آن اغلب بزرگ است.
(۲) با کاهش داده‌ها، مقدار آن کم می‌شود.
(۳) با افزایش داده‌ها، مقدار آن کم می‌شود.
(۴) در محاسبه آن فقط از بزرگترین و کوچکترین داده استفاده می‌شود.

۲۱۱. در جدول توزیع مقابل، میانگین حسابی کدام است؟

$L_i - U_i$	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
f_i	5	20	5	20

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۳۲

۲۱۲. اگر از کیسه‌ای که شامل ۲۰ مهره سفید و ۳۰ مهره سیاه است، دو مهره به تصادف و با جایگذاری انتخاب کنیم، احتمال این که یک مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{25}$ (۲) $\frac{11}{25}$ (۳) $\frac{19}{25}$ (۴) $\frac{12}{25}$

۲۱۳. تولیدات دو کارگاه A و B کارخانه‌ای بر حسب کیفیت کالا، مرغوب و نامرغوب، مطابق جدول زیر است. محصولی را به تصادف از این کارخانه انتخاب می‌کنیم اگر بدانیم محصول تولیدی دارای کیفیت مرغوب است، احتمال این که در کارگاه B تولید شده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

	A	B
مرغوب	۰/۳	۰/۲
نامرغوب	۰/۲	۰/۳

۲۱۴. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x - |x|}$ کدام است؟

- (۱) $\{0\}$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, +\infty)$

۲۱۵. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{4 - x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸

۲۱۶. اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = -|x|$ باشد، آنگاه $f \circ g(x)$ کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $g(x)$ (۳) x^2 (۴) صفر

۲۱۷. اگر $y = x + 1$ باشد، آنگاه برد آن کدام است؟

- (۱) Z (۲) R (۳) $R - \{1\}$ (۴) ضابطه فوق، تابع نیست.

۲۱۸. مشتق $y = \sin(\sqrt{x})$ کدام است؟

- (۱) $\cos(\sqrt{x})$ (۲) $\frac{-1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(\sqrt{x})$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(\sqrt{x})$

۲۱۹. اگر اشتراک متمم دو مجموعه A و B تهی باشد، آنگاه کدام یک از موارد زیر، همواره درست است؟

- (۱) مجموعه A تهی است. (۲) مجموعه B تهی است.
(۳) مجموعه A و B تهی است (۴) اجتماع A و B مجموعه مرجع می‌باشد.

۲۲۰. دستگاه همگن $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ به ازای چه مقادیری از k، بی‌نهایت جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲۱. برای رسم نمودار چند ضلعی، به ترتیب مقادیر مربوط به کدام یک از موارد زیر را روی محور X ها و Y ها قرار می‌دهیم؟

- (۱) حدود طبقات، فراوانی مطلق
 (۲) حدود طبقات، فراوانی تجمعی
 (۳) نماینده طبقات، فراوانی مطلق
 (۴) نماینده طبقات، حدود طبقات

۲۲۲. اگر در یک سری داده آماری، مقدار میانه برابر ۵۰ و نما (مُد) برابر ۴۰ باشد، مقدار تقریبی میانگین این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۵

۲۲۳. از میان ۵ مرده و ۵ زن متقاضی کار برای استخدام در یک بانک، به چند طریق می‌توان گروهی شامل ۳ مرد و ۲ زن را انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۵۲

۲۲۴. چند عدد سه رقمی (بدون تکرار ارقام) از ارقام ۹، ۷، ۶، ۴ و ۲ می‌توان استخراج نمود؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۷۵ (۴) ۶۰

۲۲۵. اگر $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ باشد، کدام صحیح است؟

- (۱) $P(A \cup B) < \frac{3}{4}$ (۲) $P(A \cup B) \leq \frac{3}{4}$ (۳) $P(A \cup B) > \frac{3}{4}$ (۴) $P(A \cup B) \geq \frac{3}{4}$

۲۲۶. در یک بانک، میانگین حقوق ماهیانه کارکنان مرده ۱۲۰/۰۰۰ تومان، کارکنان زن ۷۰/۰۰۰ و کلیه کارکنان ۱۰۰/۰۰۰ می‌باشد چند درصد کارکنان زن هستند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۲۲۷. اگر میانگین ۲۰ عدد، ۱۵ و انحراف معیار آنها ۳ باشد و به هر عدد ۴ واحد اضافه کنیم و حاصل را در ۳ ضرب کنیم، واریانس برابر چند خواهد بود؟

- (۱) ۹ (۲) ۶۰ (۳) ۸۱ (۴) ۲۷

۲۲۸. کارخانه‌ای دارای دو محصول A و B می‌باشد. $\frac{1}{4}$ تولیدات این کارخانه از نوع A است. احتمال این که ۳ محصول از ۴ محصول این کارخانه که به تصادف انتخاب شده‌اند، از نوع B باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{36}{64}$ (۲) $\frac{27}{64}$ (۳) $\frac{12}{64}$ (۴) $\frac{9}{64}$

۲۲۹. حاصل عبارت $(A - B) \cup (B - A) \cap (A \cap B) \cap (B \cup A)$ کدام است؟

- (۱) B (۲) B - A (۳) A - B (۴) AB

۲۳۰. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, (|x| - 1)(|x| - 2) = 0\}$ باشد، آنگاه $P(a)$ (مجموعه توانی A) چند عضو دارد؟

- ۱۶ (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۲۳۱. اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان $2A$ کدام است؟

- صفر (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴)

۲۳۲. اگر $f(x) = x^2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1)$ باشد، آنگاه $f''(0)$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۲۳۳. مشتق تابع $y = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$ در نقطه $x=0$ برابر است با:

- صفر (۱) $n!$ (۲) n (۳) $\frac{n(n+1)}{2}$ (۴)

۲۳۴. دیفرانسیل کامل $Z = x^2 - xy + y^2$ وقتی x از ۲ به ۲/۱ و y از ۱ به ۱/۲ تغییر کند، کدام است؟

- ۰/۳ (۱) ۰/۰۲ (۲) -۰/۲ (۳) -۰/۰۳ (۴)

۲۳۵. درجه همگنی تابع $Z = \frac{x+y}{xy+y^2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)

۲۳۶. هرگاه $\int_a^b f(x) dx = c$ باشد، آنگاه مقدار $\int_{\frac{1}{b}}^{\frac{1}{a}} \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ چقدر است؟

- $\frac{c}{b-a}$ (۱) $\frac{c}{2}$ (۲) $\frac{b-a}{c}$ (۳) c (۴)

۲۳۷. در نمودار دایره‌ای ۶۰ داده آماری، کمانی به اندازه ۳۰ درجه به یک طبقه تعلق دارد. فراوانی مطلق آن طبقه کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴)

۲۳۸. دستگاه A در اندازه‌گیری مکرر از شیء واحدی، دارای واریانس $\sigma^2 = 9$ بوده و دستگاه B در اندازه‌گیری

مکرر از همان شیء دارای واریانس $\sigma^2 = 25$ است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) دستگاه A دقیق‌تر است.

(۲) دستگاه B دقیق‌تر است.

(۳) دستگاه A اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه B بدست می‌دهد.

(۴) دستگاه B اندازه‌گیری‌های بزرگ‌تری از دستگاه A بدست می‌دهد.

۲۳۹. از بین ۱۲ نفر دانشجوی، چند گروه حداقل ۱۰ نفره می توان تشکیل داد؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۷۹ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۲۴۰. اگر A و B دو پیشامد تصادفی بوده و $P(\bar{A}) = 0/2$ ، $P(B) = 0/5$ و $P(A \cap \bar{B}) = 0/4$ باشد،

آنگاه مقدار احتمال شرطی $P(B|A \cap \bar{B})$ برابر کدام یک از گزینه های زیر خواهد بود؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۴۱. فرض کنید نسبت مراجعه کنندگان مرده و زن به یک بانک با هم برابر باشند. اگر ۶ درصد مردان و ۴ درصد

زنان برای دریافت حقوق ماهیانه خود به این بانک مراجعه می کنند. احتمال اینکه یک مراجعه کننده برای

دریافت حقوق خود به بانک مراجعه کند، چقدر است؟

- (۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۲۴۲. سود یک فروشنده چتر در روزهای بارانی ۱۵۰/۰۰۰ ریال و زیان وی در روزهای آفتابی ۴۰/۰۰۰ ریال

می باشد. اگر احتمال ریزش ۳۰ درصد باشد، به طور متوسط، سوه مورد انتظار چند ریال است؟

- (۱) ۳۶/۵۰۰ (۲) ۳۲/۰۰۰ (۳) ۱۶/۵۰۰ (۴) ۱۷/۰۰۰

۲۴۳. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X در دامنه [۱،۲] به صورت $f_X(x) = kx^{-2}$ تعریف شده است. مقدار

k چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۴۴. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[n]{e} + \sqrt[n]{e^2} + \dots + \sqrt[n]{e^{n-1}}}{n}$ برابر است با:

- (۱) $e + 1$ (۲) $e - 1$ (۳) $\frac{e+1}{2}$ (۴) $\frac{e-1}{2}$

۲۴۵. محل تلاقی خط $x = 1$ با منحنی $y = f(x)$ که در $y' = e^x(x + 1)$ صدق می کند و از مبدأ می گذرد،

کدام است؟

- (۱) $2e$ (۲) $e + 1$ (۳) $e - 1$ (۴) e

۲۴۶. مشتق جهتی تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ در نقطه (۰ و ۰ و ۱) و در جهت گرادیان تابع f

چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۴۷. با فرض این که $f(x) = \frac{1}{3} \cot g 3x$ باشد حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{9} + 3h) - f(\frac{\pi}{9} - h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{16}{3}$ (۳) $-\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$ (۴) $\frac{4(1+\sqrt{3})}{3}$

۲۴۸. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x \tan x} \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) -1

۲۴۹. اگر $f(x+2) = 2x$ ، $g(x+1) = 4x^2$ ، آنگاه $f(g(3))$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۲۵۰. فرض کنید D ناحیه به منحنی‌های $y = x^2$ ، $y = 8x^2$ ، $yx = 1$ ، $yx = 2$ باشد، مساحت ناحیه D

برابر است با:

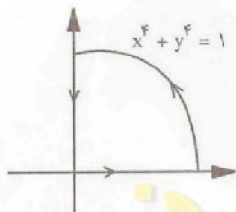
- (۱) $\ln 2$ (۲) $2 \ln 2$ (۳) $\frac{7}{3} \ln 2$ (۴) $\frac{2}{3} \ln 2$

۲۵۱. مقدار $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} |t| dt$ کدام است؟

- (۱) $2x^3 + x$ (۲) $3x^3 - |x|$ (۳) $2x^3 - x$ (۴) $2x^3 - |x|$

۲۵۲. فرض کنید C منحنی بسته شکل زیر باشد. در این صورت $\int_C \frac{1}{3} x^3 dy + (x^2 y - y^4) dx$ برابر است

با:



- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۲۵۳. احتمال این که شخصی در یک آزمون استخدامی موفق شود، $\frac{1}{4}$ است. احتمال آن که وی برای اولین بار در

سومین آزمون استخدامی قبول شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{3}{64}$ (۳) $\frac{9}{64}$ (۴) $\frac{27}{64}$

۲۵۴. سه ماشین A، B و C به ترتیب $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ ، و $\frac{1}{2}$ از کل محصولات یک کارخانه را تولید می‌کنند. درصد

معیوب بودن این ماشین‌ها به ترتیب ۳ درصد، ۴ درصد و ۵ درصد است. یک قلم از محصولات این کارخانه

را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال معیوب بودن آن چند درصد است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۵۵. فرض کنید X دارای توزیع نرمال یا میانگین μ و واریانس ۴ باشد. آزمون فرض $\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \\ H_1 : \mu = 1 \end{cases}$ را در نظر

بگیرید. در یک نمونه $n = ۲۵$ از X، اگر ناحیه بحرانی به صورت $\bar{x} > C$ باشد، مقدار C چقدر باشد تا خطای

نوع اول برابر $\frac{2}{5}$ درصد شود؟ ($z_{0/975} = 1/96$)

- (۱) ۰/۲۸۵ (۲) ۰/۷۸۴ (۳) ۱/۹۶ (۴) ۳/۹۲

۲۵۶. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال به صورت روبرو باشد، $f_x(x) = \frac{A}{1+x^2}$ ، $-\infty < x < +\infty$ ، آنگاه احتمال $P(|x| < 1)$ برابر کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) $\frac{1}{2\pi}$ (۲) $\frac{2}{\pi}$ (۳) $\frac{1}{\pi}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۵۷. اگر چگالی احتمال X به صورت $x \in \mathbb{R}$ و $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ باشد، تابع چگالی $Y = e^X$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{1}{2} \ln y}$
 (۳) $\frac{1}{\sqrt{2\pi y^2}} e^{-\frac{3}{2} \ln y}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\ln y)^2}$

۲۵۸. کدام یک از موارد زیر، صحیح است؟

- (۱) X و Y مستقلند آنگاه $Cov(x, y) \neq 0$ (۲) X و Y مستقلند آنگاه $Cov(x, y) = 0$
 (۳) $Cov(x, y) \neq 0$ آنگاه X و Y مستقلند (۴) $Cov(x, y) = 0$ آنگاه X و Y مستقلند

۲۵۹. با جایجایی ارقام ۶، ۵، ۵، ۱، ۱، چند عده شش رقمی حاصل می‌شود؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰ (۴) ۴۸

۲۶۰. ساده شده عبارت $\frac{n!}{(n-2)!} - 2c(n, 2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) n^2 (۳) n (۴) $n-1$

۲۶۱. نقطه $A(1, -2)$ عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ است. دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, -2)$ (۲) $(0, -3)$ (۳) $(0, 3)$ (۴) $(1, 2)$

۲۶۲. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۷، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۱، ۷، ۳، ۴، ۷، ۱۹، ۱۴، ۵، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰/۵ (۳) ۱۱ (۴) ۱۱/۵

۲۶۳. انحراف معیار ۱۲ داده آماری برابر صفر است. اگر مجموع مجذورات داده‌ها ۳۰۰ باشد نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶۴. از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی مستطیل ایجاد می‌شود؟

- (۱) ذوزنقه (۲) محاط در دایره (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) محیط بر دایره

۲۶۵. در داخل یک مکعب به قطر $2\sqrt{3}$ بزرگ‌ترین استوانه ممکن قرار گرفته است. سطح کل این استوانه کدام است؟

- (۱) $2\pi\sqrt{3}$ (۲) 3π (۳) 4π (۴) 8π

۲۶۶. باقیمانده تقسیم $(x^3 - x^2 + 5x - 2)$ بر دو جمله‌ای $x - 8$ کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

۲۶۷. حاصل $x^2 + (x^2 - 1) \left(\frac{3x-6}{x^2-x-2} - \frac{x^2+2x}{x^2+x-2} \right)$ کدام است؟

- (۱) $2x + 3$ (۲) $8x + 2$ (۳) $3x - 2$ (۴) $2x - 8$

۲۶۸. اگر $x = 2 + \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^2 - 4x$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۶۹. عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه $(5, 3)$ و $(1, -1)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷۰. فاصله نقطه $A(-2, 3)$ از خط به معادله $2y + 4x + 7 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) ۵

۲۷۱. میانه داده‌های آماری ۹، ۱۰، ۹، ۸، ۱۲، ۱۱، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۷، ۱۴ کدام است؟

- (۱) $10/5$ (۲) ۱۱ (۳) $11/5$ (۴) ۱۲

۲۷۲. مجموع مربعات ۱۲ داده‌های آماری ۳۰۰ و انحراف معیار آن صفر است، نما در این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۷۳. اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ ، مقدار $f\left(2\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $3/25$ (۳) $3/5$ (۴) $3/75$

۲۷۴. جواب بزرگ‌تر معادله $8x^2 + 21x - 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) 8 (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۷۵. جواب‌های کدام معادله به صورت $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$ است؟

(۱) $x^2 - 14x + 41 = 0$ (۲) $x^2 + 14x + 41 = 0$

(۳) $x^2 - 7x + 21 = 0$ (۴) $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۷۶. با ارقام ۷، ۹، ۵، ۱، ۰ چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۷۷. از ۱۲ دانش آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۷۸. نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x+5y+4=0$ و $3x-4y=17$ کدام است؟

- (۱) (۲ و -۳) (۲) (۲ و -۳) (۳) (۳ و -۲) (۴) (۲ و ۳)

۲۷۹. اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ مقدار $f(f(3))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۸۰. فاصله نقطه $(-\frac{5}{2}, -4)$ از رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۲۸۱. اگر $A = \{1, 2, 2, 3, 5\}$ و $B = \{2, 5, 7\}$ چند زیر مجموعه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸۲. اگر $A = 0/24848.....$ حاصل $\sqrt{11A + 1/3}$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۲۸۳. بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک $(x^2 + x - 2)^2$ و $(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$ کدام است؟

- (۱) $x^2 - 2x + 1$ (۲) $x^2 + 2x - 1$ (۳) $x + 1$ (۴) $x - 1$

۲۸۴. اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ مقدار $f(2\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $3/25$ (۳) $3/5$ (۴) $3/75$

۲۸۵. جواب بزرگتر معادله $8x^2 + 21x - 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) 3 (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۸۶. جواب‌های کدام معادله به صورت $\{7 - 2\sqrt{2}, 7 + 2\sqrt{2}\}$ است؟

- (۱) $x^2 - 14x + 41 = 0$ (۲) $x^2 + 14x + 41 = 0$
(۳) $x^2 - 7x + 21 = 0$ (۴) $x^2 + 7x - 3 = 0$

۲۸۷. با ارقام ۰، ۱، ۵، ۹، ۷، چند عدد پنج رقمی غیرقابل تکرار می‌توان نوشت؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۹۲ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۲۸۸. از ۱۲ دانش‌آموز با استعداد به چند طریق می‌توان یک گروه سه نفری انتخاب کرد؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۰

۲۸۹. در دنباله اعداد $1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + \dots$ جمله یازدهم کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) -۱۶ (۴) -۳۲

۲۹۰. اگر $x = \log_5 \sqrt{125}$ آنگاه لگاریتم $(2x + 1)$ در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۹۱. بیشترین مقدار تابع $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۲۹۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) -2π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) 2π

۲۹۳. حد عبارت $\frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4}$ وقتی $x \rightarrow -2$ یک عدد حقیقی متناهی است حد آن وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹۴. مشتق عبارت $\sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}}$ به ازای $x = 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۲۹۵. اندازه مشتق عبارت $\sin^2 x - \cos^2 x$ به ازای $x = 135^\circ$ چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۲۹۶. اگر $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \tan \alpha$ ، کمان‌های x چگونه‌اند؟

- (۱) $x = K\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha$
 (۲) $x = K\pi - \frac{\pi}{4} - \alpha$
 (۳) $x = K\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$
 (۴) $x = K\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha$

۲۹۷. در پرتاب دو تاس با هم کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده برابر ۹ است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۹۸. در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۲ نفر علاقه‌مند به فوتبال و ۱۸ نفر علاقه‌مند به والیبال‌اند، یک فرد به تصادف

انتخاب می‌شود، با کدام احتمال این فرد به هر دو ورزش علاقه دارد؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخنامه تشریحی

۱. (۱)

$$x^2 + 1 > 0 \quad D = R \quad y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \Rightarrow x = \pm \frac{y}{\sqrt{1 - y^2}}$$

$$1 - y^2 > 0 \Rightarrow -1 < y < 1$$

۲. (۳)

$$y = \frac{2x + 3}{x - 1} \Rightarrow x = \frac{y + 3}{y - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = y = \frac{x + 3}{x - 2}$$

۳. (۴)

۴. (۲)

$$y' = \frac{\sin x}{\cos x} = -\tan x$$

۵. (۴)

$$y' = -3x^2 + 2ax \quad \max\left(\frac{2a}{3}, 4\right) \quad 4 = -\frac{8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} \Rightarrow a = 3$$

۶. (۲)

$$\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx + \int \frac{1}{x} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx + \int \frac{1}{x} dx = 2\sqrt{x} + \ln x + c$$

۷. (۴)

$$\text{حاصلضرب} = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -30 - 3 = -33$$

۸. (۱)

$$P = R - C = 100x - x^2 - 20x - 700 = -x^2 + 80x - 700 \quad x_{\max} = 40$$

$$p = -(40)^2 + 80(40) - 700 = 900$$

۹. (۲)

$$\frac{5}{9}x - \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 54$$

۱۰. (۳)

$$\sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{22} = \sqrt{2} \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$$

۱۱. (۱)

$$0/18 \times 150 = 270$$

۱۲. (۳)

$$A - B = \{2, 5, 9\} \quad B - A = \{1, 4, 6\}$$

۱۳. (۳)

۱۴. عددها ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶ و ۳۲ تقسیم پذیر است که جمع آن‌ها ۶۳ می‌شود و درگزینه‌ها وجود ندارد.

۱۵. (۱)

$$\frac{3}{\sqrt[4]{33}} \times \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3\sqrt[4]{3}}{3} = \sqrt[4]{3}$$

۱۶. (۴)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad P = 8x^3 - 4x^2 + 6x$$

$$R = P\left(\frac{1}{2}\right) = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

۱۷. (۲)

$$\frac{x^2-x-2}{x^2-1} \times \frac{x^2-x}{x-2} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{x(x-1)}{x-2} = x$$

۱۸. (۱)

۱۹. (۲)

$$a_{10} = \frac{2(10)+1}{10^2-1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

۲۰. (۴)

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{x'+x''}{x'x''} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-5/3}{-2/3} = \frac{5}{2}$$

۲۱. (۲)

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x-1)(x^3 + x^2 - x - 1) = (x-1)^2(x^2 + 2x + 1) = (x-1)^2(x+1)^2$$

$$x(x+ax-1) + 1 = x^3 + ax^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1) = (x-1)(x+1)^2$$

$$2(3/5) - 1 = 6 \quad (۲) \quad ۲۲$$

$$\frac{36}{150} \times 100 = 24 \quad (۲) \quad ۲۳$$

۲۴. سؤال مشخص نمی‌باشد اگر منظور زاویه داخل مثلث باشد همه جواب‌ها درست است.

۲۵. (۱)

$$x^2 + 4y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (2y-1)^2 = 0 \quad x = 0 \quad 2y-1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$x+y = \frac{1}{2}$$

۲۶. (۱)

$$\frac{1 + \sqrt{3} + \frac{2}{1-\sqrt{3}}}{2} = \frac{1-3+2}{1-\sqrt{3}} = 0$$

۲۷. (۴)

$$f(x)=f(x') \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{1+x'^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{1+x^2} = \frac{x'^2}{1+x'^2} \Rightarrow x^2 + x^2x' = x'^2 + x^2x'^2 \Rightarrow x^2 = x'^2 \Rightarrow x = \pm x'$$

(۴) ۲۸

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \quad -\frac{2}{3} = \frac{x}{\sqrt{5+x^2}} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x^2}{5+x^2} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = 2$$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5+20}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad f^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) + \sqrt{5}f(2\sqrt{5}) = 2 + \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 2 + 2 = 4$$

(۴) ۲۹

$$\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ y - 3x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1, y = 3 \Rightarrow (1, 3) \quad \text{راس دیگر}$$

$$\text{وسط دو راس } A \begin{cases} \frac{7+1}{2} = 4 \\ \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \quad oA = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

(۱) ۳۰

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1) - n^2}{\sqrt{n(n+1)} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n} + n} = 1$$

(۲) ۳۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{x}{x} [0^+] = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{x}{-x} [0^-] = -1 \times -1 = 1 \quad \text{تابع پیوسته نیست}$$

$$f(\theta) = a$$

(۱) ۳۲

$$f^{(10)}(x) = 2^{10} (5 \cos 2x - x \sin 2x) = 2^{10} \left(5 \cos \pi - \frac{\pi}{2} \sin \pi \right) = -5 \times 2^{10}$$

(۱) ۳۳

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{2}{2y-z} + x^2 = \left(x e^{3x+z} - \frac{1}{2y-z} \right) \times \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4-3} + (-1)^2 = \left(-1 \times e^{-3+3} - \frac{1}{4-3} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3}{2}$$

۳۴ پاسخ در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = x \times \frac{1 \times x - 0 \times y}{x^2 + y^2} = \frac{x^2}{x^2 + y^2} = \frac{r^2 \cos^2 \theta}{r^2} = \cos^2 \theta$$

(۳) ۳۵

(۱) ۳۶

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} = s_n$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} s_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

(۴) ۳۷

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \sqrt{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = -t \cos t + \int \cos t dt = -t \cos t + \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

(۱) ۳۸

$$f'(x) = \frac{1(1-2ax)+2a(x+2a)}{1+\left(\frac{x+2a}{1-2ax}\right)^2} = \frac{1+4a^2}{1+4a^2x^2+x^2+4a^2} = \frac{1+4a^2}{(1+4a^2)(1+x^2)} = \frac{1}{1+x^2}$$

(1) .۳۹

$$y = (e^{-x} + \sin x)^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x} \ln(e^{-x} + \sin x) = \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{-x} + \sin x)}{x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{ل‌ه‌وسپاره}} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{-x} + \cos x}{e^{-x} + \sin x} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \ln(\lim_{x \rightarrow 0} y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = e^0 = 1$$

(۳) .۴۰

$$\sqrt{2x+5} = y \Rightarrow x = \frac{y^2-5}{2} \quad x=2 \Rightarrow y=3$$

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{\frac{y^2-5}{2}-2}{\frac{y^2-5}{2}+1} = \frac{y^2-9}{y^2-3} = f(y) \quad f'(y) = \frac{12y}{(y^2-3)^2} \Rightarrow f'(3) = 1$$

(۳) .۴۱

(۳) .۴۲

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{7}$$

(۴) .۴۳

$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 9 + 4 \times 4}{16} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1(1-3)^2 + 2(2-3)^2 + 9(3-3)^2 + 4(4-3)^2}{16} = \frac{4+2+4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(۲) .۴۴

$$24 = \frac{F_i}{100} \times 360 \Rightarrow F_i = 6/7$$

(۳) .۴۵

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{4! \times 5 \times 6}{4! \times 2} = 15$$

(1) .۴۶

$$A = \{(5,6)(6,5)(6,6)\} \quad P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(1) .۴۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = (3t^2 - 3) \times \frac{1}{2t+1} = \frac{3t^2-3}{2t+1}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t(2t+1) - 2(3t^2-3)}{(2t+1)^2} \times \frac{1}{2t+1} \xrightarrow{t=1} \frac{d^2x}{dx^2} = \frac{2}{3}$$

(1) .۴۸

$$f'(x) = 2x \times \ln(x-2) + \frac{x^2}{x-2} \quad m = 2 \times \ln(3-2) + \frac{3^2}{3-2} = 9$$

$$y = 3^2 \times \ln(3-2) = 9 \times 0 = 0 \quad (3,0)$$

$$y - 0 = 9(x - 3) \Rightarrow y = 9x - 27 \quad \begin{matrix} x=0 \\ \Rightarrow y = -27 \end{matrix}$$

(۱) .۴۹

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(n+1)}{2n+4} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(n+1)}{2n+8} - \frac{n}{2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-3n}{2n+8} \right) = -\frac{3}{2}$$

(۲) .۵۰

$$\lim \left(\frac{2-h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \lim \left(1 - \frac{h}{2} \right)^{\frac{1}{h}} = \left[\left[1 + \left(-\frac{h}{2} \right) \right]^{\frac{-2}{h}} \right]^{-\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}} \quad \ln e^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

(۲) .۵۱

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{25}{100}} = 0/5$$

(۳) .۵۲

$$E(x) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx = -x e^{-\frac{x}{2}} - 2 e^{-\frac{x}{2}} \Big|_0^{\infty} = 2$$

(۴) .۵۳

$$7! \times \frac{(0/5)^2 \times (0/3)^2 \times (0/2)^3}{2! \times 2! \times 3!} = 0/378$$

(۲) .۵۴

$$E(x) = 0(0/3) + 1(0/5) + 2(0/2) = 0/9 \quad E(y) = 1(0/3) + 3(0/7) = 2/4$$

$$E(xy) = (0 \times 0 \times 1) + (1 \times 0/1 \times 1) + (2 \times 0/2 \times 1) + (0 \times 0/3 \times 3) + (1 \times 0/4 \times 3) + (2 \times 0 \times 3) = 1/7$$

$$\text{Cov}(x,y) = E(xy) - E(x)E(y) = 1/7 - (0/9 \times 2/4) = 1/7 - 2/18 = -0/48$$

(۲) .۵۵

$$\mu = np = 2 \times \frac{8}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(۴) .۵۶

$$x=9 \Rightarrow y=4 \quad y = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow (y-1)^2 = x$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & x \geq 4 \\ x+4, & x < 4 \end{cases} \quad f^{-1}(6) = (6-1)^2 = 25$$

(۲) .۵۷

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-2x}{x} \Rightarrow \text{شیب قائم } m' = \infty \quad \text{خط قائم موازی محور } y \text{ ها } m = -\frac{2-2}{1} = 0 \Rightarrow$$

(۴) .۵۸

$$y' = (2-4x)e^{2x-2x^2} \Rightarrow y'' = e^{2x-2x^2}(-4 + (2-4x)^2) = 0$$

$$\Rightarrow -4 + 4 - 16x + 16x^2 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } 1$$

(۲) ۵۹

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{-\cos(x+y)}{1-\cos(x+y)} \Rightarrow \frac{\cos \pi}{1-\cos \pi} = \frac{-1}{2}$$

(۲) ۶۰

$$(6x + 4)f'(3x^2 + 4x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=0} 4f'(0) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(۴) ۶۱

$$D\left(\frac{g}{f}\right) = \{x \notin D_f \cap D_g \mid f(x) \neq 0\} = \{x \geq 0 \mid x \neq \pm 1\} = [0, +\infty) - \{1\}$$

(۴) ۶۲

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{3y^2+x} \quad m = -\frac{1}{3(1)+0} = -\frac{1}{3}$$

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$$

(۳) ۶۳

$$\int_{-1}^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2e^{\frac{x}{2}} \Big|_{-1}^1 = 2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} = 2\left(2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}}\right) = 2\left(\sqrt{e} - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

(۳) ۶۴

$$1(2k^2) - 0(1) + 1(0 - 2k) = 0 \Rightarrow 2k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k = 0, 1$$

(۲) ۶۵

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^3 x^3 + 3\lambda^3 y^2 z - \lambda^3 y z x = \lambda^3 f(x, y, z)$$

$$x \frac{\delta f}{\delta x} + y \frac{\delta f}{\delta y} + z \frac{\delta f}{\delta z} = 3$$

(۳) ۶۶

$$P(x=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(۱) ۶۷

$$\text{Cov}(2x, 3y) = 12 \Rightarrow \text{cov}(x, y) = 2$$

$$\sigma_x = \sqrt{2} \quad \text{var}(3y) = 18 \Rightarrow \text{var}(y) = \frac{18}{9} = 2 \quad \sigma_y = \sqrt{2}$$

$$f_{x,y} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 1$$

(۴) ۶۸

$$P(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5}{9} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{5}}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{14}{15}$$

(٣) ٤٩

$$A = 0/252252 \dots = \frac{252}{999} \quad \frac{7}{A} = \frac{7 \times 999}{252} = 27/75$$

(٤) ٧٠

$$9^{x+2} = 3^x \times 81^3 \rightarrow 3^{2x+4} = 3^x \times 3^{12} = 3^x \times 3^{12} \rightarrow 2x + 4 = 12 + x \rightarrow x = 8$$

(١) ٧١

$$\text{معادله خط} \rightarrow y - 0 = \frac{3-0}{1+2}(x+2) \rightarrow y - x - 2 = 0$$

$$d = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

(٢) ٧٢

$$\frac{(1-\sqrt{2})^3}{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{(3-2\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{4-2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{10-7\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{2} = 5$$

(٤) ٧٣

$$\frac{2-x}{2x-1} - x > 0 \rightarrow \frac{2-2x^2}{2x-1} > 0$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{2-2x^2}{2x-1}$	$+$	$-$	$+$	$-$
	جواب		جواب	

(٢) ٧٤

$$M \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = -1 = \alpha \\ \frac{4+0}{2} = 2 = \beta \end{cases} \quad \begin{cases} X = x - \alpha = 4 - (-1) = 5 \\ Y = y - \beta = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

(٤) ٧٥

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

(١) ٧٦

$$\log_4 2\sqrt{2} = x \rightarrow 4^x = 2\sqrt{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2 1 - x = \log_2 1 - \frac{3}{4} = \log_2 \frac{1}{4} = -\log_2 4 = -2$$

(٤) ٧٧

$$\sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3})$$

(٣) ٧٨

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 5\beta = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{cases} \quad \alpha + \beta = -1 + 2 = 1$$

(۴) ۷۹

$$\frac{C(5,1) \times C(3,1)}{C(8,2)} = \frac{15}{28}$$

(۲) ۸۰

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{دو مثلث متشابهند}} \frac{s_1}{s_2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(۳) ۸۱

$$R = 96 - 25 = 71 \quad C = \frac{71}{9} = 7/8 \cong 8$$

(۳) ۸۲

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{11 + 11 + 12 + 13 + 15 + 10}{6} = 12 \\ \sigma^2 &= \frac{2(11 - 12)^2 + (12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (10 - 12)^2}{6} \\ &= \frac{1 + 1 + 0 + 1 + 9 + 4}{6} = \frac{16}{6} = 2/66 \end{aligned}$$

(۱) ۸۳

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(۳) ۸۴

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + \sqrt{4 - 3x}}{4 + x} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow -4} 1 + \frac{-3}{2\sqrt{4 - 3x}} = -\frac{2\sqrt{4 - 3x} - 3}{2\sqrt{4 - 3x}} = \frac{5}{8}$$

(۲) ۸۵

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \rightarrow 4 + 3 = 2a - 4 \rightarrow a = \frac{11}{2}$$

(۱) ۸۶

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} \quad f'(2) = \frac{3}{(2+1)^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(۲) ۸۷

$$\begin{aligned} y &= \cos 2x \sin x = \frac{1}{2} [\sin 3x - \sin x] \rightarrow y' = \frac{1}{2} [3\cos 3x - \cos x] \\ \frac{1}{2} [3\cos \pi - \cos \frac{\pi}{3}] &= \frac{1}{2} [-3 - \frac{1}{2}] = -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$y = (-1)^2 - 2(-1) = 3 \quad (-1, 3)$$

(۲) ۸۸

$$y' = 2x - 2 = 2(-1) - 2 = -4 \rightarrow y - 3 = -4(x + 1) \rightarrow y = -4x - 1$$

$y + 4x + 1 = 0$ شیب مماس

(۴) .۸۹

(۴) .۹۰

$A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B$

(۱) .۹۱

$(-x^{-1})^{-1} = \frac{1}{-x^{-1}} = -x \xrightarrow{\text{قرینه}} x$

(۳) .۹۲

$36 = 2^2 \times 3^2$ م.م.ک = $2^3 \times 3^2 = 72$
 $24 = 2^3 \times 3$ م.م.ب = $2^2 \times 3 = 12 \Rightarrow 72 - 12 = 60$

(۴) .۹۳

$\frac{x-2}{11} = \frac{72}{99} \Rightarrow x-2 = 8 \Rightarrow x = 10$

(۳) .۹۴

$A = x^2 + 2x, \quad B = x^2 + 2x - 8$
 $A - B = x^2 + 2x - x^2 - 2x + 8 = 8$

(۲) .۹۵

(۱) .۹۶

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad P(-1) = (-1)^2 - 1 - 2(-1) - 2 = 0$

(۳) .۹۷

$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{b(a-b)} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = 2$

(۱) .۹۸

$d = \frac{|3(1) + 4(2) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 + 8 - 5|}{5} = \frac{6}{5}$

(۳) .۹۹

$m = -\frac{-4}{2} = 2 \quad y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y = 2x + 7$

(۲) .۱۰۰

$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$

(۲) .۱۰۱

$\frac{3}{2\sqrt{24}} = \frac{3}{2\sqrt{2^3 \cdot 3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

(۴) .۱۰۲

$$\frac{3x+4}{2} - x = 5 \Rightarrow 3x+4-2x=10 \Rightarrow x=6$$

(۳) .۱۰۳

$$\begin{cases} 10x+25y=400 \\ x+y=25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=10 \end{cases}$$

(۳) .۱۰۴

$$4(3x-2) - 6(x-2) < 24 \Rightarrow 12x-8-6x+12 < 24 \Rightarrow 6x+4 < 24$$

$$6x < 20 \Rightarrow x < \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

(۴) .۱۰۵

(۴) .۱۰۶

(۴) .۱۰۷

(۱) .۱۰۸

$$x-1=y \Rightarrow x=y+1 ; f(y) = (y+1)^2 - 3(y+1)$$

$$f(-2) = (-2+1)^2 - 3(-2+1) = 1+3=4$$

(۲) .۱۰۹

$$x^2 - 7x - 8 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-8) = 0 \Rightarrow x=8$$

(۴) .۱۱۰

(۳) .۱۱۱

$$t_7 = 20, t_{15} = 30 \quad t_{15} - t_7 = (15-7)d \Rightarrow 30 - 20 = 8d$$

$$\Rightarrow d = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

(۳) .۱۱۲

$$r = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \quad t_5 = ar^4 = 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = 4 \times \frac{81}{16} = \frac{81}{4}$$

(۲) .۱۱۳

$$\log 6x^3 = \log 48 \Rightarrow 6x^3 = 48 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

(۳) .۱۱۴

$$Tc = TR \Rightarrow 16 \times 3^x = 6x$$

$$16 = \left(\frac{6}{3}\right)^x \Rightarrow 16 = 2^x \Rightarrow x = 4$$

۱۱۵. (۲) از آزمون مشتق دوم استفاده می کنیم

$$y = x^3 - 3x \quad y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = 6x \quad \begin{cases} x = +1 & y'' \geq 0 \text{ . است } \text{Min } x = 1 \\ x = -1 & y'' < 0 \text{ . است } \text{Max } x = -1 \end{cases}$$

(۱) .۱۱۶

$$\left. \begin{aligned} z'_x &= \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} + \frac{\frac{1}{y}}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{y} - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x} \\ z'_y &= -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + \frac{-\frac{x}{y^2}}{\frac{x}{y}} = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow xz'_x + yz'_y = \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + 1 - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 = 0$$

(ف) .۱۱۷

$$z'_x = \frac{2(x+2y) - 2x - y + 1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x+4y-2x-y+1}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow 3y+1=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$z'_y = \frac{(x+2y) - 2(2x+y-1)}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{x+2y-4x-2y+2}{(x+2y)^2} = 0 \Rightarrow -3x+2=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$

(ز) .۱۱۸

$$F = x^2 + y^2 - \lambda(x + 2y - 5) \Rightarrow \begin{cases} f'_x = 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \\ f'_y = 2y - 2\lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda \\ f'_\lambda = -x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -\frac{\lambda}{2} - 2\lambda = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda - 4\lambda}{2} = -5 \Rightarrow -5\lambda = -10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2$$

(ح) .۱۱۹

$$\int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int 2u du = \frac{2u^2}{2} = (\ln x)^2 \Big|_1^2 = (\ln 2)^2 - (\ln 1)^2 \rightarrow \ln x = u \rightarrow \frac{dx}{x} = du$$

(ط) .۱۲۰

$$I(x) = \int e^{\sqrt{x}} dx \quad I(x) = \int I'(x) dx \Rightarrow I'(x) = e^{\sqrt{x}} \quad I'(1) - I(0) = e^1 - e^0 = e - 1$$

(ث) .۱۲۱

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n} = \frac{400 - 10 \times 36}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$CV = \frac{4}{6} = 0/66$$

(ج) .۱۲۲

$$P(x=3) = \left[\begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right] \left(\frac{1}{4} \right)^3 \left(\frac{3}{4} \right)^2 = 0/879$$

(د) .۱۲۳

$$F(m) = \frac{1}{2} \text{ میانه است } m \quad F(m) = \int_{3/4}^m dx = x \Big|_{3/4}^m = m - 3/4$$

$$F(m) = \frac{1}{2} \rightarrow m - 3/4 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 3/4 + 0/5 = 3/9$$

۱۲۴. (۳) در اینجا آماردان بر این باور است که میانگین جامعه کمتر یا مساوی ۱۰ است پس باور خود را در H_0 قرار می‌دهد به امید آنکه بتواند آنرا رد کند.

۱۲۵. (۳)

$$P(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} = \frac{5}{5 \times 5} = \frac{1}{5} = 0/2$$

۱۲۶. (۴) اثر ماتریس برابر با مجموع مقادیر ویژه و اثر ماتریس نیز مجموع عناصری روی قطر اصلی است $2+5=7$

۱۲۷. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \\ &= (2u - 2v) \cos \theta \\ &+ (2v - 2u) \sin \theta = (2r \cos \theta - 2r \sin \theta) \cos \theta + (2r \sin \theta - 2r \cos \theta) \sin \theta \\ &= 2r \cos^2 \theta - 2r \sin \theta \cos \theta + 2r \sin^2 \theta - 2r \cos \theta \sin \theta \\ &= 2r(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - r(\sin 2\theta + \sin 2\theta) = 2r - 4r \sin \theta \cos \theta \end{aligned}$$

۱۲۸. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 19 = 15 + 10 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

۱۲۹. (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{\beta n} = e^{a\beta} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{2n} = e^{2a} = e^{\frac{3}{2}} \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۳۰. (۳) اگر x سپرده بانکی باشد در ماه اول $\frac{x \cdot \frac{12}{100} (1/12)}{x + \%12(1/12)x} = \frac{12}{100}$ و ماه دوم $\frac{x \cdot \frac{12}{100} (1/12)}{x + \%12x} = \frac{12}{100}$ و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۱۳۱. (۱)

$$\begin{aligned} x + 2y + kz = 0 \quad 2x + y + (k+1)z = 0 \\ x - y + z = 0 \quad 2x + y - z = 0 \quad k + 1 = -1 \quad k = -2 \\ 2x + y - z = 0 \quad 2x + y - 2z = 0 \end{aligned}$$

یک معادله و ۳ مجهول بی نهایت جواب دارد

۱۳۲. (۲) پس در ۲۰ دقیقه به طور متوسط ۲ نفر وارد بانک می‌شود (توزیع پواسن)

نفر	دقیقه
۱	۱۰
$x = 2$	۲۰

$$P(a = 2) = \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} = 2e^{-2}$$

۱۳۳. (۳)

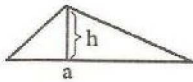
$$A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(2n+1)!}{n!}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n!(n+1)(n+2)\dots(2n+1)}{n!}} = \sqrt{\frac{(n+1)(n+2)\dots(2n+1)}{n^2}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{n+1}{n}\right)\left(\frac{n+2}{n}\right)\dots\left(\frac{2n+1}{n}\right)} = \sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\dots\left(1+\frac{n+1}{n}\right)}$$

$$\ln A_n = \frac{1}{n} \left[\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) + \ln\left(1+\frac{2}{n}\right) + \dots + \ln\left(1+\frac{n+1}{n}\right) \right] = \int_0^1 \ln(1+x) dx = \ln 4 - 1$$

$$A_n = e^{\ln 4} \times e^{-1} = \frac{4 \times 1}{e} = \frac{4}{e}$$

مثلت $S = \frac{1}{2}ah$ ۱۳۴ (۴)



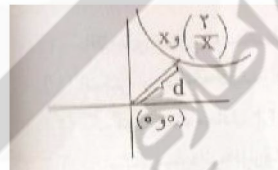
$$s = \frac{1}{2}(16-h)h \quad \text{پس } a = 16-h \quad \text{پس } a+h$$

از طرفی طبق صورت سؤال = 16

حال باید ماکزیمم تابع S را بدست آوریم. برای این کار:

$$s' = 8 - h = 0 \rightarrow h = 8 \rightarrow a = 8 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

۱۳۵ (۱)



$$d = \sqrt{x^2 + \left(\frac{4}{x}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{4}{x^2}}$$

برای یافتن کمترین فاصله کافی است مینیمم تابع زیر رادیکال یعنی $P(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$ را بیابیم برای این کار

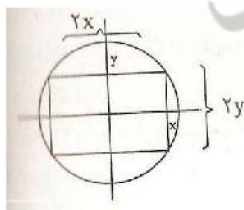
$$f'(x) = 2x - \frac{8}{x^3} = 0 \rightarrow 2x^4 = 8 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x^4 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2 + \frac{4}{2}}$$

$$= \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

۱۳۶ (۲)

$$S = 2x. \quad 2y = 4xy$$

از طرفی $x^2 = 4 - y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$



$$S = 4\sqrt{4-y^2}. y$$

$$\Rightarrow S' = 4\sqrt{4-y^2} - \frac{4y^2}{\sqrt{4-y^2}} \rightarrow S' = 0 \rightarrow (\sqrt{4-y^2})^2 = y^2$$

$$\rightarrow 4 - y^2 = y^2 \rightarrow 4 = 2y^2 \rightarrow y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2}$$

در نتیجه $\sqrt{2} = x \Leftrightarrow 2 = x^2$

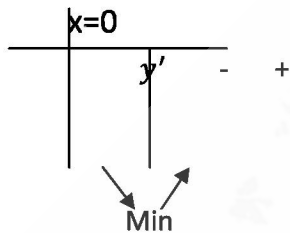
$$s = 4 \left(\sqrt{4 - (\sqrt{2})^2} \right) \sqrt{2} = 8$$

۱۳۷. (۳)

$$y = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$\rightarrow y' = 4x^3 + 6x \rightarrow y' = 0 \rightarrow 4x^3 + 6x = 0 \rightarrow x(4x^2 + 6) = 0$$

از آن جا که $4x^2 + 6 \neq 0$ پس نقطه $x=0$ تابع y' را در $x=0$ تعیین علامت می کنیم و داریم:



پس تابع در $x=0$ فقط یک Min نسبی دارد.

۱۳۸. (۲)

$$2^{2x} \times 3^x \times 2^{5y} \times 3^2 = 2^5 \times 3^5 \Rightarrow 2^{2x+5y} \times 3^x - 2^5 \times 3^3 \Rightarrow x = 3$$

$$2x + 5y = 5 \xrightarrow{x=3} y = -\frac{1}{5}$$

۱۳۹. (۳)

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = 16 \left(\frac{1}{2} \right)^4 - 8 \left(\frac{1}{2} \right)^3 + 4 \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 5 = 1 - 1 + 1 + 5 = 6$$

۱۴۰. (۱)

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + 2y)$$

۱۴۱. (۲)

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

۱۴۲. (۳)

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{24}}{(1 + \sqrt{2})^2 - 3} + \sqrt{3} - 1 &= \frac{\sqrt{8} + 4 - 2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3} - 1 = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \sqrt{3} - 1 \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{12}}{2} + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۴۳. (۲)

$$3(2) - 4(m - 1) = 10 \Rightarrow 6 - 4m + 4 = 10 \Rightarrow 10 - 4m = 10 \Rightarrow m = 0$$

۱۴۴. (۴) x و y مثبت در معادله صدق نمی کند.

۱۴۵. (۴)

$$A' = \{2, 4, 6\} \quad B' = \{a, b, c\}$$

$$B \cap A' = \{2, 4, 6\} \quad A \cap B' = \{a, b, c\}$$

(۴) .۱۴۶

$$2(x + y) = 50 \Rightarrow x + y = 25 \Rightarrow x + x + 1 = 25 \Rightarrow x = 12, y = 13$$

$$S = xy = 12 \times 13 = 156$$

(۳) .۱۴۷

$$3/42 \times 3/42 + 0/0136 = 11/71$$

(۲) .۱۴۸

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = 3$$

(۲) .۱۴۹

$$\frac{(3 \times 0/4)^7}{(1/2)^5} = \frac{(1/2)^7}{(1/2)^5} = (1/2)^2 = 1/44$$

(۲) .۱۵۰

$$\begin{cases} 2x - 3y = 16 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 5$$

(۳) .۱۵۱

$$\frac{84 + 96 + 82/5 + 92 + 105 + 107/5}{2} = 94/5$$

(۴) .۱۵۲

(۳) .۱۵۳

$$4\left(\frac{9}{4}\right) - 12\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = 32$$

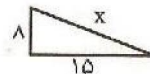
۱۵۴. (۴) ۷۷ به ۱۱ و ۸۷ به ۳ و ۹۷ به ۳ بخش پذیر هستند.

(۴) .۱۵۵

$$\frac{21}{18} \div \left(\frac{-10+9}{12}\right) = \frac{7}{6} \div -\frac{1}{12} = \frac{7}{6} \times -12 = -14 \xrightarrow{\text{قرینه آن}} 14$$

(۱) .۱۵۶

$$x^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow x = 17$$



(۲) .۱۵۷

$$12 \times 5 = 60 \quad 60 \div 2 = 30$$

(۴) .۱۵۸

$$3i - 6j - 4i - 2j = -i - 8j \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

(۳) .۱۵۹

$$\binom{1}{1} \binom{7}{2} = 1 \times \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

۱۶۰. (۱)

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}$$

X: تعداد بذر جوانه زده

۱۶۱. (۴)

$$X \sim \text{Bin}(3, \theta/8)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^1 \binom{3}{x} (0/8)^x (0/2)^{3-x} = 1 - [(0/2)^3 + 3(0/8)(0/2)^2] = 0/896$$

۱۶۲. (۳)

تابع $f(x) = x^2 - 3|x|$ را می توان به فرم زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & , x \geq 0 \\ x^2 + 3x & , x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط بحرانی باید:

$$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 3 = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

حال از آنجا که $f'(x)$ در $x=0$ نیز موجود نیست پس سه نقطه $\frac{3}{2}$ و $-\frac{3}{2}$ و $x=0$ نقاط بحرانی تابع هستند.

۱۶۳. (۲)

$$\int \frac{(2x\sqrt{x} + \sqrt{x})^4}{x^2} dx = \int \frac{(\sqrt{x}(2x+1))^4}{x^2} dx = \int \frac{x^2(2x+1)^4}{x^2} dx = \int (2x+1)^4 dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} (2x+1)^5 = \frac{1}{10} (2x+1)^5 + c$$

۱۶۴. (۴)

$$\left. \begin{aligned} 2x \geq 3 - 2 &\Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 2x - 2 \leq 1 - 4x &\Rightarrow 6x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{اشتراک} \\ \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{array}$$

۱۶۵. (۳)

$$\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4m(m-2) = 36 - 4m^2 + 8m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 9 = 0$$

$$m = 1 \mp \sqrt{1+9} = 1 \mp \sqrt{10}$$

۱۶۶. (۴) A-B ممکن است تهی باشد و ممکن است با پایان باشد.

۱۶۷. (۲)

$$A + I = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A - I = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-5 & 15+10 \\ -1-4 & -5+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 25 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

(۱) .۱۶۸

$$2 \cos x = -\sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$$

(۳) .۱۶۹

$$\left. \begin{aligned} \log x + \log y = 1 &\Rightarrow \log xy = \log 10 \Rightarrow xy = 10 \\ 4^{x-y} = 4^3 &\Rightarrow x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5, -2$$

$x = -2$ غیر قابل است.

(۴) .۱۷۰

$$a = i - 2j \quad \vec{OA} = 2i - 4j - 3i - j = -i - 5j \quad |\vec{OA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$b = 3i + j$$

(۲) .۱۷۱

$$c(n, n-2) = \frac{n!}{(n-n+2)!(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)! 2!} = \frac{(n-2)! \times (n-1) \times n}{(n-2)! 2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$n(n-1) = 240 \Rightarrow n^2 - n - 240 = 0 \Rightarrow (n+15)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 16$$

(۳) .۱۷۲

$$s_{13} = 0 \Rightarrow n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 13 = \frac{13[2(-3) + 12d]}{2} = 0$$

$$-6 + 12d = 0 \Rightarrow 12d = 6 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(۲) .۱۷۳

$$q = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[3+1]{\frac{81}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2}$$

$$16, 24, 36, 54, 81 \xrightarrow{\text{مجموع}} 114$$

(۱) .۱۷۴

$$\tan(\pi + \alpha) + \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha$$

(۳) .۱۷۵

$$\left(4x + \frac{1}{x-1}\right) \left(1 - \frac{1}{2x-1}\right) = \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{x-1}\right) \left(\frac{2x-1-1}{2x-1}\right) = \frac{(2x-1)^2}{x-1} \times \frac{2(x-1)}{2x-1}$$

$$= 2(2x-1) = 4x-2$$

(۲) .۱۷۶

$$a^2 + b^2 - 2ab - c^2 = (a-b)^2 - c^2 = (a-b+c)(a-b-c)$$

(۳) .۱۷۷

$$y = 2x - 6 \quad A \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{وسط } M \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-3)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(۱) .۱۷۸

$$(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 3\sqrt{6} = 4 + \sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6 + 3\sqrt{6} = -2$$

(۳) .۱۷۹

(۲) .۱۸۰

$$x^2 - 6 = 5|x| \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 & x \geq 0 \Rightarrow x = 6 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 & x < 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۱۸۱. (۳) در ۲ و ۲- مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{|x^2-1|} & -2 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

(۳) .۱۸۲

$$\alpha + \beta = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \tan \frac{5\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 1 - \tan \alpha \tan \beta$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 + \tan \alpha \tan \beta + \tan \alpha + \tan \beta = 1 + \tan \alpha \tan \beta + 1 - \tan \alpha \tan \beta = 2$$

$$10\% \times 2000 = 200$$

(۱) .۱۸۳

(۳) .۱۸۴

$$(80, 20)$$

$$(4, 40)$$

$$\text{م.م.ب} = 4 = 2^2$$

$$\text{م.م.ک} = 40 = 2^3 \times 5$$

۱۸۵. احتمالاً سؤال اشکال دارد، چون $\sin 0^\circ = 0$ است در نتیجه داریم:

که در هیچکدام از گزینه‌ها نیست.

$$2\sin 0^\circ \times \sin 40^\circ + \cos(34\pi + 50) = \cos 50^\circ$$

(۴) .۱۸۶

$$\frac{m}{2} = 2 \times 2\sqrt{7} \Rightarrow m = 8\sqrt{7}$$

(۴) .۱۸۷

$$y = b_1x + b_0$$

$$y = x + 3$$

$$b_1 = \frac{spxy}{ssx} = \frac{6}{6} = 1$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 5 - 2 = 3$$

(۴) .۱۸۸

$$\text{خط : } x - 1 = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z + 1 \Rightarrow$$

$$Ax + Bx + Cz + D = 0 \text{ صفحه}$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = \frac{1}{2} \\ C = 1 \end{cases} \quad A + B + c + d = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -\frac{5}{2}$$

$$x + \frac{1}{2}y + z - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 2x + y + 2z = 5$$

(۲) .۱۸۹

$$(n, 2) - \binom{n}{2} = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-2)! \times 2} = 36 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 36$$

$$n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9 \quad \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

(۳) .۱۹۰

$$\begin{cases} 2^{498} \equiv 1 \\ 2^2 \equiv 13 - 9 \\ \equiv \end{cases} \rightarrow 2^{590} \equiv 139$$

(۳) ۱۹۱.

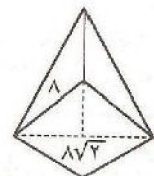
A : در درس ریاضی قبول شده‌اند $n(A' \cap B') = 10 \Rightarrow n(A \cup B) = 10$

B : در درس فیزیک قبول شده‌اند $n(A \cup B) = 40$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 30 + 30 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

(۱) .۱۹۲



$$x^2 = (4\sqrt{2})^2 + 7^2 = 32 + 49 = 81 \Rightarrow x = 9$$

(۱) ۱۹۳.

$$\begin{aligned} \%70x = 1400 &\Rightarrow x = 2000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 600 \xrightarrow{\text{مجموع}} 2600 \\ \%80x = 8000 &\Rightarrow x = 10000 \rightarrow 2000 \end{aligned}$$

(۳) ۱۹۴.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 1, x = 2$$

(۲) .۱۹۵

۱۹۶. (۴) پاسخ درست در بین گزینه‌ها نیست، زیرا:

$$10000 = 1000e^{0/4t} \Rightarrow 10 = e^{0/4t} \Rightarrow \ln 10 = 0/4t$$

$$t = \frac{\ln 10}{0/4} = \frac{5 \ln 10}{2}$$

در جواب‌های نیست

(۲) .۱۹۷

$$f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}} = 0$$

(۲) .۱۹۸

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a^2 = 8, b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$c = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{خروج از مرکز } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۴) .۱۹۹

$$x - |x| > 0 \Rightarrow |x| < x \Rightarrow x \in \emptyset$$

(۱) .۲۰۰

(۱) .۲۰۱ مرکز دایره

(۲) .۲۰۲

$$\frac{2mx-1}{x} = 4x \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 1 = 0 \quad \Delta = 4m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۲۰۳. $2a+b$ می‌تواند ۸ یا ۴ یا ۶- باشد.

$$2(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(۲) .۲۰۴

(۴) .۲۰۵

$$\int \frac{x^2}{x^2+a} dx = x - a \arctan \frac{x}{a}$$

۲۰۶. جواب $2\sqrt{2} - 2$ می‌باشد.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx = 2\sqrt{2} - 2$$

۲۰۷. در جواب‌ها نمی‌باشد.

$$P(7, 4) = \frac{7!}{(7-4)!} = 840$$

(۱) .۲۰۸

(۳) .۲۰۹

(۴) .۲۱۰

(۲) .۲۱۱

(۴) .۲۱۲

$$\frac{20}{50} \times \frac{30}{50} + \frac{30}{50} \times \frac{20}{50} = \frac{12}{25}$$

(۱) .۲۱۳

(۳) .۲۱۴

$$x - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq x \Rightarrow x = 0, x \in \mathbb{R}^+$$

(۴) .۲۱۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 16}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} -(x^2 + 4) = -8$$

(۱) .۲۱۶

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(-|x|) = |x| = f(x)$$

(۲) .۲۱۷

(۴) .۲۱۸

(۴) .۲۱۹

$$A' \cap B' = \emptyset \Rightarrow (A \cup B)' = \emptyset$$

(۱) .۲۲۰

$$|A| = 0 \quad |A| = -k = 0 \Rightarrow k = 0$$

(۳) .۲۲۱

(۲) .۲۲۲

$$\text{Mod} = 3 \text{ median} - 2 \text{ mean}$$

$$40 = 3(50) - 2x \Rightarrow x = 55$$

(۳) .۲۲۳

$$\binom{5}{3} \times \binom{5}{2} = 10 \times 10 = 100$$

(۴) .۲۲۴

(۳) .۲۲۵

(۲) .۲۲۶

$$\frac{120000n_1 + 70000n_2}{n_1 + n_2} = 100000 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{n_2}{100} = \frac{2}{5} \Rightarrow n_2 = 40$$

(۳) .۲۲۷

(۲) .۲۲۸

$$\binom{4}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64}$$

(۳) .۲۲۹

(۳) .۲۳۰

$$A = \{1,2\} \quad P(A) = 2^2 = 4$$

(۴) .۲۳۱

$$|2A| = 4(4 - 0) - 0 + 0 = 16$$

(۳) .۲۳۲

$f''(x) = 2(x^4 + 1)(x^6 + 1)(x^8 + 1) + \dots \rightarrow x$ جملاتی به صورت حاصلضرب در x

$$f''(0) = 2$$

(۳) .۲۳۳

$$y = 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 + \dots$$

$$y' = n + 2Ax + \dots$$

(۱) .۲۳۴

$$dz = (2x - y)dx + (2y - x)dy = (4 - 1)(0/1) + (2 - 2)(0/2) = 0/3$$

(۱) .۲۳۵

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-1} f(x, y)$$

(۴) .۲۳۶

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = du$$

(۴) .۲۳۷

(۱) .۲۳۸

(۲) .۲۳۹

$$C(12,10) + C(12,11) + c(12,12) = 79$$

۲۴۰. جواب صفر است که در گزینه‌ها نمی‌باشد.

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{P(B \cap A \cap \bar{B})}{P(A \cap \bar{B})} = \frac{P\emptyset}{0/4} = \frac{0}{0/4} = 0$$

(۲) .۲۴۱

$$\frac{1}{2} \times 0/06 + \frac{1}{2} \times 0/04 = 0/05$$

(۴) .۲۴۲

$$0/3 \times 15000 - 0/7 \times 40000 = 17000$$

(۲) .۲۴۳

$$\int^2 Kx^{-2} dx = 1 \Rightarrow k = 2$$

(۲) .۲۴۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + e^{\frac{1}{n}} + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^2 + \dots + \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^{n-1}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{1-e^{\frac{1}{n}}} - \left(e^{\frac{1}{n}}\right)^n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1-e+e^{\frac{1}{n}+1}}{n}}{1-e^{\frac{1}{n}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{حد هوییتال}} \text{حد}$$

$$= e - 1$$

(۴) .۲۴۵

$$y' = xe^x + e^x \Rightarrow y = xe^x$$

(۳) .۲۴۶

$$\nabla f = 2x dx + 2y dy + 2z dz$$

$$\frac{u}{|u|} = i \quad \nabla f_{(1,0,0)} \times \frac{u}{|u|} = (2i, 0, 0) \times i = 2$$

(۱) .۲۴۷

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{9}h + 4h\right) - f\left(\frac{\pi}{9} - h\right)}{4h} \times 4 = f'_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{9} - h\right) \times 4 = -\frac{16}{3}$$

(۲) .۲۴۸

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x - \sin x}{x \sin x \tan x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{x \sin x}\right) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{حد دو بار هوییتال}} \text{حد} = \frac{1}{2}$$

(۳) .۲۴۹

$$g(3) = 4(2)^2 = 16 \quad f(g(3)) = f(16) = f(14 + 2) = 2(14) = 28$$

(۱) .۲۵۰

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (8x^2 - x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{1}{x} - x^2\right) dx = \ln 2$$

(۴) .۲۵۱

$$\frac{d}{dx} \left[-\int_0^x |t| dt + \int_0^{x^2} t dt \right] = -|x| + \frac{d}{dx} \left[\frac{x^4}{2} \right] = 2x^3 - |x|$$

۲۵۲. (۳) با تغییر متغیرهای $x = \sin t$ و $y = \cos t$ و شرط $\sin^2 x + \cos^4 x = 1$ و حل انتگرال جواب بدست

می‌آید.

(۴) .۲۵۳

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{27}{64}$$

(۳) .۲۵۴

$$0/5 \times 0/03 + 0/3 \times 0/04 + 0/2 \times 0/05 = 0/037$$

(۲) .۲۵۵

$$\bar{x}_c \geq \mu + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0 + 1/96 \times \frac{2}{\sqrt{25}} = 0/784$$

(۴) .۲۵۶

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\pi}$$

(۴) .۲۵۷

$$P(-1 < x < 1) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{1}{2}$$

(۲) .۲۵۸

$$x = \ln y$$

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

(۳) .۲۵۹

(۱) .۲۶۰

$$c(n, 2) - \frac{n!}{(n-2)!} = 2 \frac{n!}{(n-2)!2!} - \frac{n!}{(n-2)!} = 0$$

(۲) .۲۶۱

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow f(1) = 1 - 3 + b = -2 \Rightarrow b = 0$$

(۳) .۲۶۲

$$3, 4, 5, 7, 7, 9, 10, (11), 12, 14, 14, 15, 17, 17, 19$$

(۳) .۲۶۳

$$x_i = \bar{x} \quad \sum x_i^2 = 300 \Rightarrow 2x_i^2 = 300 \Rightarrow x_i = 5$$

(۳) .۲۶۴

(۴) .۲۶۵

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi(1)(2) + 2\pi(1)^2 = 6\pi$$

= شعاع قاعده

(۴) .۲۶۶

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \quad 3^3 - 3^2 + 5(3) - 2 = 31$$

(۴) .۲۶۷

$$(x-1)(x+1) \left[\frac{3(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+2)} \right] + x^2 = 2x - 3 - x^2 + x^2 = 2x - 3$$

(۲) .۲۶۸

$$x^2 - 4x = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} = -1$$

(۲) .۲۶۹

$$m = 1 \xrightarrow{\text{معادله خط}} y = x + 2 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

(۱) .۲۷۰

$$L = \frac{|2(3) + 4(-2) + 7|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(۲) .۲۷۱

$$7, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15$$

(۳) .۲۷۲

(۴) .۲۷۳

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(۳) .۲۷۴

$$8x^2 + 21x - 9 = 0 \quad x = \frac{3}{8}, -3$$

(۱) .۲۷۵

$$S = 7 - 2\sqrt{2} + 7 + 2\sqrt{2} = 14 \quad P = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$

$$x^2 - 14x + 41 = 0$$

(۳) .۲۷۶

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(۲) .۲۷۷

$$\binom{12}{3} = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

(۳) .۲۷۸

$$\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases} \Rightarrow y = -2, \quad x = 3$$

(۱) .۲۷۹

$$f(3) = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3}$$

(۴) .۲۸۰

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2(-\frac{1}{2})} = 3 \quad y = -\frac{1}{2}(3)^2 + 3(3) - 1 = -\frac{9}{2} + 8 = \frac{7}{2} \quad s\left(3, \frac{7}{2}\right)$$

$$d = \sqrt{(-4-3)^2 + \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

(۲) .۲۸۱

$$A - B = \{1,3\} \quad 2^2 = 4$$

(۲) .۲۸۲

$$\sqrt{11A + 1/3} = \sqrt{11 \times \frac{27}{110} + 1/3} = \sqrt{2/7 + 1/3} = \sqrt{4} = 2$$

(۱) .۲۸۳

$$\begin{cases} (x^2 + x - 2)^2 = (x - 1)^2(x + 2)^2 \\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3 \end{cases} \quad \text{م. م. ب} = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

(۴) .۲۸۴

$$f\left(2\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{9}{4} + \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(۲) .۲۸۵ با آزمودن گزینه‌ها به جای x در معادله، $x = 8$ درست است.

(۱) .۲۸۶

$$S = (7 - 2\sqrt{2}) + (7 + 2\sqrt{2}) = 14 \quad x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 41 = 0$$

$$p = (7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) = 49 - 8 = 41$$

(۳) .۲۸۷

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

(۲) .۲۸۸

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{(12-3)! 3!} = 220$$

(۱) .۲۸۹ دنباله هندسی با قدر نسبت $r=2$ و جمله اول $1 - \sqrt{2}$

$$t_6 = ar = (1 - \sqrt{2})2^5 = 32 - 32\sqrt{2}$$

$$1 - \sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 4 - 4\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{2} + 16 - 6\sqrt{2} + 32 - 32\sqrt{2}$$

(۳) .۲۹۰

$$x = \log_5 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \quad \log_2 4 = 2$$

$$2x + 1 = 4$$

(۳) .۲۹۱

$$f'(x) = -4x + 4 = 0 \rightarrow x = 1 \quad f(1) = 9$$

(۴) .۲۹۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi \cos \pi x}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 1} -2\sqrt{x} \pi \cos \pi x$$

$$= -2 \pi \cos \pi = 2\pi$$

(۱) .۲۹۳

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + ax^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{-3 + 4a}{0} \quad -3 + 4a = 0 \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 5}{3x^2 + 4x - 4} = \frac{8 + 3 + 5}{12 + 8 - 4} = \frac{16}{16} = 1$$

(۱) .۲۹۴

$$y = \sqrt[3]{\frac{3x-1}{x-2}} = \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad y' = \frac{1}{3} \left[\frac{-5}{(x-2)^2} \right] \left(\frac{3x-1}{x-2}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \times -5 \times 8^{-\frac{2}{3}}$$

$$= -\frac{5}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = -\frac{5}{12}$$

(۴) .۲۹۵

$$\text{مشتق} = 2 \sin x \cos x + 2 \sin x \cos x = 4 \sin x \cos x = 2 \sin 2x = 2 \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

(۳) .۲۹۶

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\pi}{4} + x = k\pi + \alpha \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha$$

(۱) .۲۹۷

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad \{(3,6)(6,3)(4,5)(5,4)\}$$

(۴) .۲۹۸

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 22 + 18 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 10$$