

نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		نام دبیر:	
تاریخ و امضا:		تاریخ و امضا:	
نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		نام دبیر:	
تاریخ و امضا:		تاریخ و امضا:	
ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	می دانیم که $\sqrt{5}$ گنگ است. ثابت کنید که $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ نیز گنگ است؟	۱	می دانیم که $\sqrt{5}$ گنگ است. ثابت کنید که $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ نیز گنگ است؟
۱	به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید؟ $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \quad \forall x \in \mathbb{Q}$	۲	به کمک اثبات بازگشتی ثابت کنید؟ $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \quad \forall x \in \mathbb{Q}$
۱	به ازاء چند عدد طبیعی n رابطه $4n^2 + 5n + 4 \mid 2n + 1$ برقرار است؟	۳	به ازاء چند عدد طبیعی n رابطه $4n^2 + 5n + 4 \mid 2n + 1$ برقرار است؟
۲	روابط زیر را ثابت کنید؟ الف) $a \mid b \Rightarrow a \mid mb \quad m \in \mathbb{Z}$ ب) $a \mid b \Rightarrow a \mid b^n \quad n \in \mathbb{N}$	۴	روابط زیر را ثابت کنید؟ الف) $a \mid b \Rightarrow a \mid mb \quad m \in \mathbb{Z}$ ب) $a \mid b \Rightarrow a \mid b^n \quad n \in \mathbb{N}$
۱/۵	اگر $d = (3n - 1, 4n + 2)$ باشد، در این صورت d چند است؟	۵	اگر $d = (3n - 1, 4n + 2)$ باشد، در این صورت d چند است؟
۱/۵	بزرگترین عددی که باقی مانده تقسیم آن بر $4, 7, 3$ برابر مربع خارج قسمت آن است چند است؟	۶	بزرگترین عددی که باقی مانده تقسیم آن بر $4, 7, 3$ برابر مربع خارج قسمت آن است چند است؟
۱/۵	باقی مانده تقسیم عدد 2^{21} بر عدد 17 چند است؟	۷	باقی مانده تقسیم عدد 2^{21} بر عدد 17 چند است؟
۱/۵	رقم یکان عدد 7^{224} را بدست آورید؟	۸	رقم یکان عدد 7^{224} را بدست آورید؟
۲	معادلات هم نهشتی زیر را حل کنید؟ الف) $3x \equiv 7 \pmod{5}$ ب) $7x \equiv 24 \pmod{9}$	۹	معادلات هم نهشتی زیر را حل کنید؟ الف) $3x \equiv 7 \pmod{5}$ ب) $7x \equiv 24 \pmod{9}$
۱/۵	شخصی می خواهد با بن های 500 تومانی و 200 تومانی 5100 تومان کتاب بخرد. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟	۱۰	شخصی می خواهد با بن های 500 تومانی و 200 تومانی 5100 تومان کتاب بخرد. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟
۱/۵	عدد شش رقمی $a63b29$ بر 99 بخش پذیر است. باقی مانده این عدد بر 8 چقدر است؟	۱۱	عدد شش رقمی $a63b29$ بر 99 بخش پذیر است. باقی مانده این عدد بر 8 چقدر است؟
۱/۵	اگر 12 فروردین سالی پنجشنبه باشد، 25 خرداد ماه همان سال چندشنبه است؟	۱۲	اگر 12 فروردین سالی پنجشنبه باشد، 25 خرداد ماه همان سال چندشنبه است؟
۱	اگر مجموعه های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E = \{ab, ac, bd, be, bf, cd, ef\}$ گراف آن را رسم کنید؟	۱۳	اگر مجموعه های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E = \{ab, ac, bd, be, bf, cd, ef\}$ گراف آن را رسم کنید؟
۱/۵	چند گراف ساده با 7 رأس نامگذاری شده و دارای 10 یال می توان ایجاد کرد؟	۱۴	چند گراف ساده با 7 رأس نامگذاری شده و دارای 10 یال می توان ایجاد کرد؟



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>فرض خلف $\sqrt{2} + \sqrt{5} \notin Q \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{5} \in Q \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{5} = \frac{a}{b} (a, b) = 1, b \neq 0$</p> <p>$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a}{b} - \sqrt{5} \xrightarrow{\text{به توان 2}} 2 = \frac{a^2}{b^2} + 5 - 2\sqrt{5} \times \frac{a}{b} \Rightarrow -3 + \frac{a^2}{b^2} = -2\sqrt{5} \times \frac{a}{b}$</p> <p>$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{-3b^2 + a^2}{-2a} \times \underbrace{\frac{b}{b}}_{\text{گویا}}$</p> <p>این یک تناقض است چرا که یک عدد گویا با عدد گنگ برابر نیست پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.</p>	
۲	<p>$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \Leftrightarrow$</p> <p>$x^2 + x^2 + y^2 + y^2 + 1 + 1 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$</p> <p>همواره برقرار است.</p>	
۳	<p>$\left. \begin{array}{l} 2n+1 \mid 4n^2 + 5n + 4 \\ 2n+1 \mid 2n+1 \xrightarrow{\times 2n} 2n+1 \mid 4n^2 + 2n \end{array} \right\} \xrightarrow{\sim} 2n+1 \mid 2n+4 \xrightarrow{\times 2} 2n+1 \mid 6n+8$</p> <p>$\Rightarrow 2n+1 \mid 5 \rightarrow \begin{cases} 2n+1 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = -1 \end{cases} \\ 2n+1 = \pm 5 \rightarrow \begin{cases} n = -3 \\ n = 2 \end{cases} \end{cases}$</p> <p>فقط یک عدد طبیعی صدق می کند.</p>	
۴	<p>الف) $a \mid b \Rightarrow b = aq \xrightarrow{\times m} mb = a(mq) \Rightarrow mb = aq' \Rightarrow a \mid mb$</p> <p>ب) $a \mid b \Rightarrow b = aq \xrightarrow{\text{به توان } n} b^n = a^n q^n \Rightarrow b^n = a(a^{n-1} q^n) \Rightarrow b^n = aq' \Rightarrow a \mid b^n$</p>	
۵	<p>$\left. \begin{array}{l} d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n-4 \\ d \mid 4n+2 \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n+6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\sim} d \mid 10 \rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ \text{یا} \\ d = 2 \\ \text{یا} \\ d = 5 \\ \text{یا} \\ d = 10 \end{cases}$</p>	
۶	<p>$a = 73q + 4q^2 \quad 0 \leq 4q^2 < 73$</p> <p>$4q^2 < 73 \rightarrow q^2 \leq \left\lceil \frac{73}{4} \right\rceil \rightarrow q^2 \leq 18 \rightarrow \text{Max}(q) = 4$</p> <p>$\text{Max}(a) = 73 \times 4 + 4 \times (4)^2 = 356$</p>	

$$2^{121} \equiv ? \quad 2^4 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۳۰}} 2^{120} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2^1} 2^{121} \equiv 2$$

۷

$$\left. \begin{aligned} 7^{224} &\equiv ? \\ 324 \mid 224 &\Rightarrow 7^4 \equiv 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{رقم یکان ۱ است.}$$

۸

الف) $3x \equiv 7 \Rightarrow 3x \equiv 2 \Rightarrow 3x \equiv 2 \times 5 + 2 \Rightarrow 3x \equiv 12$
 $\xrightarrow{\div 3} x \equiv 4 \Rightarrow x = 5k + 4$

ب) $7x \equiv 24 \Rightarrow 7x - 2x \equiv 24 - 3 \Rightarrow 5x \equiv 21 \xrightarrow{\times (-1)} -5x \equiv -21$
 $2x \equiv 3 \Rightarrow 2x \equiv 12 \xrightarrow{\div 2} x \equiv 6 \Rightarrow x = 9k + 6$

۹

$$500x + 200y = 2100 \Rightarrow 5x + 2y = 21 \Rightarrow 2y \equiv 21 \Rightarrow$$

$$2y \equiv 1 \Rightarrow 2y \equiv 6 \xrightarrow{\div 2} y \equiv 3 \Rightarrow y = 5k + 3$$

$$5x + 2(5k + 3) = 21 \Rightarrow 5x + 10k + 6 = 21 \Rightarrow 5x = 15 - 10k \Rightarrow x = 3 - 2k$$

$$x \geq 0 \Rightarrow 3 - 2k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow k = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

۵ جواب دارد.

$$y \geq 0 \Rightarrow 5k + 3 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{3}{5}$$

۱۰

$$a^9 b^3 c^2 \equiv 0 \Rightarrow 9 + 2 + b + 3 + 6 + a \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv -2 \equiv 7 \equiv 16 \Rightarrow a + b = 7 \text{ یا } a + b = 16$$

$$a^11 b^3 c^2 \equiv 0 \Rightarrow 9 - 2 + b - 3 + 6 - a \equiv 0 \Rightarrow b - a \equiv -10 \equiv 1 \Rightarrow b - a = 1$$

$$\begin{cases} a + b = 7 \\ b - a = 1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق} \quad \begin{cases} a + b = 16 \\ b - a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4 \\ a = 3 \end{cases}$$



$$363429 \equiv 5$$

باقی مانده ۵ است.

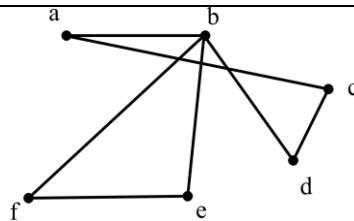
۱۱

پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

سه‌شنبه است. خرداد اردیبهشت فروردین

۱۲

$$19 + 31 + 25 = 75 \equiv 5$$



گراف ساده G

۱۳

$$\binom{p(p-1)}{2} = \binom{7 \times 6}{2} = \binom{21}{10}$$

۱۴

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح :

جمع بارم : ۲۰ نمره

