۴. مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر به حداقل چند متغیر کمکی برای حل نیاز دارد؟

$\text{Max } z=5x_1+4x_2+6x_3+6x_4$

$\text{s.t. } x_1+2x_2+x_3+x_4=2$

$2x_2+x_3+x_4=10$

$x_3+x_4=6 \qquad X1,2,3,4 \geq 0$

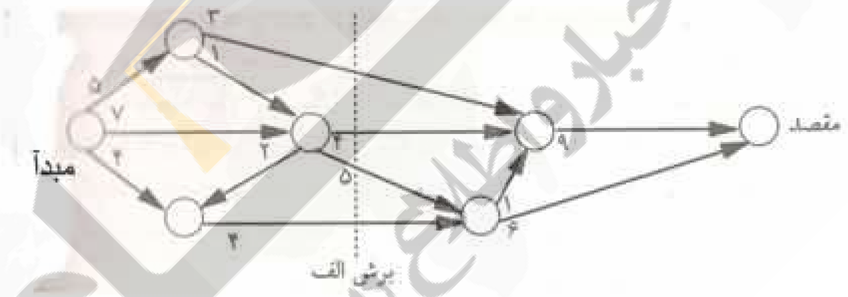
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) هیچ

۵. در یک مسأله برنامه‌ریزی حمل و نقل با n مبدأ و m مقصد و مقادیر صحیح برای عرضه و تقاضای گره‌ها، پس از حل دریافتیم که تنها می‌توان مقادیر صحیحی را روی کمان‌ها جابه‌جا نمود در این صورت:

۱) مقدار هزینه بهینه افزایش می‌یابد. ۲) مقدار هزینه بهینه کاهش می‌یابد.

۳) مقدار هزینه بهینه تغییر می‌کند. ۴) مقدار هزینه بهینه تغییر نمی‌کند.

۶. شبکه زیر را در نظر بگیرید. اعداد روی بردارها بیانگر مقدار جریان می‌باشد. با توجه به برش الف کدام عبارت صحیح است؟



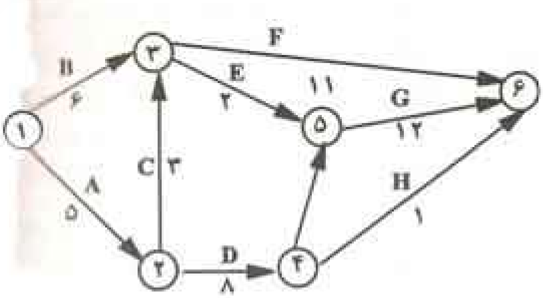
۱) حداقل جریان از مبدأ به مقصد ۱۶ است

۲) حداکثر جریان از مبدأ به مقصد ۱۶ است

۳) مقدار جریان از مبدأ به مقصد بیش از ۱۶ است

۴) حداکثر جریان از مبدأ به مقصد نمی‌تواند بیش از ۱۶ باشد

۷. شبکه مربوط به اجرای یک پروژه به صورت زیر نشان داده شده است. مسیر بحرانی این شبکه با توجه به مقدار بهینه کدام گزینه است؟



۱) $1 \to 2 \to 3 \to 5 \to 6$ با مقدار ۲۲

۲) $1 \to 2 \to 3 \to 5 \to 6$ با مقدار ۲۵

۳) $1 \to 2 \to 3 \to 5 \to 6$ با مقدار ۲۵

۴) $1 \to 2 \to 3 \to 5 \to 6$ با مقدار ۲۹

۸. در مسأله تخصیص زیر چند جواب بهینه داریم؟ (فرض کنید اعداد جدول هزینه باشد)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

	D_1	D_2	D_3	
S_1	۸	۹	۱۱	۱
S_2	۱۱	۱۲	۱۴	۱
S_3	۱۰	۱۱	۱۳	۱
	۱	۱	۱	

۹. جدول حمل و نقل زیر داده شده است. می‌دانیم $x^*_{12} = x^*_{13} = x^*_{31} = x^*_{32} = 5$ در این صورت اگر $c^* = 24$ باشد، مقدار x کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

مبدأ \ مقصد	۱	۲	۳	عرضه S_i
۱	۳	۹	۱	۱۰
۲	۱	x	۴	۲۰
۳	۲	۸	۶	۱۰
تقاضا D_j	۵	۳۰	۵	

۱۰. مسئله داده شده $\begin{cases} minimize, & 2|x_1| + x_2 \\ st: , & x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$ معادل کدام مسئله زیر است؟

۱) $\begin{cases} minimize, & 2z_1 + x_2 \\ st: , & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 \leq z_1 \\ & -x_1 \leq z_1 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} minimize, & 2z_1 + x_2 \\ st: , & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 \leq z_1 \\ & x_1 \leq -z_1 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} minimize, & -2z_1 + x_2 \\ st: , & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & x_1 \geq z_1 \\ & x_1 \geq -z_1 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} minimize, & 2z_1 + x_2 \\ st: , & -x_1 + x_2 \geq 4 \\ & -x_1 \geq z_1 \\ & -x_1 \geq -z_1 \end{cases}$

۱۱. زمان تولید محصول (۱) نصف زمان تولید محصول (۲) و $\frac{۲}{۳}$ زمان تولید محصول (۳) است. اگر موسسه‌ای تمام زمان خود را صرف تولید محصول (۲) کند. قادر به تولید حداکثر ۵۰۰ واحد از این محصول خواهد بود. محدودیتی که مسئله فوق را بیان می‌کند عبارتست از :

۱) $۲x_۱ + x_۲ + ۳x_۳ \le ۲۰۰۰$
۲) $x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ \le ۱۵۰۰$
۳) $۲x_۱ + ۴x_۲ + ۳x_۳ \le ۲۰۰۰$
۴) $x_۱ + ۴x_۲ + ۲x_۳ \le ۱۵۰۰$

۱۲. یک محصول از مونتاژ سه قطعه C,B,A ساخته می‌شود. جهت محصول مونتاژ شده به ۲ قطعه از نوع A یک قطعه از نوع B و ۳ قطعه از نوع C نیاز است. اگر x_A, x_B, x_C به ترتیب مقدار تولید هر یک از این سه قطعه بوده و هدف افزایش محصول تکمیل شده باشد، تابع هدف مدل عبارت است از :

۱) Max $z = \mathrm{Min}\{x_A, x_B, x_C\}$
۲) Max $z = \mathrm{Min}\{۲x_A, x_B, ۳x_C\}$
۳) Max $z = \mathrm{Min}\{x_A + x_B + x_C\}$
۴) Max $z = \mathrm{Min}\left\{\frac{x_A}{۲}, x_B, \frac{x_C}{۳}\right\}$

۱۳. شرکتی درصدد حداقل کردن تعداد پرسنل خود است. کل بودجه شرکت ۱۰۰۰ واحد پولی است. اگر هزینه پرسنلی در هر بخش c_i و تعداد پرسنل در هر بخش x_i باشد تابع هدف کدام است؟

۱) Min $z = \sum_i c_i x_i + ۱۰۰۰$
۲) Min $z = \sum_i c_i x_i$
۳) Min $z = \sum_i c_i$
۴) Min $z = \sum_i x_i$

۱۴. مدیر یک سازمان درصدد اجرای دو پروژه ($x_۱$ و $x_۲$) است که نسبت به هم ناسازگار هستند. محدودیت متناظر کدام است؟

۱) $x_۱ \le x_۲$
۲) $x_۱ + x_۲ \le ۱$
۳) $x_۱ \ge x_۲$
۴) $x_۱ = x_۲$

۱۵. در یک کارگاه یک کارگر در طول هر دوره زمانی ۲۰۰ ساعت وقت در اختیار دارد که می‌تواند از وقت خود برای تولید دو محصول B,A استفاده کند. تولید هر واحد محصول A چهار برابر وقت تولید هر واحد محصول B است. سود هر واحد محصول B یک چهارم سود هر واحد محصول A می‌باشد. حداکثر سود حاصل برای این کارگر در دوره زمانی ۲۰۰ ساعته ۱۰۰۰۰ تومان است. سود هر واحد محصول A چند تومان است؟

۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۴۰۰

۱۶. مسئله LP زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Max} \quad z = x_۳ + x_۴$$
$$\text{St:} \quad ۲x_۱ - x_۲ = x_۳ - x_۴$$

این مسئله معادل با کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

۱) Max $z = (۲x_۱ - x_۲)$
۲) Min $z = \max(۲x_۱ - x_۲)$

۳) Min $z = |۲x_۱ - x_۲|$

۴) Max $z = |۲x_۱ - x_۲|$

۱۷. کدام گزینه در مورد الگوریتم سیمپلکس تجدیدنظر شده (revised simplex) درست است؟

۱) برگردان ماتریس مبنا همواره در تابلو موجود است.

۲) برگردان ماتریس مبنا ($B^{-۱}$) در هر مرحله می‌باید محاسبه گردد.

۳) در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس به محاسبات کمتری نیاز دارد.

۴) تعداد مراحل حل مسئله‌ای واحد در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس ممکن است کمتر باشند.

۱۸. حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی با استفاده از روش سیمپلکس نیازمند یک متغیر کمکی از نوع کمبود، یک متغیر کمکی از نوع مازاد و دو متغیر مصنوعی است، در این صورت این مسئله دارای :

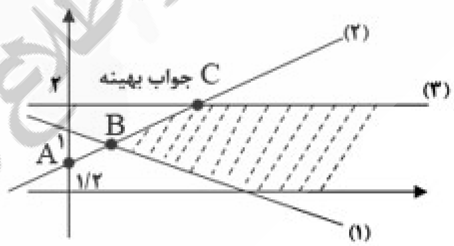
۱) یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و دو محدودیت تساوی است.

۲) یک محدودیت تساوی و دو محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است.

۳) یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و دو محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است

۴) یک محدودیت تساوی، یک محدودیت کوچک‌تر یا مساوی و یک محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی است.

۱۹. با توجه به ناحیه ترسیمی زیر و با توجه به تابع هدف Max $z = -x_۱ + ۸x_۲$ جدول سیمپلکس چه مسیری را برای رسیدن به جدول بهینه انتخاب می‌کند؟



۱) $O \to A \to B \to C$

۲) $O \to A \to D \to C$

۳) $O \to D \to B \to C$

۴) $O \to B \to C$

۲۰. برای حل مسئله زیر به روش سیمپلکس حداقل چند متغیر مصنوعی نیاز است؟

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= ۳x_۱ - x_۲ \\ x_۱ - ۳x_۲ &\geq -۳ \\ ۲x_۱ + x_۲ &\geq -۲ \\ ۲x_۱ + x_۲ &\leq ۸ \\ ۴x_۱ + x_۲ &\leq ۱۶ \end{aligned}$$

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۲۱. در سیمپلکس تجدید نظر شده کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱) $B_k^{-۱} = E_k E_{k+۱} E_{k+۲} \dots E_m$ ۲) $B_k^{-۱} = E_k E_{k-۱} E_{k-۲} \dots E_۲ E_۱$

۳) $B_k^{-۱} = E_{k-۱} E_{k-۲} \dots E_۲ E_۱$ ۴) هیچ‌کدام

۲۲. جدول زیر یک جدول نهایی فاز اول سیمپلکس است.

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	
$x_۱$	۱	۰	۱۰	۰	۱۰	۲
$x_۲$	۰	۱	۰	۰	۲	۳
$x_۴$	۰	۰	β	۱	β'	δ

فرض کنید $x_۴$ متغیر مصنوعی است پارامترها بایستی چه مقدار باشند تا یک محدودیت زائد باشد؟

۱) $\delta = ۰ \quad \beta, \beta' > ۰$ ۲) $\delta > ۰ \quad \beta, \beta' > ۰$

۳) $\beta = \beta' = \delta = ۰$ ۴) $\delta > ۰ \quad \beta, \beta' = ۰$

۲۳. در مسئله زیر مقدار بهینه تابع هدف کدام است؟

$$\text{Min} \quad z = ۵x_۱ + ۲x_۲ + ۴x_۳ + ۶x_۴$$

$$\text{St}: \sum_i^۴ x_i = ۲۰ \qquad ۰ \le x_i \le ۱۲ \ (i = ۱, \dots, ۴)$$

۱) ۴۰ ۲) ۵۶ ۳) ۶۴ ۴) ۱۱۲

۲۴. پایان فاز I در روش دو مرحله‌ای زمانی است که :

۱) تمامی متغیرهای مصنوعی از پایه خارج شوند. ۲) علائم بهینگی ظاهر گردد.

۳) مقدار تابع هدف فاز I صفر باشد. ۴) گزینه ۱ و ۳

۲۵. با توجه به جدول M بزرگ زیر :

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	
Z	۰	۲	۱-M	-M	-۱	۰	۲M-۱
$x_۱$	۱	-۱	-۱	۰	۱	۰	۱
$x_۶$	۰	۰	-۱	-۱	۱	۱	۲

تابع هدف اصلی مسئله Min و متغیرهای مصنوعی $x_۵,x_۶$ هستند. بنابراین راجع به مسئله اصلی چه می‌توان گفت؟

۱) فاقد جواب است

۲) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی است.

۳) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(۱,۰,۰,۰) + \lambda(۱,۱,۰,۰), \lambda \ge ۰\}$ است.

۴) باید مسئله را تا بهینگی ادامه داد بدین منظور متغیر $x_۴$ وارد می‌شود و خروجی وجـود نـدارد. لـذا مسـئله جواب نامتناهی دارد.

۲۶. بعد از چند تکرار سیمپلکس جدول زیر داده شـده اسـت. اگـر $x_۲$ بـه عنـوان متغیـر ورودی باشـد بـا قاعـده لگزیکوگراف متغیر خروجی کدام است؟ ($x_۶,x_۵,x_۴$ متغیرهای کمبود تشکیل دهنده اولین پایه‌اند)

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	
$x_۶$	۰	۲	۱	۰	-۱	۱	۴
$x_۴$	۰	۱	-۱	۱	۲	۰	۲
$x_۱$	۱	۳	۲	۰	۳	۰	۶
Z	۰	-۲	۲	۲	۰	-۳	۵

۱) $x_۱$ ۲) $x_۶$ ۳) $x_۴$ ۴) حل نامحدود وجود دارد

۲۷. با توجه به جدول M بزرگ زیر :

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	$x_۶$	
Z	۰	۲	۰	۱	-M-۲	-M-۱	-۳
$x_۱$	۱	-۱	۰	-۱	۲	۱	۴
$x_۳$	۰	۰	۱	-۱	۱	۱	۲

تابع هدف مسئله اصلی Min و متغیرهای مصنوعی $x_۶,x_۵$ مساوی صفر هستند. بنابراین راجع به مسـئله اصـلی چـه می‌توان گفت؟

۱) در جدول فوق متغیر $x_۵$ ورودی و متغیر $x_۱$ خروجی است.

۲) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(۳,۰,۲,۰) + \lambda(۱,۱,۰,۱),\lambda \geq ۰\}$ است.

۳) مسئله اصلی دارای جواب بهینه نامتناهی در طول شعاع $\{(۳,۰,۲,۰) + \lambda(-۱,-۱,۰,۱),\lambda \geq ۰\}$ است.

۴) جدول فوق، جدول بهینه مسئله اصلی است.

۲۸. اگر جدول زیر یکی از تکرارهای روش سیمپلکس متغیرهای کراندار مسئله زیر باشد، مقدار تابع هدف در گـام بعدی کدام گزینه است؟

$$\text{Max} \quad z = ۳x_۱ + ۵x_۲ + ۲x_۳$$

$$x_۱ + ۲x_۲ + ۲x_۳ \leq ۱۰$$

$$۲x_۱ + ۴x_۲ + ۳x_۳ \leq ۱۵$$

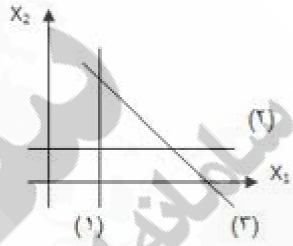
$$۰ \leq x_۱ \leq ۴ \,,\, ۰ \leq x_۲ \leq ۳ \,,\, ۰ \leq x_۳ \leq ۳$$

	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$s_۱$	$s_۲$	RHS

Z	۰	-۱		۰	
$s_۱$	۰	۰		۱	
$X_۱$	۰	-۲	$\frac{۳}{۲}$	۰	

۱) $\frac{۸۳}{۲}$ ۲) $\frac{۸۹}{۲}$ ۳) $\frac{۸۹}{۴}$ ۴) $\frac{۸۳}{۴}$

۲۹. اگر در اولین تکرار از جواب سیمپلکس مقدار $A_۲$ صفر شده باشد. ($A_۲$ متغیر مصنوعی محدودیت دوم) در این مرحله در کدام گوشه شکل زیر قرار داریم؟



۱) $x_۱ = ۱ , x_۲ = ۰$ ۲) $x_۱ = ۱ , x_۲ = ۱$ ۳) $x_۱ = ۰ , x_۲ = ۱$ ۴) $x_۱ = ۰ , x_۲ = ۰$

۳۰. مقدار بهینه هدف در مسئله ذیل چقدر است؟

$$\text{Max } z = ۶x_۱ + ۷x_۲ + ۳۰x_۳ + ۱۳x_۴ + ۱۹x_۵ + ۱۷x_۶$$

$$\text{St: } ۵x_۱ + ۳x_۲ + ۱۳x_۳ + ۲x_۴ + ۳x_۵ + ۳x_۶ \leq ۳۸$$

۱) ۲۴۷ ۲) ۱۳۰ ۳) $\frac{۷۲۲}{۳}$ ۴) ۲۷۸

۳۱. در جدول زیر ترکیب‌های مختلف از جواب‌های مسئله اولیه و دوگان مربوط به آن آمده است:

جواب مسئله دوگان

	بهینه محدود	بیکران	غیر موجه
بهینه محدود	A	B	C
بیکران	D	E	F
غیر موجه	G	H	I

در کدام حالات زیر، هر سه مورد امکان پذیر نمی‌باشد؟

۱) E,D,H ۲) D,C,B ۳) I,E,G ۴) F,B,G

۳۲. از بین ۹ حالت ذکر شده در جدول مسئله قبل، تعداد کل حالات امکان پذیر چند است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۳. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

$$\text{Min } -x_1 - 2x_2 + x_3$$

$$\text{St: } 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$2x_2 + x_3 + x_5 = 3$$

$$X_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

جدول بهینه مسئله به صورت زیر داده شده است :

	Z	X_3	X_4	X_5	RHS
z	۱	-4			
X_1	۰				
X_2	۰		۰		

در این جدول اگر $a = \frac{\delta x_1}{\delta x_3}$, $b = \frac{\delta z}{\delta x_5}$ باشد، مقادیر a,b برابرند با :

۱) $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{4}$

۲) $a = \frac{3}{4}$, $b = -\frac{3}{4}$

۳) $a = -\frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{4}$

۴) $a = -\frac{3}{4}$, $b = -\frac{3}{4}$

۳۴. در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی سه محدودیت $\leq$ وجود دارد و مقادیر سمت راست محدودیت‌ها در مسئله اصلی به ترتیب ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ می‌باشد. در جواب بهینه مسئله، متغیر کمکی محدودیت دوم در پایه بهینه با مقدار بهینه ۱۲ موجود است. اگر بخواهیم مقدار سمت راست محدودیت دوم را از مقدار فعلی ۱۵ بـه $15+\Delta$ تغییر دهیم، در چه بازه‌ای Δ پایه بهینه فعلی تغییر نمی‌کند؟

۱) $\Delta \geq 12$ ۲) $\Delta \leq 12$ ۳) $\Delta \leq -12$ ۴) $\Delta \geq -12$

۳۵. مقدار بهینه z در مدل زیر عبارتست از :

$$\text{Maximize } z = 50x_1 + 40x_2 + 20x_3$$

$$St: x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 300$$

$$X_2 + x_3 \geq 100$$

$$X_3 \geq 10$$

$$X_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

۱) ۷۴۰۰ ۲) ۷۸۰۰ ۳) ۸۲۰۰ ۴) ۱۲۶۰۰

۳۶. در مدل سؤال قبل، چنانچه محدودیت سوم حذف گردد آنگاه مقدار بهینه z :

۱) افزایش می‌یابد ۲) کاهش می‌یابد

۳) نمی‌توان تعیین کرد
۴) تغییر نمی‌کند

۳۷. حداقل میزان تغییر در ضریب تابع هدف یک متغیر غیر پایه که سبب ورود آن به پایه می‌گردد عبارتست از:

۱) حد بالای ضریب مربوطه
۲) مقدار متغیر کمبود یا مازاد مربوطه
۳) قیمت سایه (shadow price)
۴) هزینه کاهش یافته (reduced cost)

۳۸. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول سیمپلکس زیر مربوط به یکی از تکرارهای حل این مسئله است. (a_1,a_2,a_3,a_4) برابر است با :

$$Max \quad z = 3x_1 + 7x_2 + 5x_3$$

$$St: a_1x_1 + x_2 + a_2x_3 \le 15$$

$$a_3x_2 + 3x_2 + a_4x_3 \le 25$$

$$x_1, x_2, x_3, \ge 0$$

متغیر اساسی	شماره معاله	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	سمت راست
Z	۰	۱	...	...	...	a_5	...	۵۵
X_1	۱	...	...	۲	...	-۱	۱	۱۰
X_3	۲	۰	...	...	...	۲	-۱	۵

۱) $(a_1,a_2,a_3,a_4) = (1,1,2,1)$
۲) $(a_1,a_2,a_3,a_4) = (1,2,1,1)$
۳) $(a_1,a_2,a_3,a_4) = (-1,1,2,-1)$
۴) $(a_1,a_2,a_3,a_4) = (1,-1,-2,1)$

۳۹. در مسئله ۳۸، مقدار a_5 برابر است با :

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۷

۴۰. در مسئله ۳۸، مقدار بهینه تابع هدف مسئله ثانویه (دوگان) :

۱) متناهی و منفی است
۲) نامتناهی و مثبت است
۳) متناهی و مثبت است
۴) نامتناهی و منفی است

۴۱. جواب بهینه مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی زیر برابر با (۴ و ۳) و متغیرهای لنگی (*slack*) مربوط به محدودیت‌های شماره ۱ و ۲ به ترتیب $s_۱$, $s_۲$ است. مقادیر $s_۱$, $s_۲$ برابر است با :

$$Max\ \ z = ۲۷x_۱ + ۲۰x_۲ + ۲۵x_۳ + ۲۱x_۴ + ۱۶x_۵$$

$$St : x_۱ + ۲x_۲ + ۳x_۳ + ۴x_۴ + ۵x_۵ \leq ۲۵$$

$$۶x_۱ + ۵x_۲ + ۴x_۳ + ۳x_۴ + x_۵ \leq ۸۰$$

$$X_۱,x_۲,x_۳,x_۴,x_۵ \geq ۰$$

۱) $(s_۱,s_۲)=(۴,۳)$

۲) $(s_۱,s_۲)=(۰,۰)$

۳) $(s_۱,s_۲)=(۳,۴)$

۴) $(s_۱,s_۲)=(۲۷,۲۵)$

۴۲. در مسئله ۴۱، با فرض این که جواب بهینه مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی برابر با (۴ و ۳) باشد تعیین کنید در جواب بهینه کدامیک از متغیرهای اصلی مسئله مثبت هستند؟

۱) $x_۱ ,x_۳$

۲) $x_۱,x_۲,x_۴$

۳) $x_۱,x_۲,x_۳$

۴) $x_۲,x_۳,x_۴,x_۵,$

۴۳. در مسئله ۴۱، مقدار تابع هدف برابر است با :

۱) ۱۶۱

۲) ۳۵۹

۳) نامتناهی است

۴) هیچ‌کدام از جواب‌های فوق

۴۴. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$Max\ z = ۳x_۱ - ۲x_۲ + ۶x_۳$$

$$St : x_۱ + ۳x_۲ + ۲x_۳ = ۳$$

$$۲x_۱ - ۴x_۲ + ۳x_۲ = ۱۰$$

$$X_۱,x_۲ \geq ۰$$

مقدار بهینه z عبارت است از :

۱) ۰

۲) ۹

۳) ۱۶/۰۸

۴) مسئله جواب موجهی (feasible) ندارد

۴۵. در مسئله برنامه‌ریزی خطی سؤال قبل :

۱) قیمت سایه برابر با ۲- است.

۱) قیمت سایه برابر با صفر است.

۱) قیمت سایه برابر با ۳ است.

۴) مسئله دوگان نامحدود است

۴۶. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

$$Max\ y_0 = y_1 - 5y_2 - 6y_3$$

$$St: \begin{cases} 2y_1 + 4y_3 \geq 50 \\ y_1 + 2y_2 \geq 30 \\ y_3 \geq 10 \end{cases}$$

پس از حل مسئله، حداقل مقدار y_0 برابر است با:

۱) ۲/۵- ۲) ۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) مقداری نامحدود

۴۷. مقدار بهینه تابع هدف دوگان (*Dual*) مسئله قبل عبارت است از :

۱) ۲/۵- ۲) ۰

۳) ۲/۵ ۴) دوگان جواب قابل قبول ندارد

۴۸. برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. جدول بهینه سیمپلکس نشان داده شده است. اگر ضریب محدودیت دوم در سمت راست از عدد ۲ به $(2+a)$ تغییر کند تحت چه شرایطی متغیرهای اساسی و غیراساسی تغییر نمی‌کند؟

$$Max\ z = 3x_1 + 7x_2 + 5x_3$$

$$St: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

متغیر اساسی	شماره معادله	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	سمت راست
Z	۰	۱	۳	۰	۰	۴	۴	۶
X_3	۱	۰	۰/۵	۰	۱	۱/۵	-۰/۵	۰/۵
X_2	۲	۰	۰/۵	۱	۰	-۰/۵	۰/۵	۰/۵

۱) $a \leq 0/5$ ۲) $-1 \leq a \leq 1$ ۳) $a \geq 0/5$ ۴) $-0/5 \leq a \leq 0/5$

۴۹. در مسئله ۴۸، اگر x_1 را به عنوان متغیر ورودی و x_2 را به عنوان متغیر خروجی انتخاب کنیم در جدول سیمپلکس :

۱) جواب بهینه تبهگن خواهد شد

۲) جواب اساسی تبهگن و غیر موجه خواهد شد

۳) مقدار تابع هدف بدتر و جواب اساسی غیر موجه خواهد شد

۴) مقدار تابع هدف بدتر و جواب اساسی تبهگن خواهد شد

۵۰. در مسئله ۴۸، جواب‌های اساسی (*basic solution*) مجاور به جواب بهینه (صرف نظر از اینکه موجه باشند یا نباشند) برابر است با :

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۱. در مسئله ۴۸، پارامتر *a* در محدوده‌ای انتخاب شده است که متغیرهای اساسی و غیراساسی تغییر نمی‌کنند. در این صورت، مقدار بهینه تابع هدف:

۱) تغییر نمی‌کند

۲) به ازای مقادیر مثبت a کاهش و به ازای مقادیر منفی آن افزایش می‌یابد.

۲) به ازای مقادیر مثبت a افزایش و به ازای مقادیر منفی آن کاهش می‌یابد.

۴) هیچ‌کدام از جواب‌های فوق

۵۲. در مسئله ۴۸، اگر امکان خرید مقداری محدود از ماده اولیه ۱ موجود باشد برای هر واحد آن پرداخت حداکثر چه مبلغی مقرون به صرفه است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۵۳. در مسئله ۴۸، جواب بهینه متغیرهای ثانویه (دوگان) عبارتست از :

۱) (۱ و ۴) ۲) (۰ و ۰ و ۳) ۳) (۵ و ۷ و ۳) ۴) (۰/۵ و ۰/۵)

۵۴. به ازای هر جواب قابل قبول پایه در مسئله اولیه حداکثر سازی، مقادیر تابع هدف متناظر با این نقطه، در مسئله ثانویه کدام حالت زیر را داراست؟

۱) Z<W ۲) Z=W ۳) Z>W ۴) در تمام حالت Z=W

۵۵. اگر دو مسئله (۱) و (۲) را در نظر بگیریم کدام گزینه صحیح است:؟

(۱)

$Max\ \lambda$

$ST: Ax - b\lambda \leq 0$

$-\lambda \leq 0$

$\lambda \leq 1$

(۲)

$max\ C^T X$

$st: Ax \leq b$

۱) اگر جواب بهینه مسئله ۱ برابر با صفر باشد آنگاه مسئله (۲) جواب ندارد.

۲) اگر جواب بهینه مسئله ۲ برابر با صفر باشد آنگاه مسئله (۱) جواب ندارد.

۳) اگر جواب بهینه مسئله ۱ برابر با یک باشد آنگاه جواب مسئله (۲) برابر با صفر است.

۴) اگر جواب بهینه مسئله ۲ برابر با یک باشد آنگاه جواب مسئله (۱) برابر با صفر است.

۵۶. $Max\ C^T X$ را در نظر بگیرید. تحت چه شرایطی بـا اضـافه کـردن محـدودیت چهـارم $۲x_۱+x_۳+x_۵\geq b_۴$ بـه مسئله $Ax = b$ جواب بهینه آن تغییر نمی‌کند. اگر $B^{-۱} = \begin{vmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{vmatrix}$, $b = \begin{vmatrix} ۱ \\ ۴ \\ ۲ \end{vmatrix}$ باشد :

۱) $b_۴\geq ۱$ ۲) $۱\leq b_۴\leq ۲$ ۳) $b_۴\leq ۴$ ۴) $b_۴\leq ۲$

۵۷. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول بهینه آن داده شده است :

$Max\ z = ۲x_۱ + ۳x_۲ + x_۳$

$St :$

$X_۱ + ۲x_۲ + x_۳ \leq ۴$

$\frac{۱}{۳}x_۱+\frac{۱}{۳}x_۲ + \frac{۱}{۳}x_۳\leq ۱$

$\frac{۱}{۳}x_۱+\frac{۴}{۳}x_۲ + \frac{۷}{۳}x_۳\leq ۳$

$X_۱,x_۲,x_۳\geq ۰$

	$X_۱$	$X_۲$	$X_۳$	$X_۴$	$X_۵$	$X_۶$	RHS
$X_۱$			۱	۶		–۱	A
$X_۵$			۰	–۳		۱	B
$X_۳$			۲	۲		–۱	C
-Z			۱	–۳		–۱	D

فرض کنید تابع هدف به $z = \left(\frac{۳}{۲} + \alpha\right) x_۳ + ۳x_۲ - (۲\alpha - ۲)x_۱$ تغییر کند. α در چه محـدوده‌ای مـی‌توانـد قرار گیرد تا جواب فوق کماکان بهینه باشد؟

۱) $۰ \leq \alpha \leq \frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}\leq \alpha \leq \frac{۱}{۶}$ ۳) $۰\leq \alpha \leq \frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}\leq \alpha \leq \frac{۱}{۲}$

۵۸. مسئله LP زیر و جدول بهینه آن را در نظر بگیرید. مقدار β چقدر است؟

$Min\ \ z = x_۱ + x_۲ - ۴x_۳$

St:

$X_۱ + x_۲ + ۲x_۳ + x_۴ = ۹$

$X_۱ + x_۲ - x_۳ + x_۵ = ۲$

$-x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۶ = ۴$

$X_۱,x_۲,x_۳\geq ۰$

	$X_۱$	$X_۲$	$X_۳$	$X_۴$	$X_۵$	$X_۶$	RHS
$X_۱$	۱	$\frac{-}{۳}$	۰	$\frac{۱}{۳}$	۰	$\frac{-}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$
$X_۵$	۰	α	۰	۰	۱	β	γ
$X_۳$	۰	$\frac{۲}{۳}$	۱	$\frac{۱}{۳}$	۰	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱۳}{۳}$
Z	۰	۴	۰	۱	۰	۲	

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

۵۹. دو مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید :

$(LP_۱)$

Max $z = c_۱x_۱ + c_۲x_۲$

St: $a_{۱۱}x_۱ + a_{۱۲}x_۲ \leq b_۱$

$a_{۲۱}x_۱ + a_{۲۲}x_۲ \leq b_۲$

$x_۱, x_۲ \geq ۰$

$(LP_۲)$

Max $z = ۱۰۰c_۱x_۱ + ۱۰۰c_۲x_۲$

St: $۱۰۰a_{۱۱}x_۱ + ۱۰۰a_{۱۲}x_۲ \leq b_۱$

$۱۰۰a_{۲۱}x_۱ + ۱۰۰a_{۲۲}x_۲ \leq b_۲$

$x_۱, x_۲ \geq ۰$

فرض کنید جواب پایه $B.V = \{x_۱, x_۲\}$ یک جواب پایه بهینه برای هر دو مسئله باشد و جواب بهینه برای $LP_۱$ عبارتست از $x_۱ = ۵۰$, $x_۲ = ۵۰۰$, $z = ۵۵۰$ و همچنین فرض کنید برای $LP_۱$ قسمت سایه برای محدودیت اول، $\frac{۱۰۰}{۳}$ و قسمت سایه برای محدودیت دوم نیز $\frac{۱۰۰}{۳}$ باشد، جواب بهینه $LP_۲$ عبارتست از :

۱) $x_۲ = x_۱ = ۵$, $z = ۵۵۰$
۲) $x_۲ = x_۱ = ۱$, $z = ۵۵۰$
۳) $x_۱ = ۰/۵$, $x_۲ = ۵$, $z = ۵۵۰$
۴) هیچ‌کدام

۶۰. جواب بهینه مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر است :

Max $z = ۴x_۱ + x_۲$

St : $x_۱ + ۲x_۲ = ۶$

$X_۱ - x_۲ \geq ۳$ $\quad$ $۲x_۱ + x_۲ \leq ۱۰$ $\quad$ $X_۱ , X_۲ \geq ۰$

Z	X_1	X_2	e_2	S_3	a_1	a_2	Rhs
۱	۰	۰	۰	$\frac{۷}{۳}$	$M - \frac{۲}{۳}$	M	$\frac{۵۸}{۳}$
۰	۰	۱	۰	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	۰	$\frac{۲}{۳}$
۰	۱	۰	۰	$\frac{۲}{۳}$	$-\frac{۱}{۳}$	۰	$\frac{۱۴}{۳}$
۰	۰	۰	۱	۱	-۱	-۱	۱

محدوده ارزش b_3 در جدول بهینه همچنان باقی بماند عبارتست از :

۱) $۰ \leq b_3 \leq ۱۲$ ۲) $۹ \leq b_3 \leq ۱۲$ ۳) $۴ \leq b_3 \leq ۹$ ۴) $۹ \leq b_3 \leq +\infty$

۶۱. جدول نهایی مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر می‌باشد. به صورت زیر است :

متغیر پایه	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	۰	۱	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	۰	۲
X_1	۱	۰	$-\frac{۱}{۸}$	$\frac{۳}{۸}$	۰	$\frac{۳}{۲}$
S_3	۰	۰	۱	-۲	۱	۴
$Z_j - c_j$	۰	۰	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	۰	۵

اگر تصمیم به افزایش سمت راست یکی از محوریت‌های مسئله داشته باشیم (افزایش منبع) کدام منبع را پیشنهاد می‌کنید؟

۱) منبع ۱ و ۲ و ۳ ۲) منبع ۲ و ۳ ۳) منبع ۱ و ۳ ۴) منبع ۱ و ۲

۶۲. اگر جدول نهایی حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر باشد. به صورت زیر باشد مقدار منبع ۱ را می‌توان حداکثر تا چه مقدار افزایش داد تا جدول نهایی به صورت بهینه باشد؟

X_B	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
X_2	۰	۱	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	۰	۲
X_1	۱	۰	–	$\frac{۳}{۸}$	۰	$\frac{۳}{۲}$
S_3	۰	۰	۱	-۲	۱	۴
	۰	۰	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	۰	۵

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

۶۳. جدول نهایی حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی که تابع هدف آن حداکثر باشد، به صورت جدول زیر باشد، مقادیر $c_۱$ و $c_۲$ ضرایب تابع هدف، چه مقدار است؟

X_B	$X_۱$	$X_۲$	$S_۱$	$S_۲$	$S_۳$	b_i
$X_۲$	۰	۱		$-\frac{۱}{۲}$	۰	۲
$X_۱$	۱	۰		$\frac{۳}{۸}$	۰	$\frac{۳}{۲}$
$S_۳$	۰	۰	۱	-۲	۱	۴
	۰	۰	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	۰	۵

۱) $c_۲ = ۲\ ,\ c_۱ = ۰$
۲) $c_۲ = ۲\ ,\ c_۱ = ۱$
۳) $c_۲ = ۰\ ,\ c_۱ = ۱$
۴) $c_۲ = ۱\ ,\ c_۱ = ۲$

۶۴. در مسئله قبل نسبت $\frac{c_۱}{c_۲}$ چقدر باشد که جواب همیشه در حالت ایده‌آل باقی بماند؟

۱) $۰ \leq \frac{c_۱}{c_۲} \leq \frac{۴}{۳}$
۲) $۴ \leq \frac{c_۱}{c_۲} \leq ۲$
۳) $۴ \geq \frac{c_۱}{c_۲} \geq \frac{۴}{۳}$
۴) $۲ \geq \frac{c_۱}{c_۲} \geq ۱$

۶۵. مسئله ثانویه برنامه‌ریزی خطی زیر از طریق کدام روش قابل حل می‌باشد:

$$\text{Max}\quad z = ۵x_۱ + ۶x_۲ + ۷x_۳ + ۸x_۴ + ۹x_۵$$

$$\text{St:}\quad x_۱ + ۵x_۲ + ۲x_۳ + ۳x_۴ = ۳۰$$

$$۲x_۱ - ۵x_۲ - ۲x_۴ + x_۵ \leq ۴۰$$

$$x_i \geq ۰ \qquad \forall i$$

۱) سیمپلکس معمولی
۲) از روش M بزرگ
۳) ترسیمی و یا سیمپلکس
۴) از طریق سیمپلکس ثانویه

۶۶. اگر تمام ضرایب یکی از متغیرها در محدودیت‌های اصلی مدل مورد نظر غیر مثبت باشند. کدام عبارت صحیح است؟

۱) در ارتباط با فضای جواب نمی‌توان بحث کرد.
۲) فضای جواب بیکران و لزوماً جواب بهینه کراندار است.
۳) فضای جواب بیکران و لزوماً جواب بهینه بیکران است.
۴) فضای جواب بیکران ولی ممکن است جواب بهینه کراندار است.

۶۷. اگر مسئله اولیه جواب قابل قبول داشته باشد، آنگاه کدام عبارت صحیح است؟

۱) مسئله ثانویه می‌تواند نامحدود باشد.

۲) مسئله ثانویه حتماً جواب بهینه دارد

۳) مسئله ثانویه یا جواب قابل قبول ندارد، یا جواب بهینه دارد.

۴) اگر مسئله اولیه جواب پایه موجه داشته باشد، مسئله ثانویه حتماً جواب بهینه دارد.

۶۸. مسئله برنامه‌ریزی خطی P را به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن A یک ماتریس $m \times n$ با رتبه m است. فرض کنید که جواب بهینه مسئله P به صورت پایه B است. اگر مسئله P' به نحوی تشکیل شود که بردار b با $(b + \lambda d)$ جایگزین شده که در آن λ یک اسکالر و $\lambda \geq ۰$ و d یک بردار ناصفر از بعد m است. شرط لازم و کافی برای اینکه پایه B جهت مسئله P' به ازای تمام مقادیر بهینه باشد:

P : Min cx
St : Ax = b
x≥ ۰

P' : Min cx
st: Ax = $b + \lambda d$
x≥ ۰

۱) $B^{-1}b \geq \lambda B^{-1}d$

۲) $B^{-1}b \geq ۰$

۳) $B^{-1}b \leq -\lambda B^{-1}d$

۴) $B^{-1}d \leq ۰$

۶۹. کدام عبارت در ارتباط با مفهوم قیمت سایه‌ای (*shadow price*) صحیح نیست؟

۱) قیمت سایه‌ای همان هزینه فرصت از دست رفته است

۲) بین قیمت سایه‌ای در مدل اولیه و مقادیر متغیرهای دوگان ارتباطی وجود ندارد.

۳) قیمت سایه‌ای هر محدودیت نشان دهنده ارزش منبع مورد نظر است

۴) قیمت سایه‌ای متناظر با هر محدودیت عبارت است از میزان تغییر در تابع هدف به ازای افزایش یک واحد به سمت راست محدودیت مورد نظر (در صورت ثابت بودن سایر پارامترها)

۷۰. با توجه به مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر و جدول ارائه شده، پارامتر a را تعیین نمایید.

Max $z = ۲x_۱ + ۳x_۲ + x_۳$

St:

$x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ \leq ۴$

$\frac{۱}{۳}x_۱ + \frac{۱}{۳}x_۲ + \frac{۱}{۳}x_۴ \leq ۱$

$\frac{۱}{۳}x_۱ + \frac{۴}{۳}x_۲ + \frac{۷}{۳}x_۴ \leq ۳$

$x_i \geq ۰ \quad \forall i$

	$x_۱$	$X_۲$	$X_۳$	$X_۴$	$X_۵$	$X_۶$	
	۰	۰	b	۳	۰	۱	d
$x_۱$	۱	۰	۱	۶	۰	-۱	۳
$X_۲$	۰	۱	۰	a	۰	۱	C

x_5	۰	۰	۲	۲	۱	-۱	۱

۱) -۳   ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۳

۷۱. اگر سطر صفر جدول بهینه مسئله زیر به شکل زیر باشد مقادیر متغیرهای دوآل (دوگان) آن عبارتست از:

$\text{Max} \quad z = ۴x_1 + ۴x_2 - x_3 - ۲x_4 + x_5$

$\text{St}: x_1 + x_2 + x_3 = ۶$

$l_1x_1 + l_2x_2 + x_4 = ۷$

$l_3x_1 + l_4x_2 + x_5 = ۹ \qquad x_i \geq ۰$ برای تمامی i ها

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
۰	۰	۰	۳	۱

۱) $(۲,۱,۰)^T$ ۲) $\left(۰,\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲}\right)^T$ ۳) $(-۱,۱,۲)^T$ ۴) $(۰,۳,۱)^T$

۷۲. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. اگر دو جواب بهینه x_1 , x_2 در پایه باشد سود محصول چهارم حداقل چقدر افزایش یابد تا تولید آن اقتصادی گردد؟

$\text{Max } z = ۵۰x_1 + ۶۹x_2 + ۱۷x_3 + ۳۶x_4$

St :

$۴X_1 + ۳x_2 + x_3 + ۹x_4 \leq ۲۵$

$۲x_1 + ۶x_2 + ۸x_3 + ۴x_4 \leq ۲۶$

$X_1, x_2, x_3 \geq ۰$

۱) ۳۳   ۲) ۷۳   ۳) ۱/۹   ۴) ۴/۷

۷۳. در مسئله زیر مقدار تابع هدف چقدر است؟

$\text{Max } z = ۲x_1 + ۲x_2 + ۲x_3$

St :

$X_1 + ۲x_2 \leq ۲$

$۲x_1 - x_3 \leq ۲$

$-x_1 + x_3 \leq ۲$

$X_1, x_2, x_3 \geq ۰$

۱) ۴   ۲) ۶   ۳) ۸   ۴) ۱۰

۷۴. توجه کنید که پنج سؤال زیر در رابطه با مسئله کلی زیر است :

$$\text{Max } z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

St :

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq b_1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq b_2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است :

اگر $x_1^* = 6$ و $s_2^* = 10$ حل بهینه این مسئله باشد، مقدار درست بردار $\binom{b_1}{b_2}$ کدام گزینه است؟

۱) $\binom{6}{6}$ ۲) $\binom{6}{4}$ ۳) $\binom{6}{10}$ ۴) $\binom{10}{4}$

۷۵. اگر محدودیت جدید به مدل سؤال قبل اضافه شود، جواب‌های جدید کدامند؟

$$2x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 14$$

۱) $x_1 = 6 , x_2 = x_3 = 0$ ۲) $x_1 = 0 , x_2 = 6 , x_3 = 9$

۳) $x_1 = 5 , x_2 = 4 , x_3 = 6$ ۴) $x_1 = 2 , x_2 = 3, x_3 = 0$

۷۶. در مسئله ۷۴، حدود تغییرات ضریب متغیر x_1 در تابع هدف c_1 به گونه ای که جواب پایه فعلی بهینه شود، چقدر است؟

۱) $c_1 \leq 2$ ۲) $c_1 \leq \frac{5}{2}$ ۳) $2 \leq c_1 \leq \frac{5}{2}$ ۴) $c_1 \geq 2$

۷۷. در مسئله ۷۴، اگر ضریب متغیر x_3 در تابع هدف (c_3) در شرایط $c_3 \geq 2$ صدق کند، آنگاه :

۱) متغیر x_3 وارد پایه و متغیر s_2 خارج می‌شود ۲) مسئله دارای بی نهایت جواب بهینه است

۳) متغیر x_3 وارد پایه و متغیر x_1 خارج می‌شود ۴) جواب تبهگن یا منحط خواهیم داشت

۷۸. در مسئله ۷۴، قیمت سایه‌ای (شبه قیمت) منابع به ترتیب عبارتند از :

۱) منبع اول برابر ۲ و منبع دوم برابر یک است. ۲) منبع اول برابر ۲ و منبع دوم برابر صفر است.

۳) منبع اول برابر صفر و منبع دوم برابر ۳ است. ۴) منبع اول برابر ۳ و منبع دوم برابر یک است.

۷۹. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید. دراین مسئله c_j عدد ثابت است و b, a_j بردار سه تایی از اعداد ثابت اند :

$$\text{Max } z = x_1 + x_2 + x_3 + c_4x_4 + c_5x_5$$

$$\text{St}: a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \leq b$$

$x_j \geq 0 \quad j = 1$ تا ۵

چنانچه مقدار b به $b+\alpha$ تغییر یابد. به طوری که $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha \\ \cdot \\ \alpha \end{pmatrix}$ باشد. کلیه مقادیر α به طوری که پایه B کماکان بهینه باقی بماند کدام است؟

۱) $-۱\leq \alpha \leq \frac{۱}{۲}$ ۲) $\alpha \geq -۲$ ۳) $\alpha \geq -۱$ ۴) $۰\leq \alpha \leq ۲$

۸۰. مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر مفروض است :

$$\text{Min} \quad z = ۱۵x_۱ + ۱۵x_۲ + ۱۶x_۳$$

$$\text{St}: \; x_۱ + x_۳ \leq ۳۰$$

$$۵x_۱ - x_۲ + ۶x_۳ \geq ۱۵$$

$$۳x_۱ + ۴x_۲ - x_۳ \geq ۲۰$$

$$X_۱, x_۲, x_۳ \geq ۰$$

فرض کنید که دامنه تغییرات ضرایب تابع هدف در حل بهینه به شکل زیر باشد.

$۱/۳۳\leq c_۱\leq ۱۵/۵۴۳$, $۱۴/۳۲\leq c_۲\leq \infty$, $۱۳/۵\leq c_۳\leq ۱۸۰$

اگر تابع هدف مسئله به شکل $Min\ z = ۱۵/۲x_۱ + ۱۴/۹x_۲ + ۱۸x_۳$ تغییر پیدا کند، کدام گزینه صحیح است؟

۱) حل بهینه مسئله مزدوج عوض نمی‌شود

۲) حل بهینه عوض می‌شود و باید حل بهینه جدید را به دست آورد

۳) حل بهینه عوض می‌شود ولیکن مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند.

۴) مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند ولیکن مقادیر حل بهینه عوض نمی‌شود

پاسخ‌های پژوهش

۱. گزینه (۱) صحیح است.

زیرا نقطه‌ی (۰ و ... و ۰ و ۰) = x در محدودیت‌ها صدق می‌کند و تابع هدف به کمترین مقدار خود می‌رسد.

۲. گزینه (۱) صحیح است.

در گوشه‌ی A متغیرهای $s_۲$ و $s_۳$ و $s_۴$ متغیرهای پایه‌اند:

$$t_A = \frac{۱}{۲} t_B = ۲t_C$$

۳. گزینه (۴) صحیح است.

اگر کل زمان تولید T باشد و همه را به B اختصاص دهیم ۲۰۰ تولید می‌شود، چون زمان تولید A نصف B است. پس در همان مدت باید ۴۰۰ واحد A تولید شود. با استدلالی مشابه در زمان T باید ۸۰۰ واحد C تولید شود.

۴. گزینه (۴) صحیح است.

محدودیت مساوی فقط نیاز به متغیر مصنوعی دارد نه متغیر کمکی.

۵. گزینه (۴) صحیح است.

اگر مقادیر عرضه و تقاضای گره‌ها درست باشد. در این صورت تنها مقادیر صحیحی از کالاها روی کمان‌ها جابه‌جا می‌شود پس مقدار هزینه تغییر نمی‌کند.

۶. صورت مسأله اشکال دارد.

۷. گزینه (۱) صحیح است.

۸. گزینه (۴) صحیح است.

برای انتخاب صفر سطر اول ۳ حالت، برای سطر دوم ۲ حالت

$$\begin{array}{ccc} ۰ & ۱ & ۳ \\ ۰ & ۱ & ۳ \\ ۰ & ۱ & ۳ \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{array}$$

و برای سطر سوم، یک حالت وجود دارد. بنابراین ۶=۱+۲+۳ حالت وجود دارد.

۹. گزینه (۲) صحیح است.

$$Z_* = \sum e_{ij} x_{ij} = (۵ \times ۹) + (۵ \times ۱) + (۲۰ \times x) + (۵ \times ۲) + (۵ \times ۸) = ۲۴۰ \rightarrow X = ۷$$

			عرضه
[۳]	[۱] ۵	[۱] ۵	۱۰
[۱]	[x] ۲۰	[۴]	۲۰
[۲] ۵	[۸] ۵	[۶]	۱۰
تقاضا ۵	۳۰	۵	

۱۰. گزینه (۱) صحیح است.

$$\text{Min } ۲z_۱ + x_۲ \quad \Rightarrow \quad \text{Min } ۲z_۱ + x_۲$$

$$\text{St}: \; x_۱ + x_۲ \geq ۴ \qquad\qquad \text{st}: \; x_۱ + x_۲ \geq ۴$$

$$|x_1| \leq z_۱ \qquad\qquad x_۱ \leq z_۱$$

$$x_۱ \leq -z_۱$$

۱۱. گزینه (۳) صحیح است.

$x_۱$: تعداد محصول تولیدی i ام

اگر t_i میزان زمان مورد نیاز برای تولید هر واحد محصول i ام باشد.

$$t_1 = \frac{1}{2} t_2 = \frac{2}{3} t_3$$

از طرفی کل زمان مؤسسه $۵۰۰t_۲$ است لذا

$$t_۱x_۱ + t_۲x_۲ + t_۳x_۳ \leq ۵۰۰t_۲$$

$$\frac{1}{2}t_۲x_۱ + t_۲x_۲ + \frac{3}{4}t_۲x_۳ \leq ۵۰۰t_۲ \quad \Rightarrow \quad ۲x_۱ + ۴x_۲ + ۳x_۳ \leq ۲۰۰۰$$

۱۲. گزینه (۴) صحیح است.

اگر X_A و X_B و X_C مقدار تولید سه قطعه C,B,A باشد، می‌توان با آن‌ها به ترتیب $\frac{X_A}{2}, X_B, \frac{X_C}{3}$ محصول نهایی تولید کرد. از طرفی چون محصول نهایی حاصل از مونتاژ قطعات C,B,A است لذا به تعداد $\text{Min } \{\frac{X_C}{3}, X_B, \frac{X_A}{2}\}$ می‌توان محصول نهایی ساخت.

۱۳. گزینه (۴) صحیح است.

با توجه به صورت سؤال، هدف حداقل کردن مجموع تعداد پرسنل $(\sum x_i)$ است. تابع هدف در گزینه (۱) حداقل کردن هزینه های پرسنل است. همچنین محدودیت بودجه به صورت $\sum_i c_i x_i \leq 10000$ است.

۱۴. گزینه (۲) صحیح است.

ناسازگار بودن دو پروژه به معنای آن است که هر دو پروژه همزمان نمی‌توانند اجرا شوند به عبارت دیگر همزمان نمی‌توانند مقدار یک بگیرند.

۱۵. گزینه (۲) صحیح است.

در ۵ ساعت وقت کاری، کارگر می‌تواند ۱ عدد از A و ۱ عدد از B تولید کند زیرا تولید هر واحد محصول A به ۴ ساعت و هر واحد محصول B به ۱ ساعت وقت نیاز دارد. با توجه به سودآوری یک ساعت کارگاه $\frac{10000}{200} = 50$ تومان، در ۵ ساعت، کارگر می‌تواند ۲۵۰ تومان سود ایجاد کند. به عبارت دیگر $A + B = ۲۵۰$

با توجه به اینکه سودآوری محصول B یک چهارم محصول A است خواهیم داشت :

$$A + ۰/۲۵A = ۲۵۰$$

از حل این رابطه سود هر واحد محصول A برابر ۲۰۰ به دست می‌آید.

۱۶. گزینه (۴) صحیح است.

۱۷. گزینه (۲) و (۳) صحیح است.

معکوس ماتریس مبنا در هر مرحله باید از طریق ماتریس‌های مقدماتی (بنیادی) تعیین گردد. همچنین سیمپلکس تجدیدنظر شده در مقایسه با الگوریتم سیمپلکس دارای حجم محاسبات کمتری است.

۱۸. گزینه (۴) صحیح است.

متغیر کمبود مربوط به محدودیت کوچک‌تر یا مساوی، متغیر مازاد و یکی از دو متغیر مصنوعی مربوط به محدودیت بزرگ‌تر یا مساوی و متغیر مصنوعی دیگر برای یک محدودیت تساوی کاربرد دارد.

۱۹. گزینه (۳) صحیح است.

روش‌های سیمپلکس دو فاز و M بزرگ بدون توجه به تابع هدف کوتاهترین مسیر را برای رسیدن به فضای موجه جواب انتخاب می‌کند.

۲۰. گزینه (۳) صحیح است.

X_i ها آزاد در علامت هستند. لذا با تغییر متغیر $x_i = x'_i = x''$، ۳ متغیر اصلی و همچنین ۴ متغیر کمکی، حداقل ۷ متغیر برای حل به روش سیمپلکس نیاز است.

۲۱. گزینه (۳) صحیح است.

۲۲. گزینه (۳) صحیح است.

۲۳. گزینه (۲) صحیح است.

$$x_۱ = x_۴ = ۰$$
$$\begin{cases} x_۲ = ۱۲ \\ x_۳ = ۸ \end{cases} \quad z = ۵۶$$

۲۴. گزینه (۲) صحیح است.

۲۵. گزینه (۱) صحیح است.

متغیر مصنوعی با مقدار مثبت در پایه است. P(M) در راستای $x_۲$ بیکران است. اما مسئله اصلی به دلیل وجود متغیر مصنوعی مثبت در پایه، غیر موجه خواهد بود.

۲۶. گزینه (۲) صحیح است.

در قاعده الفبایی برای نسبت‌های یکسان، از ستون‌های $B^{-۱}$ با در نظر گرفتن علامت به جای سمت راست در تست نسبت استفاده می‌شود.

$$\min\left\{\frac{۴}{۲},\frac{۲}{۱},\frac{۶}{۳}\right\} = ۲$$
$$\min\left\{\frac{۰}{۲},\frac{۱}{۱},\frac{۰}{۳}\right\} = ۰$$
$$\min\left\{\frac{-۱}{۲},-,\frac{۳}{۳}\right\} = -\frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow$$ $x_۶$ متغیر خروجی است

۲۷. گزینه (۲) صحیح است.

مسئله در راستای $x_۴$ نامحدود است.

۲۸. گزینه (۴) صحیح است.

$$\theta_۱ = \infty$$

$$\theta_۲ = min\left\{\frac{\frac{۳}{۲}-۴}{-۲}\right\} = \frac{۵}{۴}$$

$$\theta_۳ = \mu_۱ = ۴$$

$$\theta = min\theta_i = \frac{۵}{۴}$$

در این حالت ابتدا تغییر متغیر $x'_۱ = ۴ - x_۱$ را اعمال می‌کنیم، سپس سیمپلکس را اجرا می‌کنیم. برای انجام ایـن تغییر متغیر معادلات را از جدول استخراج کرده، خواهیم داشت :

سطح صفر: $Z + ۰(x_۱) - x_۲ + \frac{۵}{۲} x_۳ + ۰(s_۱) + \frac{۳}{۲} s_۲ = \frac{۳۹}{۲}$

$\Rightarrow Z + ۰(۴ - x'_۱) - x_۲ + \frac{۵}{۲} x_۳ + \frac{۳}{۲} s_۲ = \frac{۳۹}{۲}$

$\Rightarrow Z - x_۲ + \frac{۵}{۲} s_۲ = \frac{۳۹}{۲}$

سطح دو: $x_۱ - ۲x_۲ + \frac{۳}{۲} x_۳ + \frac{۱}{۲} x_۲ = \frac{۳}{۲}$

$\Rightarrow (۴ - x'_۱) - ۲x_۲ + \frac{۳}{۲} x_۳ + \frac{۱}{۲} s_۲ = \frac{۳}{۲}$

$\Rightarrow -x'_۱ - ۲x_۲ + \frac{۳}{۲} x_۳ + \frac{۱}{۲} s_۲ = -\frac{۵}{۲}$

$\Rightarrow -x'_۱ + ۲x_۲ - \frac{۳}{۲} x_۳ + \frac{۱}{۲} s_۲ = \frac{۵}{۲}$

	$x'_۱$	$x_۲$	$X_۳$	$s_۱$	$s_۲$	
Z	۰	-۱	$\frac{۵}{۲}$	۰	$\frac{۳}{۲}$	$\frac{۳۹}{۲}$
$S_۱$	۰	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	$\frac{-۱}{۲}$	$\frac{۵}{۲}$
$x'_۱$	۱	۲	$-\frac{۳}{۲}$	۰	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۵}{۲}$
Z	$\frac{۱}{۲}$	۰	$\frac{۷}{۴}$	۰	$\frac{۵}{۴}$	$\frac{۸۳}{۴}$
$S_۱$	۰	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۵}{۲}$
$X_۲$	$\frac{۱}{۲}$	۱	$-\frac{۳}{۴}$	۰	$-\frac{۱}{۴}$	$\frac{۵}{۴}$

۲۹. گزینه (۳) صحیح است.

با صفر شدن متغیر مصنوعی، وارد منطقه موجه محدودیت متناظر با آن می‌شویم.

۳۰. گزینه (۱) صحیح است.

$$Max\left\{\frac{۶}{۵}, \frac{۷}{۳}, \frac{۳۰}{۱۳}, \frac{۱۳}{۲}, \frac{۱۹}{۳}, \frac{۱۷}{۳}\right\} = \frac{۱۳}{۲}$$

روش ساده کردن لکیسکوگراف :

$$Z^* = ۱۳\times\left(\frac{۳۸}{۲}\right) = ۲۴۷$$

۳۱. گزینه (۲) صحیح است.

هردو مسئله اولیه و دوگان همزمان نمی‌توانند بیکران باشند. (E)

اگر یکی از دو مسئله بهینه محدود باشد، دیگری نمی‌تواند غیر موجه باشد. (G,C)

اگر یکی از دو مسئله بهینه محدود باشد، دیگری نمی‌تواند بیکران باشد. (B,D)

	بهینه محدود	بیکران	غیر موجه
بهینه محدود	√	×	×
بیکران	×	×	√
غیر موجه	×	√	√

۳۲. گزینه (۲) صحیح است.

با توجه به جدول فوق تعداد کل حالات امکان پذیر ۴ می‌باشد.

۳۳. گزینه (۳) صحیح است.

$$a = \frac{\partial x_۱}{\partial x_۳} = -y_{۱۳} = \frac{-۳}{۴}$$

$$b = \frac{\partial z}{\partial x_۵} = -(z_۵ - c_۵) = -\left(-\frac{۳}{۴}\right) = \frac{۳}{۴}$$

۳۴. گزینه (۴) صحیح است.

متغیر کمکی محدودیت دوم در پایه بهینه ۱۲ است. ($s_۲ = ۱۲$). لذا ۱۲ واحد از این منبع موجود است. بنابراین حداکثر میزان کاهش منبع دوم بطوریکه پایه فعلی شدنی باقی بماند ۱۲ واحد است. ($\Delta \geq -\mathbf{12}$)

۳۵. گزینه (۲) صحیح است.

با توجه به اینکه مسئله از نوع ماکزیمم سازی است و ضرایب تابع هدف مثبت است، در جواب بهینه $x_۱,x_۲,x_۳$ مثبت هستند. بنابراین جواب بهینه از حل دستگاه زیر حاصل می‌شود :

$$\begin{cases} x_۱ + ۲x_۲ + ۴x_۳ = ۳۰۰ \\ x_۲ + x_۳ = ۱۰۰ \\ x_۳ = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow (x_۱^*, x_۲^*, x_۳^*) = (۸۰,۹۰,۱۰)\,, z_* = ۷۸۰۰$$

۳۶. گزینه (۱) صحیح است.

با توجه به اینکه جواب بهینه به روی ابرصفحه این محدودیت قرار دارد، لذا با حذف آن مقدار تابع هدف بدتر می‌شود.

۳۷. گزینه (۴) صحیح است.

در صورتی که Δ حداقل میزان تغییر در ضریب تابع هدف یک متغیر غیر پایه برای ورود به پایه را نشان دهد داریم :

$$z_j - (c_j - \Delta) = 0 \Rightarrow \Delta = c_j - z_j$$

که به آن هزینه کاهش یافته می‌گویند.

۳۸. گزینه (۱) صحیح است.

$x_۱$ و $x_۳$ متغیرهای پایه هستند لذا :

$$B^{-۱} = \begin{pmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{pmatrix} \Rightarrow B = \frac{۱}{-۱}\begin{pmatrix} -۱ & -۱ \\ -۲ & -۱ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a_۱ & a_۲ \\ a_۳ & a_۴ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۱ \end{pmatrix}$$

۳۹. گزینه (۴) صحیح است.

$$y = c_B B^{-۱} = (۳ \quad ۵)\begin{pmatrix} -۱ & ۱ \\ ۲ & -۱ \end{pmatrix} = (۷ \quad -۲) \Rightarrow a_۵ = ۷$$

۴۰. گزینه (۳) صحیح است.

مسئله اولیه دارای جواب بهینه متناهی است لذا دوگان آن نیز دارای جواب بهینه متناهی و برابر با جواب مسئله اولیه یعنی $W = Z = ۵۵$ است.

۴۱. گزینه (۲) صحیح است.

طبق قضیه مکمل زائد ($y_i s_i = ۰$) داریم :

$$y_۱ = ۳ > ۰ \Rightarrow s_۱ = ۰ \qquad y_۲ = ۴ > ۰ \Rightarrow s_۲ = ۰$$

۴۲. گزینه (۱) صحیح است.

مسئله دارای دو محدودیت است لذا دو متغیر در پایه مثبت هستند.

با فرض اینکه گزینه‌ها دو متغیر معرفی می‌کنند داریم :

دوگان مسئله به صورت زیر است :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & w = ۲۵y_۱ + ۸۰y_۲ \\ \text{St :} \quad & y_۱ + ۶y_۲ \geq ۲۷ \\ & ۲y_۲ + ۵y_۲ \geq ۲۰ \\ & ۳y_۱ + ۴y_۲ \geq ۲۵ \\ & ۴y_۱ + ۳y_۲ \geq ۲۱ \\ & ۵y_۱ + y_۲ \geq ۱۶ \\ & y_۱ , \ y_۲ \geq ۰ \end{aligned}$$

$$s'_۱ = ۰ \quad , \quad s'_۲ = ۶ \quad , \quad s'_۳ = ۰ \quad , \quad s'_۴ = ۳ \quad , s'_۵ = ۳$$

۴۳. گزینه (۲) صحیح است.

تابع هدف دوال به صورت $w = ۲۵y_۱ + ۸۰y_۲$ است. با توجه به اینکه مقادیر بهینـه دوال (۴ و ۳) هسـتند، در نتیجـه مقدار بهینه تابع هدف $z^* = w^* = ۳۹۵$ است.

۴۴. گزینه (۲) صحیح است.

$$\text{Min}\quad w = ۳y_۱ + ۱۰y_۲$$

$$y_۱ + ۲y_۲ \geq ۳$$

$$۳y_۱ - ۴y_۲ \geq -۲$$

$$۲y_۱ + ۳y_۲ = ۶$$

$y_۱ , y_۲$ آزاد در علامت

جواب بهینه در نقطه $(y_۱^*, y_۲^*) = (۳,۰)$ اسـت. بـدین ترتیـب مقـدار بهینـه تـابع هـدف $z^*=w^*=۳(۳)+۱۰(۰)=۹$ می‌باشد.

۴۵. گزینه (۳) صحیح است.

با توجه به سؤال قبل گزینه (۳) صحیح است.

۴۶. گزینه (۴) صحیح است.

مسئله در راستای متغیر $y_۲$ بیکران است. بنابراین در صورت موجه بودن فضای جـواب، مقـدار تـابع هـدف نامحـدود است.

۴۷. گزینه (۴) صحیح است.

مسئله اولیه بیکران است، بنابراین دوگان آن غیرموجه خواهد بود.

۴۸. گزینه (۲) صحیح است.

$$\begin{pmatrix} ۱/۵ & -۰/۵ \\ -۰/۵ & ۰/۵ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۱ \\ ۲+a \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۰/۵ - ۱ - ۰/۵a \geq ۰ & \Rightarrow a \leq ۱ \\ -۰/۵ + ۱ + ۰/۵a \geq ۰ & \Rightarrow a \leq -۱ \end{cases} \Rightarrow -۱ \leq a \leq ۱$$

۴۹. گزینه (۴) صحیح است.

جدول داده شده، جدول بهینه این مسئله است، بنابراین با توجه به اینکه $x_۱$ شرط ورود به پایه را نـدارد، بـا ورود آن مقدار تابع هدف بدتر می‌شود. از طرفی چون تست حداقل نسبت منحصر به فرد نیست، لـذا جـواب اساسـی جـدول بعدی تبهگن است.

۵۰. گزینه (۳) صحیح است.

هر یک از اعداد غیر صفر جدول در ستون متغیرهای غیر پایه‌ای را می‌توان محور گیری کرد. توجه کنید بـا ورود $x_۱$ به پایه تباهیدگی روی می‌دهد. پایه‌های $(x_۱,x_۲)$ و $(x_۱,x_۳)$ یک جواب پایه‌ای را نشان می‌دهند.

۵۱. گزینه (۳) صحیح است.

اگر a مثبت باشد، مقدار سمت راست مسئله افزایش یافته، در نتیجه مقدار تابع هدف افزایش می‌یابد. در صورتی که a منفی باشد، مقدار سمت راست کاهش یافته و در نتیجه مقدار تابع هدف هم کاهش می‌یابد.

۵۲. گزینه (۴) صحیح است.

با توجه به مقادیر متغیرهای دوگان (قیمت‌های سایه منابع) (۱ و ۴) = (y_1, y_2) در صورتی که برای خرید ماده اولیه حداکثر ۴ واحد پرداخت شود خرید آن اقتصادی است.

۵۳. گزینه (۱) صحیح است.

مقادیر بهینه دوگان z_j های زیر متغیرهای شروع کننده سیمپلکس در سطر تابع هدف جدول نهایی است.

۵۴. گزینه (۴) صحیح است.

هر جواب قابل قبول در مسئله اولیه، متناظر با یک جواب در مسئله ثانویه است که مقادیر تابع هدف آن‌ها با هم برابر است. به عبارت دیگر هر جواب قابل قبول در جدول سیمپلکس، متناظر با یک جواب (مقادیر زیر متغیرهای شروع کننده سیمپلکس در سطر تابع هدف) است که در صورتی که جدول بهینه نباشد این جواب برای مسئله ثانویه غیرقابل قبول و در صورتی که جدول بهینه باشد، این جواب برای مسئله ثانویه قابل قبول است. اما مقدار تابع هدف در تمامی حالات برابر می‌شود.

۵۵. گزینه (۱) صحیح است.

شرط آنکه مسئله (۲) جواب نداشته باشد آنست که λ صفر اختیار شود. سایر گزینه‌ها نادرست است.

۵۶. گزینه (۳) صحیح است.

$$B^{-1}b = \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۱ \\ ۴ \\ ۲ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۱ \\ ۱ \\ ۲ \end{pmatrix}$$

با فرض اینکه $B = [a_1 \quad a_3 \quad a_5]$ هستند، شرط آنکه جواب بهینه تغییر نکند، آنست که جواب بهینه فعلی در این محدودیت صدق می‌کند.

$$۲x_1 + x_3 + x_5 = ۲(۱) + ۱ + ۲ = ۵ \geq b_4$$

۵۷. گزینه (۲) صحیح است.

$$y = c_B B^{-1} = (-(۲a-۲) \quad ۳ \quad ۰)\begin{pmatrix} ۶ & ۰ & -۱ \\ -۳ & ۰ & ۱ \\ ۲ & ۱ & -۱ \end{pmatrix} = (۳ - ۱۲a \quad ۰ \quad ۱ + ۲a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳ - ۱۲a \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad a \leq \frac{۱}{۴} \quad (۱) \\ ۱ + ۲a \geq ۰ \quad \Rightarrow \quad a \geq -\frac{۱}{۲} \quad (۲) \end{cases}$$

$$z_3 - c_3 \geq ۰ \;\Rightarrow\; z_3 - c_3 = c_B B^{-1} a_3 - c_3 = (-(۲a-۲) \quad ۳ \quad ۰)\begin{pmatrix} ۱ \\ ۰ \\ ۲ \end{pmatrix} - \left(\frac{۳}{۲} + \alpha\right)$$

$$= ۲ - ۲\alpha - \frac{۳}{۲} - \alpha \geq ۰ \;\Rightarrow\; \frac{۱}{۲} - ۳\alpha \geq ۰ \;\Rightarrow \alpha \leq \frac{۱}{۶} \quad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \text{ از } \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \leq \alpha \leq \frac{۱}{۶}$$

۵۸. گزینه (۴) صحیح است.

$$B^{-۱}B = I \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{۱}{۳} & ۰ & -\frac{۲}{۳} \\ ۰ & ۱ & \beta \\ \frac{۱}{۳} & ۰ & \frac{۱}{۳} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۲ \\ ۱ & ۱ & -۱ \\ -۱ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} \Rightarrow ۱-\beta = ۰ \Rightarrow \beta = ۱$$

۵۹. گزینه (۳) صحیح است.

$$\boldsymbol{x_B = B^{-1}b}$$

در صورتی که کلیه درایه‌های ماتریس B در عددی مخالف صفر مانند $\boldsymbol{\lambda}$ ضرب شود، درایه‌های ماتریس $\boldsymbol{B^{-1}}$، در $\boldsymbol{\frac{1}{\lambda}}$ ضرب می‌شود بنابراین :

$$x_B = \frac{۱}{۱۰۰}\begin{pmatrix} ۵۰ \\ ۵۰۰ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۰/۵ \\ ۵ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_۱ \\ x_۲ \end{pmatrix} \Rightarrow z = ۵۵۰$$

۶۰. گزینه (۲) صحیح است.

$$B^{-۱} = \begin{pmatrix} \frac{۱}{۳} & ۰ & \frac{-۱}{۳} \\ \frac{-۱}{۳} & ۰ & \frac{۲}{۳} \\ -۱ & -۱ & ۱ \end{pmatrix}$$

$$B^{-۱}b \geq ۰ \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{۲}{۳} & ۰ & \frac{-۱}{۳} \\ \frac{-۱}{۳} & ۰ & \frac{۲}{۳} \\ -۱ & -۱ & ۱ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ۶ \\ ۳ \\ b_۳ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۴-\frac{b}{۳}۳ \\ -۲+\frac{۲}{۳}b_۳ \\ -۹+b_۳ \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b_۳ \leq ۱۲ \\ b_۳ \geq ۳ \\ b_۳ \geq ۹ \end{cases} \Rightarrow ۹ \leq b_۳ \leq ۱۲$$

۶۱. گزینه (۴) صحیح است.

افزایش دسترسی به منبعی که دارای شبه قیمت بیشتری است اقتصادی‌تر است.

۶۲. گزینه (۱) صحیح است.

$$B^{-۱}b = \begin{pmatrix} \frac{۱}{۲} & \frac{-۱}{۲} & ۰ \\ -\frac{۱}{۸} & \frac{۳}{۸} & ۰ \\ ۱ & -۲ & ۱ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_۱ \\ b_۲ \\ b_۳ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۲ \\ \frac{۳}{۲} \\ ۴ \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b_۱}{۲} - \frac{b_۲}{۲} = ۲ \\ -\frac{۱}{۸}b_۱ + \frac{۳}{۸}b_۲ = \frac{۳}{۲} \\ b_۱ - ۲b_۲ + b_۳ = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_۱ = ۱۲ \\ b_۲ = ۸ \\ b_۳ = ۸ \end{cases}$$

$$B^{-۱}b = \begin{pmatrix} \frac{۱}{۲} & \frac{-۱}{۲} & ۰ \\ -\frac{۱}{۸} & \frac{۳}{۸} & ۰ \\ ۱ & -۲ & ۱ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_۱ \\ ۸ \\ ۸ \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b_۱}{۲} - ۴ \geq ۰ \Rightarrow b_۱ \leq ۸ \\ -\frac{b_۱}{۸} + ۳ \geq ۰ \Rightarrow b_۱ \leq ۲۴ \\ b_۱ - ۱۶ + ۸ \geq ۰ \Rightarrow b_۱ \geq ۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۸ \leq b_۱ \leq ۲۴$$

بنابراین $\boldsymbol{b_1}$ را می‌تواند حداکثر ۱۲ واحد افزایش داد.

۶۳. گزینه (۴) صحیح است.

$$y = c_B B^{-۱} \Rightarrow (c_۲ \quad c_۱ \quad ۰)\begin{pmatrix} \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲} & ۰ \\ -\frac{۱}{۸} & \frac{۳}{۸} & ۰ \\ ۱ & -۲ & ۱ \end{pmatrix} = \left(\frac{۱}{۴} \quad \frac{۱}{۴} \quad ۰\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{c_۲}{۲} - \frac{b_۱}{۸} = \frac{۱}{۴} \\ -\frac{c_۲}{۲} + \frac{۳}{۸} c_۱ = \frac{۱}{۴} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_۱ = ۲ \\ c_۲ = ۱ \end{cases}$$

۶۴. گزینه (۳) صحیح است.

c_B	x_B	$s_۱$	$s_۲$
$c_۲$	$X_۲$	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$
$c_۱$	$X_۱$	$-\frac{۱}{۸}$	$\frac{۳}{۸}$
۰	$S_۳$	۱	-۲
		$\frac{c_۲}{۲} - \frac{c_۱}{۸} \geq ۰$	$\frac{-c_۱}{۲} - \frac{۳c_۲}{۸} \geq ۰$

$$\begin{cases} \frac{c_۲}{۲} - \frac{c_۱}{۸} \\ \frac{-c_۱}{۲} + \frac{۳c_۲}{۸} \end{cases} \Rightarrow \frac{۴}{۳} \leq \frac{c_۱}{c_۲} \leq ۴$$

۶۵. گزینه (۳) صحیح است.

مسئله داده شده دارای دو محدودیت و پنج متغیر است، لذا دوال آن یک مسئله دو متغیر با پنج محدودیت می‌باشد. بنابراین می‌توان آن را توسط الگوریتم سیمپلکس معمولی و یا روش ترسیمی حل نمود.

۶۶. گزینه (۴) صحیح است.

اگر ضرایب یک متغیر در تمامی محدودیت‌ها صفر و یا منفی باشد فضای جواب مسئله بیکران است. اگر ضریب متغیر در تابع هدف موافق هدف باشد مسئله بیکران و در غیر این صورت مسئله دارای جواب بهینه کراندار است.

۶۷. گزینه (۳) صحیح است.

در صورتی که مسئله اولیه موجه و دارای جواب بهینه محدود باشد. در این صورت مسئله ثانویه موجه و دارای جواب بهینه محدود است. در صورتی که مسئله اولیه موجه و دارای جواب بهینه نامحدود باشد در این صورت مسئله ثانویه غیر موجه است.

۶۸. گزینه صحیح وجود ندارد.

$$\mathbf{B^{-1}b' = B^{-1}(b + \lambda d) \geq 0 \;\Rightarrow B^{-1}b + \lambda B^{-1}d \geq 0}$$
$$\mathbf{\Rightarrow B^{-1}b' \geq -\lambda B^{-1}d}$$

۶۹. گزینه (۲) صحیح است.

۷۰. گزینه (۱) صحیح است.

ترتیب محدودیت‌ها در صورت مسئله با جدول بهینه هم خوانی ندارد.

با توجه به جدول، ترتیب محدودیت‌ها به صورت زیر است :

$$\begin{aligned}&\tfrac{۱}{۳}x_۱+\tfrac{۱}{۳}x_۲+\tfrac{۱}{۳}x_۳\le ۱\\&\tfrac{۱}{۳}x_۱+\tfrac{۴}{۳}x_۲+\tfrac{۷}{۳}x_۳\le ۳\\&x_۱+۲x_۲+x_۳\le ۴\end{aligned}$$

در این صورت مقدار a برابر است با :

$$B^{-۱}B=I\Rightarrow\begin{pmatrix}۶&۰&-۱\\a&۰&۱\\۱&۱&-۱\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{۱}{۳}&\frac{۱}{۳}&۰\\\frac{۱}{۳}&\frac{۴}{۳}&۱\\۱&۲&۰\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}۱&۰&۰\\۰&۱&۰\\۰&۰&۱\end{pmatrix}\Rightarrow\frac{a}{۳}+۱=۰\Rightarrow a=-۳$$

۷۱. گزینه (۳) صحیح است.

مقادیر بهینه دوگان zjهای متغیرهای شروع کننده سیمپلکس هستند بنابراین :

$$\begin{aligned}&z_j-c_j:(۰\quad ۳\quad ۱)\\+\quad &c_j:(-۱\quad -۲\quad ۱)\\&z_j:(-۱\quad ۱\quad ۲)=(y_۱\quad y_۲\quad y_۳)\end{aligned}$$

۷۲. گزینه (۲) صحیح است.

$$B=\begin{pmatrix}۴&۳\\۲&۶\end{pmatrix}\Rightarrow B^{-۱}=\frac{۱}{۱۸}\begin{pmatrix}۶&-۳\\-۲&۴\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{۱}{۳}&-\frac{۱}{۶}\\-\frac{۱}{۹}&\frac{۲}{۹}\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow z_۴-(c_۴+\Delta)\le ۰\Rightarrow z_۴-(c_۴+\Delta)=c_BB^{-۱}a_۴-(c_۴+\Delta)$$

$$=(۵۰\quad ۶۹)\begin{pmatrix}\frac{۱}{۳}&-\frac{۱}{۶}\\-\frac{۱}{۹}&\frac{۲}{۹}\end{pmatrix}\binom{۹}{۴}-(c_۴+\Delta)=$$

$$(۹\quad ۷)\binom{۹}{۴}-(c_۴+\Delta)\le ۰\quad\Rightarrow ۱۰۹-(c_۴+\Delta)\le ۰\Rightarrow ۱۰۹-(۳۶+\Delta)\le ۰\Rightarrow \Delta\ge ۷۳$$

۷۳. گزینه (۳) صحیح است.

این مسئله از نظر ساختاری، خودش با دوال آن برابر است. لذا هر جواب قابل قبول برای این مسئله یک جواب قابل قبول برای دوال مسئله است و در نتیجه این جواب، جواب بهینه خواهد بود.

$$\begin{cases}x_۱+۲x_۲=۲\\۲x_۱-x_۳=۲\\-x_۱+x_۳=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_۱-۲x_۳=۶\\۲x_۱-x_۳=۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_۱=۲\\x_۲=۰\\x_۳=۲\end{cases}\Rightarrow z^*=۸$$

۷۴. گزینه (۲) صحیح است.

$$B=\begin{pmatrix}۱&۰\\-۱&۱\end{pmatrix}\Rightarrow B^{-۱}=\begin{pmatrix}۱&۰\\۱&۱\end{pmatrix}$$

$$x_B=B^{-۱}b=\begin{pmatrix}۱&۰\\۱&۱\end{pmatrix}\binom{b_۱}{b_۲}=\binom{۶}{۱۰}\Rightarrow\binom{b_۱}{b_۲}=\binom{۶}{۴}$$

۷۵. گزینه (۱) صحیح است.

مسئله بهینه در محدودیت داده شده صدق می‌کند لذا جواب فعلی بهینه باقی می‌ماند.

۷۶. گزینه (۴) صحیح است.

$$c_B B^{-1} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} z_2 - c_2 = c_B B^{-1} a_2 - c_2 = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - (-1) \geq 0 \quad \Rightarrow c_1 \geq -1 \\ z_3 - c_3 = c_B B^{-1} a_3 - c_3 = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - (1) \geq 0 \quad \Rightarrow c_1 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow c_1 \geq 2$$

۷۷. گزینه (۳) صحیح است.

$$\mathrm{B}^{-1} \mathrm{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \bar{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^* \\ s_2^* \end{pmatrix}$$

متغیر x_3 وارد پایه شده وبر x_1 خارج می‌شود. $\left\{\frac{6}{1}, \frac{10}{1}\right\} = 6$: تست مینیمم نسبت

۷۸. گزینه (۲) صحیح است.

$$c_B B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix}$$

۷۹. گزینه (۱) صحیح است.

$$B^{-1}(b + \alpha) \geq 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 4 \\ 2 + \alpha \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 + \alpha \\ 1 - 2\alpha \\ 2 + \alpha \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \geq -1 \\ \alpha \leq \frac{1}{2} \\ \alpha \geq -2 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$$

۸۰. گزینه (۴) و (۱) صحیح است.

تغییرات ضرایب تابع هدف در محدوده مجاز هستند، لذا حل بهینه تغییر نمی‌کند اما مقدار تابع هدف بهینه عوض می‌شود. حل بهینه مسئله مزدوج نیز عضو نمی‌شود، اما مقادیر آن تغییر می‌کند.