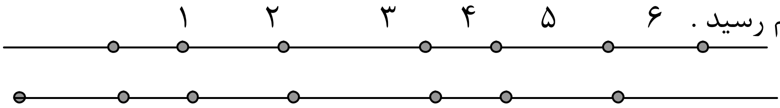
۱) بر روی خطّی ۷ نقطه گذاشته ایم . چند پاره خط ایجاد می شود ؟

راه اوّل :

نقطه ها به فواصل مختلف روی خط ایجاد شوند . سپس بین هر دو نقطه از عدد ۱ به بالا شماره گذاری کرده ، همه‌ی آن ها را با هم جمع کرده به پاسخ سئوال خواهیم رسید .



۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۲۱

راه دوم :

استفاده از رابطه ی مقابل :   ۲ ÷ (تعداد فاصله ها × تعداد نقطه ها)

۲) بر روی خطی ۵ نقطه می گذاریم ، چند نیم خط ایجاد می شود ؟

الف) اگرشکل داده شده خط باشد، هر نقطه‌ی روی آن دو نیم خط بوجود می‌آورد.

یعنی دو برابر تعداد نقاط   (۲ × تعداد نقطه ها)

ب) اگرشکل داده شده نیم خط باشد، به تعداد نقطه‌های موجود روی آن، نیم خط بوجود می‌آورد.

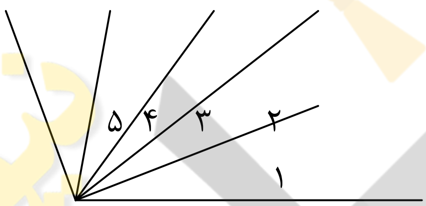
ج) اگرشکل داده شده پاره‌خط باشد، نیم خط بوجود نمی‌آورد.

۳) بر روی خطی ۵ نقطه می گذاریم ، چند نیم خط ایجاد می شود ؟

امّا اگر یکی از نقطه ها روی ابتدا یا انتهای خط قرار داشته باشد ،

آن گاه به تعداد نقطه ها ، نیم خط ایجاد می شود .

۴) در شکل مقابل چند زاویه مشاهده می شود ؟



بین هر دو نیم خط با رأس مشترک ، از عدد ۱ به بالا شماره گزاری کرده

سپس اعداد رابا هم جمع نموده ، حاصل بدست آمده پاسخ سئوال خواهد بود .

یا :   ۲ ÷ (تعداد فاصله ها × تعداد نیم خط ها)

۵) انواع چند ضلعی‌ها کدامند؟

الف) چند ضلعی‌های منتظم (همه‌ی زاویه‌های آن با هم برابرند. همه‌ی اضلاع آن با هم برابرند.)

ب) چند ضلعی‌های غیر منتظم (هر چند ضلعی که هر دو یا یکی از شزایط بالا را نداشته باشد.)

۶) انواع زاویه کدامند؟

الف) زاویه‌ی تند (حادّه) اندازه‌ی آن بین ۰ تا ۹۰ درجه است.

ب) زاویه‌ی راست (قائمه) اندازه‌ی آن دقیقاً ۹۰ درجه است.

ج) زاویه‌ی باز (منفرجه) اندازه‌ی آن بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه است. از ۹۰ بیش‌تر و از ۱۸۰ درجه کم‌تر است.

د) زاویه‌ی نیم صفحه اندازه‌ی آن دقیقاً ۱۸۰ درجه است.

ذ) زاویه‌ی تمام صفحه اندازه‌ی آن دقیقاً ۳۶۰ درجه است.

ر) دو زاویه‌ی متمم: هرگاه مجموع دو زاویه ۹۰ درجه باشد، آن دو زاویه را متمم گویند.

ز) دو زاویه‌ی مکمل: هرگاه مجموع دو زاویه ۱۸۰ درجه باشد، آن دو زاویه را مکمل گویند.

س) دو زاویه‌ی متقابل به رأس: هر گاه دو زاویه دارای رأس مشترک بوده و اضلاع آن‌ها در امتداد یکدیگر باشند، آن‌ها را دو زاویه‌ی متقابل به رأس گویند. (در این نوع زاویه‌های روبه روی هم با هم مساویند.) « نیم‌سازهای دو زاویه‌ی متقابل به رأس در امتداد یک دیگرند. »

ش) دو زاویه‌ی مجاور: دو زاویه‌ای هستند که در رأس و یک ضلع مشترک باشند و دو ضلع غیر مشترک طرف ضلع مشترک آن‌ها قرار داشته باشد.

ص) اگر نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور را رسم کنیم، زاویه‌ای که این دو نیم‌ساز پدید می‌آورند نصف مجموع دو زاویه‌ی مجاور می‌باشد.

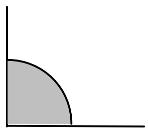
ص) دو زاویه‌ی مجانب: دو زاویه‌ی مجاور و مکمل(مجموع آن‌ها ۱۸۰ درجه است.) را مجانب گویند.

۷) زاویه از نگاهی دیگر

زاویه

هر گاه دو نیم خط دارای ابتدای مشترک باشند ، تشکیل یک زاویه را می دهند .

مجموعه ی نقاطی از یک صفحه که بین دو نیم خط که در مبدأ مشترک بوده و روی یک خط نباشند محصور باشد ، زاویه می گویند .

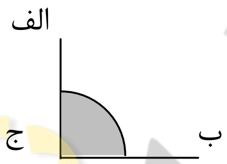


خواندن زاویه

الف)زاویه را از نام یکی از نیم خط هایش شروع کرده و سپس رأس را بیان و بعد نیم خط دیگرش را نام می بریم .

مانند زاویه ی (الف ب ج)

ب) زاویه را می توان با نام رأسش نیز خواند . مانند زاویه ی (ج)



انواع زاویه از لحاظ اندازه

الف) زاویه ی راست (قائمه) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه برابر ۹۰ درجه باشد ، آ ن را قائمه گویند . دو ضلع زاویه ی قائمه بر هم عمودند .

ب) زاویه ی تند (حاده) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه کمتر از ۹۰ درجه باشد ، به آن زاویه ی تند (حاده) گفته می شود.

ج) زاویه ی باز (منفرجه) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه باشد ، آن را زاویه‌ی باز گویند .

د) زاویه ی نیم صفحه : هر گاه دو ضلع یک زاویه دریک امتداد قرار گیرند و به عبارت دیگر اندازه‌ی زاویه ۱۸۰ درجه شود آن زاویه را زاویه‌ی نیم صفحه گویند .

زاویه ی متمم

هر گاه مجموع اندازه‌های دو زاویه ، برابر ۹۰ درجه شود ، آن دو زاویه را متمم یکدیگر گویند .

زاویه ی مکمل

هر گاه مجموع اندازه‌های دو زاویه ، برابر ۱۸۰ درجه شود ، آن دو زاویه را مکمل یکدیگر گویند .

وسیله ی اندازه گیری زاویه

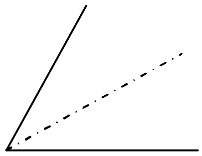
نقاله می باشد .

واحد اندازه گیری زاویه

واحد اندازه گیری زاویه ، درجه می باشد .

دو زاویه ی مجاور

دو زاویه را مجاور گویند، در صورتی‌که در رأس و یک ضلع مشترک بوده و ضلع مشترک بین دو ضلع دیگر قرار داشته باشد .

دو زاویه ی متقابل به رأس	دو زاویه را متقابل به رأس می‌گویند ، در صورتی‌که در رأس مشترک بوده و اضلاعشان در امتداد یکدیگر باشد . زاویه های متقابل به رأس باهم مساویند .
مجموع زاویه های داخلی هر چند ضلعی	مجموع زاویه‌های داخلی هر چند ضلعی از رابطه‌ی زیر بدست می آید. ۱۸۰ * (۲ - تعداد اضلاع
مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی	مجموع زاویه‌های خارجی هر چند ضلعی برابر با ۳۶۰ درجه می باشد . در هر مثلث اندازه‌ی یک زاویه‌ی خارجی ، با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن مساوی است
تعداد زاویه ها با رأس مشترک	بین هر دو نیم خط (هر دو ضلع زاویه) از شماره‌ی یک شماره گذاری کرده سپس شماره ها را با هم جمع کرده ، حاصل برابر تعداد زاویه‌های شکل خواهد بود .
نیمساز	نیمساز نیم خطی است که ابتدای آن ، رأس زاویه باشد و زاویه را به دو زاویه‌ی مساوی تقسیم نماید . 
نقطه روی نیمساز	فاصله ی هر نقطه روی نیمساز یک زاویه تا دو ضلع آن زاویه به یک اندازه است .
زاویه های مجانب	دو زاویه را وقتی مجانب گوئیم که رأس و یک ضلع آن‌ها مشترک باشد و اضلاع دیگرشان در دو طرف ضلع مشترک و بر یک خط راست قرار داشته باشند و مجموع آن ها ۱۸۰ درجه می‌باشد . زاویه‌های مجانب، مکمل هم هستند.
زاویه ی محاطی	هر زاویه که رأس آن روی محیط و دو ضلع آن دایره را قطع کنند ، زاویه‌ی محاطی نامیده می‌شود . اندازه-ی زاویه‌ی محاطی برابراست با نصف اندازه‌ی کمان مقابل آن
زاویه ی مرکزی	زاویه‌ای که رأس آن در مرکز دایره و اضلاعش دو شعاع از آن دایره‌اند . اندازه‌ی هر زاویه‌ی مرکزی برابر است با اندازه‌ی کمان مقابل آن
زاویه ی ظلی	هر زاویه‌ای که رأسش روی دایره و یک ضلع آن وتری از دایره و ضلع دیگرش بر دایره مماس باشد ، زاویه-ی ظلی نامیده می‌شود . اندازه‌ی زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان روبرویش می باشد .

۸) مجموع زاویه‌های داخلی هر چند ضلعی را چگونه محاسبه می‌کنند؟

الف) مجموع زاویه‌های داخلی هر سه ضلعی (مثلث) ۱۸۰ درجه است.

ب) به ازای افزایش هر ضلع نسبت به تعداد ضلع های مثلث (سه ضلع) به مجموع زاویه‌های داخلی آن شکل ۱۸۰ درجه افزوده می‌شود. یا از رابطه‌ی زیر می‌توان مجموع زاویه‌های داخلی هر چند ضلعی را محاسبه نمود:

۱۸۰ × (۲ - تعداد اضلاع چند ضلعی)

۹) اندازه‌ی هر زاویه‌ی چند ضلعی منتظم

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی هر زاویه‌ی چند ضلعی منتظم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

{ (تعداد اضلاع) ÷ [۱۸۰ × (۲ - تعداد اضلاع چند ضلعی)] }

۱۰) اندازه ی هر یک از زاویه های یک ۹ ضلعی منتظم چند درجه است ؟

اندازه یک زاویه چند ضلعی منتظم ⟵ ۱۸۰ – (۳۶۰ ÷ تعداد اضلاع)

۱۱) مجموع زاویه‌های خارجی هر چند ضلعی را چگونه محاسبه می‌کنند؟

مجموع زاویه‌های خارجی هر چند ضلعی، ۳۶۰ درجه می‌باشد.

۱۲) محاسبه‌ی تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم با استفاده از یکی از زاویه‌های خارجی آن

برای محاسبه‌ی تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی ÷ ۳۶۰

۱۳) نکاتی در رابطه با مجموع زاویه و مثلث

الف) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه با زاویه‌ی سوم برابر باشد، آن مثلث قائم الزاویه است.

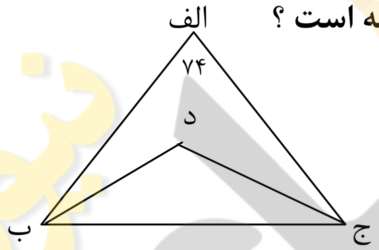
ب) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه از زاویه‌ی سوم کوچک‌تر باشد، آن مثلث دارای یک زاویه‌ی باز (منفرجه) است.

ج) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه از زاویه‌ی سوم بزرگ‌تر باشد، هرسه زاویه‌ی آن مثلث تند (حادّه) است.

د) چنان چه مجموع دو نسبت زاویه‌های مثلثی مساوی نسبت زاویه‌ی سوم آن باشد، آن مثلث قائم الزاویه نامیده می‌شود. (۴ و ۶ و ۱۰)

ح) چنان چه ضمن آن که مجموع دو نسبت زاویه‌های مثلث با هم مساوی باشند و دو تا از نسبت ها نیز با یکدیگر مساوی باشند، آن مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین خواهد بود. (۴ و ۲ و ۲)

۱۴) در شکل (ج د) و (ب د) نیم‌ساز هستند ، اندازه‌ی زاویه‌ی (د) چند درجه است ؟



الف اگر اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب) معلوم باشد، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

اندازه‌ی زاویه‌ی (الف) + [۲ ÷ مجموع اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب)]

ب) اگر اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب) معلوم نباشد، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

۲] ÷ اندازه‌ی زاویه‌ی (الف) [+ ۹۰

۱۵) نکاتی در رابطه‌ی با تعداد قطر چند ضلعی‌ها

برای محاسبه‌ی تعداد قطر درچند ضلعی‌ها از فرمول زیر می‌توان استفاده کرد:

۲ ÷[(تعداد ضلع‌ها) * (۳ - تعداد ضلع‌ها)]

۱۶) نکاتی در رابطه‌ی قطر در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: قطرها با هم مساوی و عمود بر هم هستند. (عمود منصف هم هستند.)

ب) لوزی: قطرها عمود منصف هم هستند.

ج) مستطیل: قطرها باهم مساوی و همدیگر را نصف می‌کنند.

د) متوازی الاضلاع: قطرها با هم مساوی نیستند ولی همدیگر را نصف می‌کنند.

ح) ذوزنقه‌ی متساوی الساقین: قطرها مساوی هستند ولی همدیگر را نصف نمی‌کنند. (در یک مورد خاص قطرها بر هم عمود می‌شوند.)

س) ذوزنقه‌ی غیر متساوی الساقین: قطرها با هم مساوی نیستند و همدیگر را نصف نمی‌کنند.

ش) از هر رأس یک چند ضلعی (سه تا کم‌تر از تعداد ضلع‌های آن) قطر می گذرد.

۱۷) نکاتی در رابطه‌ی اضلاع در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: هر ۴ ضلع با هم مساویند. ضلع‌های متوالی بر هم عمودند. ضلع‌های روبه رو با هم موازیند.

ب) لوزی: هر ۴ ضلع با هم مساویند. ضلع‌های روبه رو با هم موازیند.

ج) مستطیل : ضلع‌های متوالی بر هم عمودند. ضلع‌های روبه رو با هم موازیند. ضلع‌های روبه رو با هم مساویند.

د) متوازی الاضلاع: ضلع‌های روبه رو با هم موازیند. ضلع‌های روبه رو با هم مساویند.

س) ذوزنقه: فقط دارای دو ضلع موازی است. (منظور قاعده‌های آن می‌باشد.)

ش) در هر ذوزنقه پاره خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند با دو قاعده‌ی ذوزنقه موازی و اندازه‌ی آن مساوی نصف اندازه‌ی مجموع دو قاعده‌ی ذوزنقه است.

۱۸) نکاتی در رابطه‌ی زاویه‌ها در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: هر چهار زاویه‌ی آن راست (قائمه) است. مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن ۱۸۰ درجه است.

ب) لوزی: دو زاویه‌ی تند مساوی (روبه روی هم) و دو زاویه‌ی باز مساوی (روبه روی هم) دارد. و مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن ۱۸۰ درجه است.

ج) مستطیل: هر چهار زاویه‌ی آن راست (قائمه) است. مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن ۱۸۰ درجه است.

د) متوازی الاضلاع: دو زاویه‌ی تند مساوی (روبه روی هم) و دو زاویه‌ی باز مساوی (روبه روی هم) دارد. و مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن ۱۸۰ درجه است.

ذ) در هر متوازی الاضلاع، نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع بر هم عمود هستند.

س) ذوزنقه: دو زاویه‌ی تند و دو زاویه‌ی باز دارد. (مجموع هر دو زاویه‌ی دو طرف ساق‌ها ۱۸۰ درجه است.)

۱۹) نکاتی در رابطه‌ی محیط و مساحت چند ضلعی‌ها

الف) مستطیل:

اگر طول و عرض مستطیلی را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد.

اگر طول و عرض مستطیلی را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

ب) مربع:

اگر ضلع مربع را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد.

اگر ضلع مربع را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

اگر قطر مربع را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد.

ج) مثلث:

اگر قاعده‌ی مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن A برابر خواهد شد.

اگر ارتفاع مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن A برابر خواهد شد.

اگرارتفاع و قاعده‌ی مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد.

اگر قاعده‌ی مثلثی را نصف و ارتفاع آن را دو برابر کنیم، مساحت مثلث تغییری نمی‌کند.

د) متوازی الاضلاع:

اگرارتفاع و قاعده‌ی متوازی الاضلاعی را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد.

اگر نقطه‌ای روی یکی از اضلاع متوازی الاضلاع در نظر گرفته و آن را به دو رأس دیگر آن ضلع قرار ندارند وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل نصف مساحت متوازی الاضلاع خواهد بود.

اگر محیط یک مستطیل با محیط متوازی الاضلاعی برابر باشد. (یعنی اندازه‌های ضلع‌های متوالی هر دو شکل هم اندازه باشند.) در این‌صورت مساحت مستطیل بزرگ‌تر خواهد بود.

اگر مساحت یک مستطیل با مساحت متوازی الاضلاعی برابر باشد. در این‌صورت محیط متوازی الاضلاع بزرگ‌تر خواهد بود.

س) لوزی:

اگر ضلع لوزی را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

اگر قطرهای لوزی را A برابر کنیم، مساحت آن ($A \times A$) برابر خواهد شد.

اگریک قطر لوزی را A برابرو قطر دیگر آن را B برابرکنیم، مساحت آن ($A \times B$) برابر خواهد شد.

اگر یک لوزی طوری داخل مربعی قرار گیرد که رأس‌های لوزی روی ضلع‌های مربع قرار گیرد، مساحت لوزی نصف مساحت مربع خواهد شد.

اگر یک لوزی طوری داخل مستطیلی قرار گیرد که رأس‌های لوزی روی ضلع‌های مستطیل قرار گیرد، مساحت لوزی نصف مساحت مستطیل خواهد شد.

۲۰) مساحت هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، چگونه محاسبه می‌شود؟

مساحت هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند از راه مساحت لوزی قابل محاسبه است. یعنی:

۲ ÷ (حاصل ضرب قطرها)

۲۱) رابطه‌ی قطر و محیط مستطیل با هم چگونه است ؟

مجموع دو قطر هر مستطیل کوچک‌تر از محیط آن مستطیل است.

۲۲) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی اشکال مختلف چه شکلی پدید می‌آید؟

الف) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مربع، نقطه ایجاد می‌شود.

ب) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی لوزی، نقطه ایجاد می‌شود.

ج) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مثلث متساوی الاضلاع، نقطه ایجاد می‌شود.

د) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مستطیل، مربع ایجاد می‌شود.

ح) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی متوازی الاضلاع، مستطیل ایجاد می‌شود.

۲۳) چهار ضلعی‌ها خانواده‌ی متوازی الاضلاع کدامند؟

متوازی الاضلاع، لوزی، مربع و مستطیل

۲۴) رابطه‌ی خط تقارن با چند ضلعی‌های منتظم

در چند ضلعی‌های منتظم، شکل‌ها به اندازه‌ی تعداد اضلاعشان خط تقارن دارند.

۲۵) رابطه‌ی مرکز تقارن با چند ضلعی‌های منتظم

الف) اگر تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم زوج باشد، مرکز تقارن دارد.

ب) اگر تعداد اضلاع چند ضلعی منتظ مفرد باشد، مرکز تقارن ندارد.

۲۶) کدام‌یک از چهار ضلعی‌های‌خانواده‌ی متوازی الاضلاع، منتظم است؟

مربع

۲۷) کدام‌یک از سه ضلعی‌ها منتظم است؟

مثلث متساوی الاضلاع

۲۸) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، خط تقارن و نیم‌ساز نیز می‌باشند؟

مربع و لوزی

۲۹) در کدام یک از چهار ضلعی‌ها قطرها، هم خط تقارن و هم نیم‌ساز نمی‌باشند؟

مستطیل، ذوزنقه و متوازی الاضلاع

۳۰) کدام یک از چهار ضلعی‌ها، خط تقارن ندارند؟

متوازی الاضلاع، ذوزنقه‌ی غیر متساوی الساقین (فقط ذوزنقه‌ی متساوی الساقین خط تقارن دارد. آن‌هم یک خط تقارن)

۳۱) کدام یک از چهار ضلعی‌ها، خط تقارن بیش‌تری دارد؟

الف) مربع (۴ خط تقارن دارد.)

ب) مستطیل و لوزی (هر کدام ۲ خط تقارن دارند.)

ج) ذوزنقه‌ی متساوی الساقین (۱ خط تقارن دارد.)

د) متوازی الاضلاع و ذوزنقه‌ی غیر متساوی الساقین (خط تقارن ندارند.)

۳۲) کدام یک از اشکال هندسی، مرکز تقارن دارند؟

مربع، لوزی، مستطیل و دایره

۳۳) کدام یک از اشکال هندسی ، مرکز تقارن ندارند؟

ذوزنقه، مثلث، نیم دایره و قسمتی از کمان دایره

۳۴) کدام یک از چند ضلعی‌ها، خط تقارن داشته ولی مرکز تقارن ندارد؟

مثلث، نیم‌دایره، قسمتی از کمان دایره، ذوزنقه‌ی متساوی الساقین

۳۵) کدام یک از چند ضلعی‌ها، خط تقارن نداشته ولی مرکز تقارن ندارد؟

متوازی الاضلاع

۳۶) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، یکدیگر را نصف می‌کنند؟

مربع، مستطیل، لوزی، متوازی الاضلاع و دایره

۳۷) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، یکدیگر را نصف نمی‌کنند؟

ذوزنقه

۳۸) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مستطیل به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

لوزی

۳۹) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مربع به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

مربع

۴۰) از به هم متصل کردن وسط اضلاع لوزی به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

مستطیل

۴۱) از به هم متصل کردن وسط اضلاع متوازی الاضلاع به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

متوازی الاضلاع

۴۲) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مثلث به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

مثلث اصلی به چهار مثلث کوچک‌تر تقسیم می‌شود که مساحت‌های این چهار مثلث با هم مساوی است و مساحت هر کدام ربع مساحت مثلث اصلی می‌باشد.

همچنین محیط هر مثلث با هم برابر بوده و محیط هر کدام نصف محیط مثلث اصلی می‌باشد.

۴۳) اگر از رأس‌های یک ذوزنقه به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

متوازی الاضلاع

۴۴) اگر از رأس‌های یک متوازی الاضلاع به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

متوازی الاضلاع

۴۵) اگر از رأس‌های یک مستطیل به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

لوزی

۴۶) اگر از رأس‌های یک مربع به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

مربع

۴۷) اگر از رأس‌های یک لوزی به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟

مستطیل

۴۸) رابطه‌ی محیط با مساحت در چند ضلعی‌ها

الف) هرگاه محیط چند شکل با هم برابر باشد، مساحت شکلی بیش‌تر است که تعداد خط‌های تقارن در آن از بقیه بیش‌ترباشد.

ب) هرگاه مساحت چند شکل با هم برابر باشد، محیط شکلی بیش‌تر است که تعداد خط‌های تقارن در آن از بقیه کم‌تر باشد.

ج) در بین چهار ضلعی‌ها با مساحت برابر، کم‌ترین محیط را مربع دارد.

۴۹) اگر مساحت مربّعی با مساحت مستطیلی برابر باشد ، محیط آن ها نسبت به هم چگونه خواهد بود ؟

در این صورت محیط مستطیل از محیط مربّع بیش‌تر خواهد بود .

۵۰) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۴ ضلعی (مربّع ،مستطیل ، متوازی الاضلاع ، لوزی ، ذوزنقه)در آوریم ، مساحت کدام یک بیش‌تر خواهد بود ؟

در بین ۴ ضلعی ها با محیط مساوی ، مربّع دارای بیش‌ترین مساحت می‌باشد .

به طور کلّی با محیط مساوی شکلی که تعداد خط تقارن بیش‌تری داشته باشد، مساحت بیش‌تری خواهد داشت.

۵۱) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۴ ضلعی (مربّع ، مستطیل ، متوازی الاضلاع ، لوزی ، ذوزنقه) و دایره در آوریم ، مساحت کدام یک بیش‌تر خواهد بود ؟

در بین اشکال مسطّح بالا با محیط ثابت ، دایره دارای بیش‌ترین مساحت می‌باشد. چون تعداد خط تقارن دایره از بقیه بیش‌تر است.

۵۲) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۳ ضلعی ، مثلث (متساوی ا لاضلاع ، متساوی الساقین ، قائم الزاویه) درآوریم ، مساحت کدام یک بیش‌تر خواهد بود ؟

در بین ۳ ضلعی ها با محیط ثابت ، مثلث متساوی الاضلاع دارای بیش‌ترین مساحت خواهد بود .

۵۳) محیط مثلث متساوی الاضلاعی ۳۰۰ سانتی متر است ، مساحت آن را بدست آورید ؟

برای بدست آوردن مساحت مثلث ، نیاز به اندازه ی ارتفاع آن داریم .

اندازه ی ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع از رابطه ی مقابل بدست می آید :

اندازه ی ارتفاع = ۰/۸۵ × اندازه ی یک ضلع مثلث

۵۴) هر گاه ضلع مربعی عدد صحیح باشد، رقم یکان مساحت مربع چه ارقامی می‌تواند باشد؟

رقم‌های ۰ ، ۱ ، ۴ ، ۵ ، ۶ و ۹ می‌تواند باشد.

۵۵) هر گاه ضلع مربعی عدد صحیح باشد، رقم یکان مساحت مربع چه ارقامی می‌تواند باشد؟

رقم‌های ۲ ، ۳ ، ۷ و ۸ نمی‌تواند باشد.

۵۶) اگر دو خط موازی، دو خط موازی دیگر را قطع کنند، چه شکلی پدید می‌آید؟

لوزی، مربع، مستطیل و متوازی الاضلاع (که البته همه‌ی آن‌ها متوازی الاضلاع خواهند بود.)

۵۷) نکاتی در ارتباط با مثلث

الف) به اضلاع و زاویه‌ها در هر مثلث، اجزای اصلی آن مثلث می‌گویند.

ب) به میانه‌ها، ارتفاع‌ها، نیم‌سازها و عمودمنصف‌ها اجزای فرعی (در مجموع ۱۲ تا می‌باشند.) آن مثلث می‌گویند.

ج) میانه، خطی است که از رأس بر وسط ضلع مقابل فرود می‌آید و مثلث را به دو مثلث هم مساحت (معادل) تقسیم می‌کند.

د) در هر مثلث، عمود منصف‌های اضلاع در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند که این نقطه از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

س) در هر مثلث، نیم‌ساز زاویه‌ها در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند که این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

ش) در مثلث اندازه‌ی زاویه‌ی روبه رو به ضلع بزرگ‌تر، بیش‌تر از اندازه‌ی زاویه‌ی روبه رو به ضلع کوچک‌تر است.

ص) اگر قاعده‌ی یک مثلث را به چند قسمت مساوی تقسیم کرده و نقاط تقسیم را به رأس مقابل وصل کنیم، مثلث اصلی به چند مثلث هم مساحت (معادل) تقسیم می‌گردد.

ض) در هر مثلث پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند با ضلع سوم موازی و اندازه‌ی آن مساوی نصف اندازه‌ی ضلع سوم مثلث است.

ع) اگر قاعده‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با نسبت ارتفاع‌های آن‌ها.

غ) اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با نسبت قاعده‌های آن‌ها.

۵۸) نکاتی در رابطه‌ی اضلاع مثلث با هم

الف) مجموع هر دو ضلع مثلث از ضلع سوم آن، بیش‌تر است. ضلع سوم < ضلع دوم + ضلع اول

ب) تفاضل هر دو ضلع مثلث از ضلع سوم آن، کم‌تر است. ضلع سوم > ضلع کوچک‌تر - ضلع بزرگ‌تر

ج) اندازه‌ی هر ضلع مثلث از نصف محیط آن مثلث کوچک‌تر است.

۵۹) نکاتی در رابطه‌ی ارتفاع مثلث

الف) هر مثلث سه ارتفاع دارد.

ب) مثلث‌هایی که هر سه زاویه‌ی آن تند (حادّه) باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را در داخل مثلث قطع خواهند کرد. (متساوی الاضلاع و متساوی الساقین)

ج) مثلثی که یک زاویه باز(منفرجه) داشته باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را درخارج مثلث قطع خواهند کرد.

د) مثلثی که یک زاویه راست (قائمه) داشته باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را در رأس زاویه‌ی راست مثلث قطع خواهند کرد.

س) مثلثی که یک زاویه باز(منفرجه) داشته باشد، یک ارتفاع داخل مثلث و دو ارتفاع دیگر آن خارج از مثلث رسم خواهند شد.

ش) مثلثی که یک زاویه راست (قائمه) داشته باشد، دو ارتفاع آن همان اضلاع زاویه‌ی قائمه ی آن می‌باشند و ارتفاع سوم بر وتر عمود می‌شود.

۶۰) نکاتی در ارتباط با مثلث متساوی الاضلاع

الف) هر سه ضلع آن با هم برابر است.

ب) هر سه زاویه‌ی آن با هم برابرند و اندازه‌ی هر یک ۶۰ درجه است.

ج) سه ارتفاع برابر، سه نیم‌ساز برابر، سه عمودمنصف برابر، سه خط تقارن برابر و سه میانه‌ی برابر دارد.

د) در این نوع مثلث خط تقارن می‌تواند میانه، ارتفاع و نیم‌ساز هم باشد.

س) در این نوع مثلث نیم‌ساز هر زاویه بر ضلع مقابل آن عمود است و آن را نصف می‌کند.

ش) مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع با ارتفاع مثلث مساوی است.

ص) هر مثلث متساوی الاضلاع حتماً متساوی الساقین هم می‌باشد.

۶۱) نکاتی در ارتباط با مثلث قائم الزاویه

الف) در مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر برابر با نصف اندازه‌ی وتر است.

ب) اندازه‌ی وتر * اندازه‌ی وتر = (خودش * اندازه‌ی یک ضلع زاویه‌ی راست دیگر آن) + (خودش * اندازه‌ی یک ضلع زاویه‌ی راست آن)

ج) برای به دست آوردن ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

وتر ÷ (حاصل ضرب دو ضلع زاویه‌ی راست مثلث)

د) ضلع روبه رو به زاویه‌ی ۳۰ درجه‌ی مثلث قائم الزاویه برابر با نصف وتر است.

ذ) در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است.

س) دو ارتفاع این مثلث روی دو ضلع زاویه‌ی راست آن قرار می‌گیرند.

ش) نقطه‌ی برخورد عمودمنصف‌ها در مثلث قائم الزاویه، وسط وتر آن می‌باشد.

ص) در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی وتر از اضلاع دیگر بزرگ‌تر است.

ض) در هر مثلث قائم الزاویه، حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع زاویه‌ی راست برابر است با حاصل ضرب وتر در ارتفاع نظیر وتر

ع) اگر اندازه‌ی یکی از زاویه‌های مثلث قائم الزاویه، ۱۵ درجه یا ۷۵ درجه باشد، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وترآن برابر با ربع اندازه‌ی وتر است.

غ) در هر مثلث قائم الزاویه، به مرکز وسط وتر و به شعاع نصف وتر می‌توان دایره‌ای رسم کرد که از سه رأس مثلث بگذرد.

ف) ۴ ÷ (وتر × وتر) = مساحت مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

۶۲) شرایط تساوی دو مثلث باهم

برای تساوی دو مثلث یک از حالت‌های زیر لازم است:

الف) سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر با هم برابر باشند.

ب) دو ضلع و زاویه‌ی بین دوضلع از یک مثلث با دوضلع و زاویه‌ی بین دوضلع از مثلث دیگر دو به دو مساوی باشند.

ج) دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه از مثلث دیگر دو به دو مساوی باشند.

۶۳) شرایط رسم مثلث‌های یکسان

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مثلث رسم کرد:

الف) اندازه‌ی سه ضلع

ب) اندازه‌ی دوضلع و زاویه‌ی بین این دو ضلع

ج) اندازه‌ی دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه

۶۴) حد اقل شرط رسم مربع

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مربع را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی یک ضلع

ب) اندازه‌ی وتر

ج) اندازه‌ی محیط

د) اندازه‌ی مساحت

س) اندازه‌ی یک قطر

۶۵) حد اقل شرط رسم لوزی

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان لوزی را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی محیط

ب) اندازه‌ی یک ضلع

۶۶) شرط رسم لوزی

الف) اندازه‌ی محیط

ب) اندازه‌ی یک ضلع

ج) اندازه‌ی یک ضلع و یک زاویه

د) اندازه‌ی دو قطر

۶۷) حد اقل شرط رسم مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی وتر

ب) اندازه‌ی یکی از ساق‌ها

۶۸) نکاتی در ارتباط با عمود منصف یک پاره خط

الف) عمود منصف یک پاره خط، خطی است که از وسط پاره خط بگذرد و بر آن عمود شود.

ب) هر نقطه‌ی واقع بر عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

۶۹) نکاتی در ارتباط با نیم‌ساز زاویه

هر نقطه که روی نیم‌ساز زاویه‌ای قرار بگیرد از دوضلع آن زاویه به یک اندازه است.

۷۰) مثلث

اگر سه نقطه غیر واقع بر یک خطّ راست را دو به دو به هم وصل کنیم ، شکلی به دست می آید که آن را مثلث می گویند .

مجموع زاویه های داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰ درجه می باشد .

مجموع زاویه های خارجی هر مثلث ۳۶۰ درجه می باشد .

پاره خطّی که وسط های دو ضلع یک مثلث را به هم وصل می کند با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است

اگر از وسط یک ضلع مثلثی به موازات ضلع دیگر رسم کنیم از وسط ضلع سوم می گذرد .

میانه ی هر مثلث آن را به دو مثلث معادل (هم مساحت) تقسیم می کند .

اگر یک ضلع از مثلثی با یک ضلع از مثلث دیگر مساوی باشند ، نسبت مساحت های آن دو مثلث با نسبت ارتفاع های وارد بر آن اضلاع مساوی است.

خطّی که وسط های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند به اندازه ی نصف ضلع سوم مثلث می باشد.

در هر مثلث نقطه‌ی برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله می‌باشند.

در هر مثلث نقطه‌ی برخورد عمود منصف های سه ضلع از سه رأس مثلث به یک فاصله می‌باشند.

۷۱) اجزای فرعی مثلث :

ارتفاع : پاره خطّی که از رأس مثلث به ضلع مقابل آن عمود شود ، ارتفاع نامیده می شود .

نیم ساز : پاره خطّی که زاویه ی مثلث را نصف کند و به ضلع مقابل آن محدود باشد نیم ساز نامیده می شود .

میانه : پاره خطّی که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل آن وصل کند ، میانه نامیده می شود .

عمود منصّف : عمود منصّف هر ضلع مثلث ، خطّی است که از وسط آن بگذرد و بر آن عمود باشد .

انواع مثلث

۷۲) مثلث متساوی الساقین :

مثلثی که دو ضلع آن مساوی باشند ، متساوی الساقین نامیده می شود . این دوضلع مساوی را ساق و محلّ برخورد دوساق را رأس مثلث متساوی الساقین می نامند . ضلع سوم مثلث قاعده نام دارد .

درمثلث متساوی الساقین ، زاویه های روبروی دو ساق با هم مساویند .

در مثلث متساوی الساقین نیم ساز زاویه ی رأس ،ارتفاع ، میانه و عمود منصّف نظیر قاعده نیز می باشد

در مثلث متساوی الساقین ،ارتفاع های نظیر دوساق برابرند .

در مثلث متساوی الساقین ، وسط قاعده ی آن از دو ساق به یک اندازه است .

در مثلث متساوی الساقین ، هر نقطه واقع بر ارتفاع نظیر قاعده از دو ساق به یک فاصله است .

در مثلث متساوی الساقین ، ارتفاع نظیر قاعده ، نیم ساز نیز هست .

مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دوساق با ارتفاع نظیر ساق برابر است .

دارای یک محور تقارن می باشد .

۷۳) مثلث متساوی الاضلاع :

مثلثی که سه ضلع آن مساوی باشند ، مثلث متساوی الاضلاع نامیده می شوند .
در مثلث متساوی الاضلاع سه زاویه با هم مساویند .
در مثلث متساوی الاضلاع ، میانه های هر سه ضلع آن با هم مساویند .
در مثلث متساوی الاضلاع میانه ، ارتفاع ، نیم ساز و خط تقارن آن بر هم منطبق می باشند .
نیم ساز هر زاویه بر ضلع مقابل آن عمود بوده و آن را نصف می کند .
محل تلاقی عمود منصف ها داخل مثبث می باشد.
محل تلاقی عمود منصف اضلاع هز سه رأس مثلث به یک فاصله است .
دارای سه محور تقارن است .

۷۴) مثلث قائم الزاویه :

مثلثی که یک زاویه ی آن قائمه « راست » باشد ، مثلث قائم الزاویه نامیده می شود .
ضلع مقابل به زاویه ی قائمه را وتر مثلث می نامند .
محل تلاقی عمودمنصف ها ، وسط وتر است .
اندازه ی وتر از دو ضلع دیگر آن بزرگتر است .
در مثلث قائم الزاویه مربّع وتر با مجموع مربّع های دو ضلع دیگر آن برابر است .
در مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ، اندازه ی‌ارتفاع وارد بر وتر نصف وتر است .
در مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ، یکی از زاویه ها ۹۰ درجه و دو زاویه ی دیگر آن تند بود وباهم برابر بوده وهر زاویه ۴۵ درجه می باشد .

انواع چهار ضلعی ها

۷۵) متوازی الاضلاع :

متوازی الاضلاع ، چهار ضلعی است که اضلاع آن دو بدو موازی باشند .

۱۰۵) خواصّ متوازی الاضلاع :

۱ – در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکملند .
۲ - در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل مساویند .
۳ – در متوازی الاضلاع ضلع های مقابل با هم برابرند .
۴ – در متوازی الاضلاع قطرها ، منصّف یکدیگرند .

بنابراین :

هر چهار ضلعی که زاویه های مجاور آن مکمل هم باشند ، متوازی الاضلاع است .
هر چهار ضلعی که زاویه های مقابلش مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
هر چهار ضلعی که اضلاع مقابلش مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
هر چهار ضلعی که قطرهای آن منصّف یکدیگر باشند ، متوازی الاضلاع است .
هر چهار ضلعی که دو ضلع مقابل آن موازی و مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
اگر وسط های متوازی الاضلاع را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل نیز متوازی الاضلاع خواهد بود .

قطرهای متوازی الاضلاع آن را به چها ناحیه‌ی هم مساحت تقسیم می‌کند.

اگر نیم سازهای همه ی زاویه های یک متوازی الاضلاع را رسم کنیم از برخورد آن ها یک مستطیل پدید می آید .

در متوازی الاضلاع نیم سازهای دو زاویه ی مجاور به یک ضلع بر هم عمودند .

متوازی الاضلاع محور تقارن ندارد اما نقطه ی بر دو قطر آن مرکز تقارن آن می باشد .

۷۶) مستطیل :

چهار ضلعی که تمام زاویه های آن قائمه باشند ، مستطیل نامیده می شود.

بنابراین ، مستطیل ، نوعی متوازی الاضلاع است .

۷۷) خواصّ مستطیل :

۱ – با توجّه به این که مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است ، پس همه ی خواص متوازی الاضلاع را داراست .

۲ – قطرهای مستطیل با هم برابرند . و یکدیگر را نصف می کنند .

۷۸) نکته :

آیا می توان گفت ، هر چهار ضلعی که قطرهایش مساوی باشند ، مستطیل است ؟

پاسخ منفی است . چون ذوزنقه ی متساوی الساقین دارای دو قطر مساوی است .

۳ – متوازی الاضلاعی که اقطارش مساوی باشند ، مستطیل است .

از برخورد نیم سازهای هر ۴ زاویه ی مستطیل با هم ، یک مربّع پدید می آید .

اگر وسط های اضلاع مستطیل را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل لوزی خواهد بود .

ضلع های مجاور هم ، بر هم عمودند.

۲ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد .

۷۹) لوزی :

چهار ضلعی که چهار ضلع آن مساوی باشند ، لوزی نامیده می شود .

چون هر چهار ضلعی که ضلع های مقابل آن دوبدو مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است ، بنابراین ، لوزی خود ، نوعی متوازی الاضلاع است .

۸۰) خواصّ لوزی :

۱ - با توجّه به این که لوزی نوعی متوازی الاضلاع است ، پس همه ی خواص متوازی الاضلاع را داراست .

۲ – قطر های لوزی عمود منصف همند . .

۳ – هر قطر لوزی نیم ساز دو زاویه ی مقابل لوزی است .

از برخورد نیم سازهای زوایای لوزی با هم ، یک نقطه پدید می آید .

مجموع هر دو زاویه ی مجاور هم ۱۸۰ درجه می باشد .

اگر وسط های اضلاع لوزی را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل مستطیل خواهد بود .

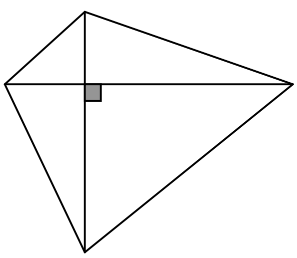
تنها لوزی که مستطیل نیز می باشد ، مربع است .

۲ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد .

۸۱) نکته :

آیا می توان گفت هر چهار ضلعی که قطر هایش بر هم عمود باشند ، لوزی است ؟

پاسخ : خیر در شکل مقابل قطرها بر هم عمودند ولی شکل لوزی نیست .



متوازی الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند ، لوزی است .

متوازی الاضلاعی که هر قطر آن نیم ساز دو زاویه ی مقابل باشند ، لوزی است .

۸۲) مربّع :

مربّع چهار ضلعی است که چهار ضلع آن مساوی و چهار زاویه ی آن قائمه هستند .
بنابراین ، مربّع ، هم نوعی لوزی و هم نوعی مستطیل و در نتیجه نوعی متوازی الاضلاع است .
مربّع تمام خواصّ متوازی الاضلاع و مستطیل و لوزی را دارا است .
از برخورد نیم سازهای زاویه های مربّع با هم ، یک نقطه پدید می آید .
قطرها ، نیم ساز زاویه ها نیز می باشد .
اگر وسط های اضلاع مربع را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل مربع خواهد بود .
تنها مستطیلی که لوزی نیز می باشد ، مربع می باشد .
۴ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد .

۸۳) ذوزنقه :

چهار ضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشند ، ذوزنقه نامیده می شوند که در آن ، دو ضلع موازی را قاعده و دو ضلع غیر موازی را ساق های ذوزنقه می گویند .

۸۴) خاصیّت ذوزنقه :

در ذوزنقه زاویه های مجاور به هر ساق مکمل یکدیگرند .

۸۵) ذوزنقه ی قائم الزاویه :

ذوزنقه ای که یک ساق آن بر دو قاعده عمود شده باشد ، ذوزنقه ی قائم الزاویه نامیده می شود که این ساق را ساق قائم و ساق دیگر را ساق مایل می گویند .

۸۶) ذوزنقه ی متساوی الساقین :

ذوزنقه ای که دو ساق آن با هم برابر باشند ، ذوزنقه ی متساوی الساقین نامیده می شود .

۸۷) خواصّ ذوزنقه ی متساوی الساقین :

در ذوزنقه ی متساوی الساقین زاویه های مجاور به هر قاعده مساویند .
در ذوزنقه ی متساوی الساقین ، قطرها با هم برابرند .
یک محور تقارن داشته و مرکز تقارن ندارد .

۸۸) نکته :

پاره خطّی که وسط های دوساق ذوزنقه را به هم متصّل کند ، با دو قاعده موازی و به اندازه ی نصف مجموع قاعده های آن می باشد .

۸۹) ویژگی‌های کلی متوازی الاضلاع و خانواده‌ی آن

نام شکل	ویژگی اضلاع	ویژگی زاویه‌ها	ویژگی قطرها
متوازی الاضلاع	۱ – اضلاع روبه رو به هم با هم موازی هستند. ۲ - اضلاع روبه رو به هم با هم مساوی هستند.	۱ – زاویه‌های روبه رو به هم با هم مساوی هستند. ۲ – مجموع زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است.	قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند.
مستطیل	۱ – اضلاع روبه رو به هم با هم موازی هستند. ۲ - اضلاع روبه رو به هم با هم مساوی هستند. ۳ – اضلاع، دو به دو بر هم عمودند.	۱ – هر چهار زاویه با هم برابر و برابر ۹۰ درجه هستند. ۲ – مجموع زاویه‌های رو به رو به هم با زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ – قطرها با هم مساوی هستند.
لوزی	۱ – اضلاع روبه رو به هم با هم موازی هستند. ۲ – هر چهار ضلع با هم مساوی هستند.	۱ – زاویه‌های روبه رو به هم با هم مساوی هستند. ۲ – مجموع زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است. ۳ – زاویه‌ها توسط قطرها نصف می‌شوند.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ – قطرها بر هم عمودند. ۳ – قطرها نیمساز زاویه‌ها هستند.
مربع	۱ – اضلاع روبه رو به هم با هم موازی هستند. ۲ – هر چهار ضلع با هم مساوی هستند. ۳ – اضلاع، دو به دو بر هم عمودند.	۱ – هر چهار زاویه با هم برابر و برابر ۹۰ درجه هستند. ۲ – مجموع زاویه‌های رو به رو به هم با زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است. ۳ – زاویه‌ها توسط قطرها نصف می‌شوند.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ – قطرها بر هم عمودند. ۳ – قطرها نیمساز زاویه‌ها هستند. ۴ - قطرها با هم مساوی هستند.

۹۰) با هر ۵ چوب کبریت یک ۵ ضلعی ، با هر ۹ چوب کبریت دو ۵ ضلعی مجاور هم و با هر ۱۳ چوب کبریت سه ۵ ضلعی مجاور هم می توان درست کرد . برای درست کردن هشت ۵ ضلعی مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز می باشد ؟

از رابطه ی مقابل استفاده می کنیم : تعداد چوب های مورد نیاز = ۱ + (۴ × تعداد ۵ ضلعی خواسته شده)

۹۱) با هر ۴ چوب کبریت یک مربّع ، با هر ۷ چوب کبریت دو مربّع مجاور هم و با هر ۱۰ چوب کبریت سه مربّع مجاور هم می توان درست کرد . برای درست کردن شش مربّع مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز می باشد ؟

از رابطه ی مقابل استفاده می کنیم : تعداد چوب های مورد نیاز = ۱ + (۳ × تعداد مربّع های خواسته شده)

۹۲) با هر ۳ چوب کبریت یک مثلث ، با هر ۵ چوب کبریت دو مثلث مجاور هم و با هر ۷ چوب کبریت سه مثلث مجاور هم می توان درست کرد . برای درست کردن پنج مثلث مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز می باشد ؟

از رابطه ی مقابل استفاده می کنیم : تعداد چوب های مورد نیاز = ۱ + (۲× تعداد مثلث های خواسته شده)

۹۳) با رسم قطرهای یک ۷ ضلعی ، چند مثلث ایجاد می شود که رأس های آن ها روی محیط ۷ ضلعی قرار بگیرند . (هر سه نقطه روی یک راستا قرار نگیرند .)

از رابطه ی زیر بدست می آید :

۶ ÷ (۲ ـ تعداد اضلاع) × (۱ ـ تعداد اضلاع) × تعداد اضلاع

۹۴) در یک صفحه ی شطرنجی مربّع شکل ۵ × ۵ چند مربّع تشکیل می شود ؟

از رابطه ی زیر بدست می آید :

۶ ÷ (۱ + دو برابر تعداد مربّع ها) × (۱ + تعداد مربّع ها) × تعداد مربّع ها

۹۵) در یک صفحه ی شطرنجی مربّع شکل ۴× ۴چند مستطیل تشکیل می شود ؟ (با این تذکّر که هر مربّع ، مستطیل هم می باشد .)

از رابطه ی زیر بدست می آید :

{۲ ÷ (۱ + تعداد مربّع ها) × تعداد مربّع ها} × { ۲ ÷ (۱ + تعداد مربّع ها) × تعداد مربّع ها }

۹۶) در یک صفحه ی شطرنجی مربّع شکل ۵× ۴چند مستطیل تشکیل می شود ؟ (با این تذکّر که هر مربّع ، مستطیل هم می باشد .)

اگر m را تعداد مربّع‌های هر ردیف و n را تعداد مربّع‌های هر ستون در نظر بگیریم از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$\left\{ \frac{m\times(m+1)}{2} \right\} \times \left\{ \frac{n\times(n+1)}{2} \right\}$$

۹۷) می خواهیم دور تا دور استخری به ابعاد ۵ متر را رنگ کنیم ، چند متر مربّع را باید رنگ کنیم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت جانبی مکعّب مربّع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

راه اول: مساحت یک وجه × ۴ = مساحت جانبی مکعب مربع

{(یک ضلع) × (یک ضلع) } × ۴

راه دوم: ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی مکعب مربع

۹۸) می خواهیم دور تا دور استخری به ابعاد ۵ ،۶ ، ۴ متر را رنگ کنیم ، چند متر مربّع را باید رنگ کنیم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت جانبی مکعّب مستطیل داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

راه اول: ارتفاع × {(عرض + طول) × ۲ } = مساحت جانبی مکعب مستطیل

راه دوم: ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی مکعب مستطیل

۹۹) می خواهیم با مقوا مکعّب مربّعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است را بسازیم . چند سانتی متر مربّع مقوا نیاز دازیم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت کل مکعّب مربّع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

مساحت یک وجه مکعب × ۶ = مساحت کل مکعب مربع

{(یک ضلع) × (یک ضلع) } × ۶

۱۰۰) می خواهیم با مقوا مکعّب مستطیلی که به ابعاد ۵ و ۴ و ۳ سانتی متر است را بسازیم . چند سانتی متر مربّع مقوا نیاز داریم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت کل مکعّب مستطیل داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

{ (ارتفاع × عرض) + (ارتفاع × طول) + (عرض × طول) } × ۲ = مساحت کل مکعّب مستطیل

۱۰۱) ضلع مکعّب مربّعی را ۵ برابر می کنیم ، حجم آن چند برابر می شود ؟

افزایش برابر شده ی حجم = (عدد برابر شده × عدد برابر شده × عدد برابر شده)

۱۰۲) محیط مکعّب مربّعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است ، چند سانتی متر خواهد بود ؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل مکعّب مربّع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

اندازه‌ی یک یال × تعداد یال‌ها

اندازه ی یک ضلع × ۱۲

۱۰۳) محیط مکعّب مستطیلی که ابعاد آن ۵ و ۴ و ۳ سانتی متر است ، چند سانتی متر خواهد بود ؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل مکعّب مستطیل داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

(ارتفاع + عرض + طول) × ۴

۱۰۴) محیط گسترده ی مکعّب مربّعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است ، چند سانتی متر خواهد بود ؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل گسترده ی مکعّب مربّع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

اندازه ی یک ضلع × ۱۴

۱۰۵) حجم جسمی درون ظرف آب

برای به دست آوردن حجم جسم درون آب از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

حجم جسم = ارتفاع آبی که بالا آمده × مساحت قاعده‌ی ظرف

۱۰۶) جسمی با حجم معین درون آب چه مقدار آب را بالا می‌آورد؟

برای به دست آوردن ارتفاع آب از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

ارتفاع آب بالا آمده = مساحت قاعده‌ی ظرف ÷ حجم جسم درون آب

۱۰۷) نکته‌هایی در باره‌ی مکعب:

الف) حجم مکعبی به ضلع یک سانتی‌متر برابر یک سانتی‌متر مکعب است.

ب) حجم مکعبی به ضلع یک متر برابر یک متر مکعب است.

ج) هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.

د) هر لیتر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.

ذ) هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است.

ر) اگر ضلع مکعبی را در یک عدد ضرب کنیم، حجم مکعب سه بار در همان عدد ضرب می‌شود.

ز) اگر همه‌ی ابعاد یک مکعب مستطیل را در یک عدد ضرب کنیم حجم مکعب مستطیل سه بار درهمان عدد ضرب می‌شود.

س) اگر همه‌ی ابعاد یک مکعب مستطیل را در یک عدد ضرب کنیم مساحت جانبی و مساحت کل مکعب مستطیل دو بار درهمان عدد ضرب می‌شود.

۱۰۸) تعریف چند وجهی:

چند وجهی ، بخشی از فضاست که از هر طرف به یک چند ضلعی مسطح محدود است.

چند وجهی، جسمی است که از هر طرف به یک چند ضلعی مسطح محدود باشد، به طوری که هر دو چند ضلعی مجاور، دارای یک ضلع مشترک باشند، و هر ضلع فقط مابین دو چند ضلعی مشترک باشد، نه بیش‌تر.

هر چند وجهی حداقل دارای چهار وجه (رویه) است، زیرا سه صفحه فقط می‌توانند یک‌کنج (زاویه) سه وجهی تشکیل دهند.

۱۰۹) چند وجهی‌های منتظم:

اگر تمام وجه‌های چند وجهی، چند ضلعی‌های منتظم متساوی باشند و همه‌ی کنج‌هایی (زاویه‌هایی) که در رأس‌های جسم تشکیل می‌شوند برابر باشند، چند وجهی را منتظم گویند.

۱۱۰) ویژگی‌های چند وجهی‌های منتظم:

الف) منتظم بودن وجه‌ها (رویه‌ها)

ب) مساوی بودن وجه‌ها

ج) مساوی بودن کنج‌ها (زاویه‌ها)

۱۱۱) انواع چند وجهی‌های منتظم:

الف) چهار وجهی منتظم

ب) هشت وجهی منتظم

ج) دوازده وجهی منتظم

د) بیست وجهی منتظم

ر) شش وجهی منتظم

الف) چهار وجهی منتظم:

چهار وجهی منتظم، چند وجهیی است که از چهار مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه تشکیل می‌شود.

چهار وجهی منتظم چهار رأس، چهار وجه و شش یال(پاره خط‌هایی که از برخورد دو وجه ایجاد می‌شود.) دارد.

ب) هشت وجهی منتظم:

هشت وجهی منتظم از هشت مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه تشکیل می‌شود.

هشت وجهی منتظم ۶ رأس، ۱۲ یال و ۸ وجه دارد.

ج) دوازده وجهی منتظم:

دوازده ضلعی منتظم از دوازده پنج ضلعی منتظم مساوی به وجود می‌آید.

دوازده ضلعی منتظم دارای ۲۰ رأس، ۳۰ یال و ۱۲ وجه است.

د) بیست وجهی منتظم:

بیست وجهی منتظم از بیست مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه به وجود می‌آید.

بیست وجهی منتظم دارای ۳۰ یال، ۱۲ رأس و ۲۰ وجه است.

ر) شش وجهی منتظم: (مکعب مربع)

شش وجهی منتظم، شکلی است فضایی که از شش وجه مربع شکل مساوی تشکیل شده است.

مکعب منشوری است که قاعده‌ها و وجه‌های جانبی آن مربع باشند.

مکعب دارای ۶ وجه مربع شکل هم اندازه، ۱۲ یال هم اندازه و ۸ رأس است. هر رأس سه زاویه‌ی راست می‌سازد و در مجموع دارای ۲۴ زاویه‌ی راست است.

گسترده‌ی مکعب مربع دارای ۱۴ یال هم اندازه است

۱۱۲) حجم مکعب مربع:

حجم مکعب مربع، عبارت است از :

الف) اندازه‌ی یک بعد (یال) × اندازه‌ی یک بعد (یال) × اندازه‌ی یک بعد (یال)

یا

ب) مساحت قاعده × ارتفاع نظیر آن قاعده

۱۱۳) مساحت جانبی مکعب مربع:

مساحت جانبی مکعب مربع عبارت است از:

مجموع مساحت‌های وجه‌های جانبی مکعب (وجه‌های اطراف مکعب) و چون در مکعب هر یک از وجه‌های جانبی آن مربع مساوی می‌باشند، بنابراین:

از رابطه‌ی زیر می‌توان مساحت جانبی مکعب را محاسبه نمود.

۴ × مساحت یک وجه مکعب (وجه مربع شکل)

یا

ارتفاع × محیط قاعده

۱۱۴) محیط مکعب مربع:

چون مکعب مربع دارای ۱۲ یال هم اندازه است، بنابراین محیط آن عبارت است از :

۱۲ × اندازه‌ی یک یال مکعب

۹۴) مکعب مستطیل:

مکعب مستطیل، منشور قائمی است که قاعده‌های آن مربع یا مستطیل باشند.

وجه‌های جانبی مکعب مستطیل، مربع یا مستطیل‌اند.

وجه‌های مقابل هم متوازی و متساوی هستند.

سه یال همرس مکعب مستطیل عبارتند از: طول، عرض و ارتفاع

بنابراین حجم مکعب مستطیل از رابطه‌های زیر قابل محاسبه هستند

الف) ارتفاع × عرض × طول

یا

ب) مساحت قاعده × ارتفاع نظیر آن قاعده

۱۱۵) مساحت جانبی مکعب مستطیل:

مساحت جانبی مکعب مستطیل از رابطه‌های زیر قابل محاسبه هستند:

الف) ارتفاع ×{ (عرض + طول) × ۲ }

یا

ب) ارتفاع × محیط قاعده

۱۱۶) مساحت کل مکعب مستطیل:

مساحت کل مکعب مستطیل عبارت است از:

{ (ارتفاع × عرض) + (ارتفاع × طول) + (عرض × طول) } × ۲

۱۱۷) محیط مکعب مستطیل:

محیط مکعب مستطیل از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

۴ × (ارتفاع + عرض + طول)

۱۱۸) عناصر مختلف انواع چند وجهی‌های منتظم در یک نگاه

عناصر / جسم	یال	رأس	وجه	زاویه‌های هر رأس	وجوه محصور کننده
چهار وجهی	۶	۴	۴	۳	مثلث متساوی الاضلاع
هشت وجهی	۱۲	۶	۸	۴	مثلث متساوی الاضلاع
بیست وجهی	۳۰	۱۲	۲۰	۵	مثلث متساوی الاضلاع
شش وجهی	۱۲	۸	۶	۳	مربع
دوازده وجهی	۳۰	۲۰	۱۲	۳	پنج ضلعی منتظم

۱۱۹) نکاتی در باره‌ی دایره:

الف) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره از شعاع دایره کوچک‌تر باشد، نقطه داخل دایره است.

ب) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره با شعاع دایره مساوی باشد، نقطه روی دایره است.

ج) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره از شعاع دایره بزرگ‌تر باشد، نقطه خارج دایره است.

د) مرکز دایره، مرکز تقارن آن نیز می‌باشد.

ذ) اگر محیط دایره را بر شعاع آن تقسیم کنیم حاصل برابر با (۳/۱۴ × ۲) خواهد شد.

ر) اگر شعاع دایره را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد. (اگر شعاع دایره در یک عددی ضرب شود، محیط آن نیز در همان عدد ضرب می‌شود.)

ز) اگر شعاع دایره را A برابر کنیم، مساحت آن (A × A) برابر خواهد شد. (اگر شعاع دایره در یک عددی ضرب شود، مساحت آن دوبار در همان عدد ضرب می‌شود.).

س) نسبت مساحت هر دایره به محیط آن همواره برابر نصف شعاع دایره است.

۱۲۰) نکاتی در ارتباط با دایره و مربع

الف) هرگاه قطر دایره با قطر مربع برابر باشد، مربع داخل دایره قرار می‌گیرد در نتیجه محیط و مساحت دایره از محیط و مساحت مربع بیش‌تر خواهد بود.

ب) هرگاه قطر دایره با ضلع مربع برابر باشد، دایره داخل مربع قرار می‌گیرد در نتیجه محیط و مساحت مربع از محیط و مساحت دایره بیش‌تر خواهد بود.

۱۲۱) نکاتی دیگر در باره‌ی دایره:

دایره	**مجموعه نقاطی از یک صفحه است که فاصله ی آن نقاط از نقطه ای ثابت موسوم به مرکز به یک اندازه ی ثابت باشد .**
شعاع دایره	**به فاصله ی هر نقطه از مرکز دایره ، تا نقطه ای بر روی دایره ، شعاع گویند .**
قطر دایره	**به وتری از دایره گویند که از مرکز دایره عبور کرده و اندازه ی آن دو برابر اندازه ی شعاع دایره می باشد .**
کمان دایره	**به بخشی از دایره که بین دو نقطه ی از روی آن محدود شده باشد ، کمان دایره گویند .**
وتر	**به پاره خطی که دو سر آن ، دو نقطه از روی دایره باشد ، وتر گویند .**
وضعیت یک نقطه و دایره نسبت به هم	**الف) نقطه داخل دایره است که در این صورت فاصله ی نقطه تا مرکز دایره از شعاع کوچکتر است .**
	ب) نقطه روی دایره است که در این صورت فاصله ی نقطه تا مرکز دایره با شعاع برابر است .
	ج) نقطه خارج دایره است که در این صورت فاصله ی نقطه تا مرکز دایره از شعاع بزرگتر است .
اوضاع نسبی خط و دایره	**الف) خط دایره را در دو نقطه قطع می کند که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره از شعاع کوچکتر است .**
	ب) خط بر دایره مماس است که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره با شعاع برابر است .
	ج) خط خارج دایره است که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره از شعاع بزرگتر است .
اوضاع نسبی دو دایره	**الف) دو دایره دو نقطه ی مشترک دارند ، در این صورت طول پاره خطی که دو مرکز را به هم وصل می کند(خط المرکزین) ،از مجموع دو شعاع کوچکتر و از تفاضل دو شعاع بزرگتر است .**

ب) دو دایره فقط یک نقطه ی مشترک دارند، که خود دارای دو حالت است :

۱ – مماس خارجی : که در این صورت طول خط المرکزین با مجموع دو شعاع برابر است .

۲ – مماس داخلی : در این صورت طول خط المرکزین با تفاضل دو شعاع برابر است .

ج) دو دایره هیچ نقطه ی مشترکی ندارند ، که خود دارای دو حالت است :

۱ – متخارج : که در این صورت طول خط المرکزین از مجموع دو شعاع بزرگتر است .

۲ – متداخل : که در این صورت طول خط المرکزین از تفاضل دو شعاع کوچکتر است.

دایره ی محیطی مثلث	**دایره ی محیطی مثلث دایره ای است که از سه رأس مثلث بگذرد . مرکز این دایره محل تلاقی عمودمنصف های اضلاع مثلث می باشد که از سه رأس مثلث به یک فاصله است و شعاع دایره فاصله ی نقطه ی برخورد عمودمنصف ها تا رئوس مثلث می باشد .**
دایره محاطی مثلث	**دایره ی محاطی مثلث دایره ای است که بر سه ضلع مثلث مماس است . مرکز این دایره نقطه ی تلاقی نیمسازهای زوایای مثلث می باشد که طبق خاصیت نیمساز از سه ضلع مثلث به یک فاصله است . شعاع این دایره به اندازه ی فاصله ی نقطه ی برخورد نیمسازها تا اضلاع مثلث می باشد .**

نکاتی در باره‌ی ساعت :

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۲۲ بار روی هم منطبق می‌شوند.

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۲۲ بار زاویه‌ی نیم صفحه می‌سازند..

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۴۴ بار زاویه‌ی راست (قائمه) می‌سازند..

عقربه‌ی ساعت شمار در هر ساعت یک زاویه‌ی ۳۰ درجه را طی می‌کند.

عقربه‌ی دقیقه شمار در هر دقیقه یک زاویه‌ی ۶ درجه را طی می‌کند.

زاویه‌ی بین دو عقربه‌ی ساعت شمار و دقیقه شمار از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

تفاوت بین (۵/۵ × عدد دقیقه) و (۳۰ × عدد ساعت)

۷۵ = ۹۰ – ۱۶۵   ۹۰ = (۳۰ × ۳)   ۱۶۵ = (۵/۵ × ۳۰)

اگر عدد به دست آمده در مرحله‌ی آخر از ۱۸۰ بیش‌تر باشد، باید آن را از ۳۶۰ کم کنیم.

ساعتی که در هر شبانه روز N دقیقه تند و یا کند کار می‌کند:

الف) پس از چند شبانه روز وقت صحیح را نشان می‌دهد: از فرمول : N ÷ ۷۲۰ استفاده می‌شود.

ب) پس از چند ساعت ، همان ساعت را نشان می‌دهد: از فرمول : ۲ × (N ÷ ۷۲۰) استفاده می‌شود.

ج) دو ساعت با هم یکسان تنظیم شده‌اند. یکی در هر شبانه روز N دقیقه جلو و دیگری M دقیقه عقب می‌ماند.

پس از چند شبانه روز هر دو همان ساعت تنظیم شده را نشان خواهند داد.

(M – N) ÷ ۷۲۰

۱۲۲) مجموعه قضایای کاربردی هندسه

۱) هر پاره خط دقیقاً یک وسط دارد .

۲) اگر دو خط متمایز یکدیگر را قطع کنند ، اشتراکشان دقیقاً شامل یک نقطه است .

۳) به ازای هر دو نقطه دقیقاً یک خط وجود دارد که شامل هر دوی‌آن‌هاست .

۴) اندازه ی هر زاویه‌ی قائمه ۹۰ درجه است و هر زاویه‌ای که اندازه‌اش ۹۰ درجه باشد قائمه است .

۵) اگر دو زاویه متمم باشند ، هر دو زاویه تند خواهند بود .

۶) هر زاویه تنها یک نیم‌ساز دارد .

۷) هر دو زاویه قائمه بر هم منطبق می‌باشند .

۸) اگر دو زاویه مساوی و مکمل هم باشند ، هر کدام زاویه‌ی قائمه خواهند بود .

۹) دو زاویه‌ای که مساوی می‌باشند، مکمل‌های آن‌ها نیز مساوی می‌باشند.

۱۰) دو زاویه‌ای که مساوی می‌باشند ، متمم‌های آن‌ها نیز مساوی می‌باشند.

۱۱) زاویه‌های متقابل به رأس ، با هم مساوی می‌باشند.

۱۲) اگر دو ضلع یک مثلث با هم مساوی باشند ، دو زاویه‌ی روبه رو به این دو ضلع نیز با هم مساوی می‌شوند.

۱۳) اگر دو زاویه‌ی یک مثلث با هم مساوی باشند ، دو ضلع رو به رو به این دو زاویه نیز با هم مساوی می‌شوند.

۱۴) عمود منصف یک پاره خط ، در صفحه ، مجموعه ی تمام نقاطی از آن صفحه است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند .

۱۵) از یک نقطه خارج یک خط ، حداقل یک خط می‌توان بر آن عمود کرد .

۱۶) از یک نقطه خارج یک خط ، حداکثر یک خط می‌توان بر آن عمود کرد .

۱۷) زاویه‌ی بیرونی مثلث از هر زاویه‌ی درونی غیر مجاورش بزرگ‌تر است .

۱۸) اگر دو ضلع مثلثی با هم مساوی نباشند ، دو زاویه‌ی رو به روی آن‌ها نیز با هم مساوی نیستند . زاویه‌ی بزرگ‌تر رو به روی ضلع بزرگ‌تر است .

۱۹) کوتاه‌ترین پاره خطی که یک نقطه را به یک خط می پیوندد پاره خط عمود بر آن خط است.

۲۰) مجموع طول‌های دو ضلع هر مثلث از طول ضلع سوم آن مثلث بزرگ‌تر است .

۲۱) اگر دو ضلع مثلثی با دو ضلع یک مثلث دیگر با هم مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول از ضلع سوم مثلث دوم بزرگ‌تر باشد ، آن‌گاه زاویه‌ی رو به رو به این ضلع از مثلث اول از زاویه‌ی متناظر با آن از مثلث دوم بزرگ‌تر است

۲۲) اگر دو ضلع مثلثی با دو ضلع یک مثلث دیگر با هم مساوی باشند و زاویه ی بین این دو ضلع از مثلث اول از زاویه‌ی بین دو ضلع از مثلث دوم بزرگ‌تر باشد ، آن گاه ضلع سوم مثلث اول از ضلع سوم مثلث دوم بزرگ‌تر است .

۲۳) اگر خطی در نقطه ی برخورد دوخط متقاطع بر آن دو خط عمود باشد ، آن خط بر صفحه‌ی شامل آن دو خط عمود است .

۲۴) صفحه‌ی عمود منصف یک پاره خط ، مجموعه‌ی تمام نقاطی است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند .

۲۵) ازیک نقطه یک و تنها یک خط می‌توان بر یک صفحه عمود کرد .

۲۶) کوتاه ترین پاره خط بین یک نقطه‌ی خارج یک صفحه و آن صفحه ، پاره خط عمود است .

۲۷) در یک صفحه دو خط متوازی‌اند، اگر هر دو بر یک خط عمود باشند .

۲۸) در یک صفحه اگر دو خط با خط سومی موازی باشند ، با یکدیگر نیز موازی‌اند .

۲۹) در یک صفحه ، اگر خطی بر یکی از دو خط متوازی عمود باشد ، بر دیگری نیز عمود است .
۳۰) در هر مثلث مجموع اندازه‌های زاویه ها برابر ۱۸۰ درجه است .
۳۱) هر قطر ، متوازی الاضلاع را به دو مثلث معادل و مساوی تقسیم می‌کند .
۳۲) در هر متوازی الاضلاع ، اضلاع مقابل با هم مساویند.
۳۳) در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مقابل با هم مساویند .
۳۴) در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکملند .
۳۵) قطرهای متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند .
۳۶) اگر در یک چهار ضلعی هر دو ضلع مقابل با هم مساوی باشند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
۳۷) اگر دو ضلع یک چهار ضلعی متوازی و مساوی باشند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
۳۸) اگر دو قطر یک چهار ضلعی یکدیگر را نصف کنند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
۳۹) پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلثی را به هم وصل می‌کند موازی با ضلع سوم مثلث و مساوی با نصف آن است .
۴۰) اگر متوازی الاضلاعی یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد ، آن گاه چهار زاویه‌ی قائمه دارد . آن متوازی الاضلاع مستطیل است .
۴۱) قطرهای لوزی بر هم عمودند .
۴۲) اگر قطرهای یک چهارضلعی یکدیگر را نصف کنند و بر هم عمود باشند ، آن چهار ضلعی لوزی است .
۴۳) در مثلث قائم الزاویه ، طول میانه‌ی وارد بر وتر نصف طول وتر است .
۴۴) اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی تند مثلث قائم الزاویه‌ای ۳۰ درجه باشد ، طول ضلع مقابل به این زاویه نصف طول وتر است .
۴۵) اگر طول یک ضلع مثلث قائم الزاویه‌ای نصف طول وتر باشد ، اندازه‌ی زاویه‌ی رو به رو به آن ۳۰ درجه خواهد بود .
۴۶) اگر یک صفحه دو صفحه‌ی متوازی را قطع کند ، دو خط حاصل متوازی‌اند .
۴۷) مساحت مستطیل برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع (طول × عرض)
۴۸) مساحت مثلث قائم الزاویه برابر با نصف حاصل ضرب دوساق آن است .
۴۹) مساحت مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب هر قاعده در ارتفاع وارد بر آن قاعده .
۵۰) مساحت ذوزنقه برابر است با نصف حاصل ضرب ارتفاع آن در مجموع دو قاعده اش .
۵۱) مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب یکی از قاعده ها در ارتفاع واردبر آن قاعده
۵۲) اگر ارتفاع دو مثلث برابر باشند ، نسبت مساحت هایشان با نسبت قاعده‌هایشان برابر است
۵۳) در مثلث قائم الزاویه مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ساق
۵۴) اگر مجذور یک ضلع مثلثی با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن مثلث برابر باشد ، آن مثلث قائم الزاویه و زاویه‌ی قائمه‌اش روبه رو به ضلع بزرگ‌تر آن است .
۵۵) اگر یک خط دو ضلع مثلثی را قطع کند ، و روی دو ضلع پاره خطهایی متناسب با این دو ضلع جداکند ، آن خط با ضلع سوم مثلث موازی اشت .
۵۶) در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر مثلث را به دو مثلث تقسیم می کند، که با هم و با مثلث اصلی متشابهند .
۵۷) خطی که در انتهای یک شعاع بر آن عمود باشد ، بر دایره مماس است .
۵۸) هر مماس بر دایره بر شعاعی که نقطه‌ی تماس را شامل می شود عمود است .
۵۹) خطی که از مرکز دایره بر یک وتر عمود می شود ، آن وتر را نصف می‌کند .
۶۰) پاره خطی که از مرکز دایره و وسط وتری غیر از قطر می‌گذرد ، بر آن وتر عمود است .

۶۱) در صفحه‌ی هر دایره ، عمود منصف هر وتر از مرکز آن دایره می گذرد .

۶۲) زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره باشد زاویه‌ی محاطی نامند .اندازه ی زاویـه‌ی محـاطی نـصف انـدازه ی کمـانی است که رو به رو به آن است .

۶۳) زاویه‌ی مرکزی دایره ، زاویه‌ای است که رأس آن مرکز دایره باشد .

۶۴) اندازه‌ی زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و اضلاع آن نیم خط های مماس و قاطع هستند ، نصف اندازه‌ی کمان روبـه رو به آن است .

۶۵) عمود منصف‌های سه ضلع هر مثلث همرسند . نقطه ی همرسی از سه رأس مثلث به یک فاصله است .

۶۶) سه نیم‌ساز هر مثلث همرسند . نقطه‌ی همرسی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است .

۶۷) میانه‌های هر مثلث همرسند . فاصله‌ی نقطه‌ی همرسی تا هر رأس دو سوم طول میانه‌ی آن رأس است.

۶۸) نسبت محیط به قطر در تمام دایره‌ها یکسان است .

۶۹) در تقارن نسبت به خط ، فاصله حفظ می‌شود .

۷۰) هیچ یک از نیم‌سازهای زوایای مثلث مختلف الاضلاع نمی‌تواند بر ضلع مقابلش عمود باشد.

۷۱) اگر هر نیم‌ساز زاویه‌ی مثلثی بر ضلع مقابلش عمود باشد ، آن مثلث متساوی الاضلاع است .

۷۲) هیچ مثلثی دو زاویه‌ی قائمه ندارد .

۷۳) ارتفاع‌های وارد بر دو ساق مساوی با هم مثلث متساوی الساقین ، با هم مساویند .

۷۴) محیط هر مثلث از مجموع سه ارتفاع آن مثلث بزرگ‌تر است .

۷۵) محیط هر چهار ضلعی از مجموع طول های دو قطر آن بزرگ‌تر است .

۷۶) ارتفاع وارد بر قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین ، میانه‌ی وارد بر قاعده هم هست .

۷۷) هر نقطه‌ی واقع بر نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است .