

726A

کد کنترل

726

A

 <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	<p>«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)</p>										
<p>صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)</p>											
<p>آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸</p>											
<p>رشته مهندسی صنایع - کد (۲۳۵۰)</p>											
<p>مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه</p>	<p>تعداد سؤال: ۴۵</p>										
<p>عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات</p>											
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ردیف</th> <th>مواد امتحانی</th> <th>تعداد سؤال</th> <th>از شماره</th> <th>تا شماره</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">۱</td> <td>مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲و۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم‌های صنعتی</td> <td style="text-align: center;">۴۵</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۴۵</td> </tr> </tbody> </table>	ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲و۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵	
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره							
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲و۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵							
<p>این آزمون نمره منفی دارد.</p>	<p>استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.</p>										
<p>حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی آنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.</p>											
<p>۱۳۹۸</p>											

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min & \frac{c^T x + d}{a^T x + b} \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \\ & x \in \{0, 1\}^n \end{aligned}$$

که در آن به ازای هیچ x موجهی مخرج کسر صفر نخواهد شد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح است.
- (۲) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل لزوماً قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط نیست.
- (۳) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی است.
- (۴) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط است.

۲- در مورد تابع محدب f با دامنه \mathbb{R}^n ، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) f تابعی پیوسته است، لکن می‌تواند مشتق‌پذیر نباشد.
 - (۲) نقطه کمینه‌کننده f ، در رابطه $\nabla f(x) = 0$ صدق می‌کند.
 - (۳) f تنها در یک نقطه کمینه می‌شود، اگر مقدار کمینه آن متناهی باشد.
 - (۴) f می‌تواند در چند نقطه کمینه شود، که مجموعه این نقاط لزوماً محدب نیست.
- ۳- در مدل‌سازی یک مسئله لازم است شرایط زیر در مورد متغیر x رعایت شود:

$$x = a \text{ یا } b \leq x \leq c$$

کدام دسته از محدودیت‌های خطی زیر بیان‌کننده شرایط فوق هستند؟ (M یک عدد به اندازه کافی بزرگ است و

$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \text{ و } y \in \{0, 1\} \text{ متغیر هستند و می‌دانیم } a < b < c$$

$$x \leq a - My$$

$$x \leq a + My$$

$$x \geq a + My$$

$$x \geq a - My$$

$$x \geq b - M(y - 1) \quad (۲)$$

$$x \geq b + M(1 - y) \quad (۱)$$

$$x \leq c + M(y - 1)$$

$$x \leq c - M(1 - y)$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c \quad (۴)$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c \quad (۳)$$

$$y + \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1$$

$$y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

۴- محدوده تغییرات تابع f و g روی مجموعه S به ترتیب بازه‌های $[a, b]$ و $[a', b']$ است ($a' > 0$). در مورد مقدار بهینه مسئله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} & \min \frac{f(x)}{g(x)} \\ & \text{s.t. } x \in S \end{aligned}$$

(۱) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{a}$ باشد.

(۲) مقدار بهینه می‌تواند نامتناهی باشد.

(۳) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{b}{b'}$ باشد.

(۴) مقدار بهینه می‌تواند $\frac{a}{a'}$ باشد.

* در شکل زیر اطلاعات مورد نیاز و جواب بهینه یک مسئله حمل‌ونقل داده شده است. با توجه به این اطلاعات به سوالات ۵ و ۶ پاسخ دهید.

	۸	۶	۱۰	۹	منبع ۱: ۳۵
		۱۰	۲۵		
	۹	۱۲	۱۳	۷	منبع ۲: ۵۰
۴۵			۵		
	۱۴	۹	۱۶	۵	منبع ۳: ۴۰
		۱۰		۳۰	
مقصد ۱	مقصد ۲	مقصد ۳	مقصد ۴		
۴۵	۲۰	۳۰	۳۰		

۵- اگر هزینه ارسال یک واحد کالا از منبع ۱ به مقصد ۱ از ۸ به ۵ واحد کاهش یابد، مقدار بهینه تابع هدف مسئله جدید کدام است؟

(۱) ۹۹۰

(۲) ۹۹۵

(۳) ۱۰۰۵

(۴) ۱۰۲۰

۶- اگر میزان عرضه منبع ۳ و تقاضای مقصد ۱ به‌طور متناسب θ واحد تغییر کند، دامنه تغییرات θ برای اینکه جواب فعلی شدنی باقی بماند، کدام است؟

(۱) $\theta \leq 10$

(۲) $\theta \geq -25$

(۳) $-10 \leq \theta \leq 5$

(۴) $-45 \leq \theta \leq 10$

۷- ماتریس‌های A و $B = C^T A C$ مربعی $n \times n$ هستند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) اگر A نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه B نیز نیمه‌معین مثبت است.
 - (۲) اگر B نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه A نیز نیمه‌معین مثبت است.
 - (۳) با فرض آنکه C متقارن است، A نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر B نیمه‌معین مثبت باشد.
 - (۴) با فرض آنکه C نیمه‌معین مثبت است، A نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر B نیمه‌معین مثبت باشد.
- ۸- دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$x + y - z = 2$$

$$x - 2y + z = 3$$

$$x + y + (a^2 - 5)z = a + 4$$

کدام مورد صحیح است؟

- (۱) به ازای تمام مقادیر a ، دستگاه یا جواب ندارد یا تنها یک جواب دارد.
- (۲) به ازای تمام مقادیر a ، دستگاه حداقل یک جواب دارد.
- (۳) اگر $a = -2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.
- (۴) اگر $a = 2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.

۹- کدام مجموعه محدب نیست؟

$$(۱) S = \{x, y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 5x\}$$

$$(۲) S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x^2 + y^2 \leq z^2\}$$

$$(۳) S = \{x, y \in \mathbb{R}, z > 0 : x^2 \leq yz\}$$

$$(۴) S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x + y^2 \leq z^2\}$$

۱۰- برای اتصال n شهر تصمیم گرفته شده است که یک شبکه ریلی فراگیر با کمترین هزینه احداث شود. c_{ij} هزینه ساخت راه‌آهن بین شهرهای i و j و x_{ij} متغیر تصمیمی است که مقدار 1 می‌گیرد. اگر شهرهای i و j به وسیله راه‌آهن متصل شوند، کدام محدودیت به ازای هر $X \subset V$ برای تکمیل مدل بهینه‌سازی متناظر این مسئله تصمیم‌گیری، لازم است؟ (V مجموعه شهرها، X یک زیر مجموعه سره از V و X' مکمل X در V است.)

$$\min \sum_{i, j \in V : i < j} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i, j \in V : i < j} x_{ij} = n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j \in V : i < j$$

$$(۱) \sum_{i, j \in X : i < j} x_{ij} \leq |X| - 1$$

$$(۲) \sum_{i, j \in X : i < j} x_{ij} \geq 2$$

$$(۳) \sum_{i \in X, j \in X' : i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X' : i > j} x_{ij} \leq |X| - 1$$

$$(۴) \sum_{i \in X, j \in X' : i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X' : i > j} x_{ij} \geq 2$$

۱۱- جدول بهینه سیمپلکس مسئله LP آزادسازی شده یک برنامه ریزی عدد صحیح مخلوط، به صورت زیر است.

	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	S_1	S_2	RHS
z	۱	۲	۳۴	۰	$\frac{۳۲}{۳}$	۰	$\frac{۷}{۳}$	$\frac{۱۰}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲۵۳}{۳}$
y_2	۱	۱	۷	۰	$\frac{۱۱}{۳}$	۱	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲۳}{۳}$
x_4	-۱	۰	-۳	۱	$-\frac{۱۳}{۳}$	۰	$\frac{۵}{۳}$	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۲۳}{۳}$

که در آن y_1, y_2, y_3 و x_4 متغیرهای عدد صحیح هستند. با اضافه کردن برش گوتمری مناسب به جدول سیمپلکس و انجام یک تکرار از روش سیمپلکس دوگان، به کدام پایه شدن می‌رسیم و آیا همچنان نیاز به تولید و افزودن برش گوتمری دیگری داریم؟

(۱) خیر، $(y_2, x_4, x_1) = (\frac{۲۲}{۳}, \lambda, \frac{۱}{۳})$

(۲) بله، $(y_2, x_4, x_1) = (\lambda, ۷, ۱)$

(۳) بله، $(y_2, x_4, S_2) = (\lambda, ۷, ۱)$

(۴) خیر، $(y_2, x_4, S_2) = (\frac{۲۲}{۳}, \lambda, \frac{۱}{۳})$

۱۲- دو مسئله زیر را در نظر بگیرید:

P: max V

s.t. $\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq V \quad j=1, \dots, m$

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$

$x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n.$

Q: min W

s.t. $\sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \leq W \quad i=1, \dots, n$

$\sum_{j=1}^m y_j = 1$

$y_j \geq 0, \quad j=1, \dots, m.$

کدام گزینه برای جواب‌های موجه این مسائل همواره صادق است؟

(۱) $\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\} \geq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\}$

(۲) $\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\} \leq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\}$

(۳) $V > W$

(۴) $V < W$

۱۳- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ \text{s.t. } Ax \geq b \end{aligned}$$

یک جواب بهینه این مسئله x^* است. فرض کنید بردار c به بردار c' تغییر پیدا کند و در این صورت یک جواب بهینه مسئله x' باشد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) ضرب داخلی $x' - x^*$ و $c' - c$ نامثبت است.

(۲) ضرب داخلی $x' - x^*$ و $c' - c$ نامنفی است.

(۳) جمع $x' - x^*$ و $c' - c$ نامثبت است.

(۴) جمع $x' - x^*$ و $c' - c$ نامنفی است.

۱۴- برای بیشینه‌سازی تابع مشتق‌پذیر $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ، نقاط جستجو در یک الگوریتم عددی براساس

$x^{k+1} = x^k + t_k d^k$ تولید می‌شوند. در صورتی که بخواهیم در هر مرحله با انتخاب طول گام t_k مناسب تابع هدف حتماً بهبود یابد، جهت جستجو d^k در چه شرطی باید صدق کند؟

(۱) d^k و $\nabla f(x^k)$ برهم عمود باشند.

(۲) d^k و $\nabla f(x^k)$ زاویه منفرجه (باز) بسازند.

(۳) d^k و $\nabla f(x^k)$ زاویه حاده (تند) بسازند.

(۴) d^k و $\nabla f(x^k)$ در خلاف جهت هم باشند.

۱۵- برای انجام یک مأموریت پیچیده در یک سازمان فضایی، سه راه حل در قالب سه پروژه A، B و C دنبال می‌شود.

در حال حاضر احتمال شکست هر یک از این پروژه‌ها به ترتیب، ۰/۶، ۰/۸ و ۰/۴ است. سازمان می‌خواهد احتمال شکست مأموریت را تا حد امکان کاهش دهد؛ لذا بودجه‌ای برای استخدام حداکثر دو دانشمند جدید و جذب آن‌ها در این ۳ پروژه تصویب کرده است. در جدول زیر اثر اضافه کردن دانشمندان بر احتمال شکست هر یک از پروژه‌ها مشخص شده است. در این صورت احتمال پیروزی سازمان در بهترین حالت چقدر خواهد بود؟

تعداد دانشمندان \ پروژه	A	B	C
۰	۰/۶	۰/۸	۰/۴
۱	۰/۴	۰/۵	۰/۲
۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱۵

(۱) ۰/۹۲ (۲) ۰/۹۲۸ (۳) ۰/۹۳۶ (۴) ۰/۹۴

۱۶- سه کلاس هر کدام با ۱۲ دانش‌آموز را در نظر بگیرید. می‌خواهیم یک گروه سه نفری به تصادف از این سه کلاس انتخاب کنیم. اگر دو دانش‌آموز از یک کلاس و یک دانش‌آموز از کلاس‌های دیگر باشد، تعداد انتخاب‌ها کدام است؟

(۱) ۲۵۷۴

(۲) ۲۷۵۴

(۳) ۴۵۷۲

(۴) ۴۷۵۲

۱۷- فرض کنید ۲۰٪ از شهر A، به علت یک غفلت شرکتی در معرض ماده شیمیایی خطرناک Z قرار گرفته‌اند. احتمال ابتلا به سرطان پانکراس $P = 0,0001$ است که با قرار گرفتن در معرض ماده Z، ۴ برابر می‌شود. فردی از شهر A به سرطان پانکراس مبتلا شده است. احتمال اینکه او در معرض ماده Z قرار گرفته باشد، کدام است؟

(۱) ۲۰٪

(۲) ۵۰٪

(۳) ۷۵٪

(۴) ۸۰٪

۱۸- فرض کنید دنباله‌ای از پیشامدهای مستقل با $P(A_k) = P_k$ است. اگر $B = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ باشد، شرط لازم و کافی برای اینکه $P(B) = 1$ باشد، کدام است؟

(۱) $\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 - P_k) = -\infty$

(۲) $\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 - P_k) = 0$

(۳) $\prod_{k=1}^{\infty} (1 - P_k) = 1$

(۴) $\prod_{k=1}^{\infty} P_k = 1$

۱۹- تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است. مقدار c کدام است؟

$$f_X(r) = P(X=r) = \begin{cases} c \frac{\binom{n}{r}}{r+1}, & r = 0, 1, \dots, n \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) $c = \frac{n}{2^{n+1} - 1}$

(۲) $c = \frac{n+1}{2^{n+1}}$

(۳) $c = \frac{n+1}{2^n - 1}$

(۴) $c = \frac{n+1}{2^{n+1} - 1}$

۲۰- تابع توزیع متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است. مقدار $P(\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2})$ کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x^2}{2} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+1}{4} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

- (۱) $\frac{3}{8}$
- (۲) $\frac{5}{8}$
- (۳) $\frac{6}{8}$
- (۴) $\frac{7}{8}$

۲۱- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی به ترتیب در آمد و هزینه یک خانوار در یک شهر و دارای توزیع دو متغیره

نرمال با پارامترهای $\mu_1 = 25$ ، $\mu_2 = 35$ ، $\sigma_1^2 = 4$ ، $\sigma_2^2 = 16$ و ضریب همبستگی $\rho_{X,Y} = \frac{17}{32}$ هستند. اگر

$Z = 3X - 2Y$ پس انداز خانوار باشد، مقدار $P(-2 < Z < 19)$ کدام است؟

- (۱) ۰٫۱۸۸۵
- (۲) ۰٫۸۱۵۸
- (۳) ۰٫۸۱۸۵
- (۴) ۰٫۸۸۱۵

۲۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی از توزیعی با چگالی زیر باشد. مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^{x+1} & x = 1, 2, \dots \\ x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{7}{2}$

۲۳- فرض کنید $X \sim P(\lambda)$ و $Y | X = x \sim B(x, p)$ باشد. مقدار $E(Y)$ کدام است؟

(۱) λp

(۲) $x p$

(۳) $\frac{\lambda}{p}$

(۴) $\frac{x}{p}$

۲۴- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است. اگر تعریف کنیم $B = \{(x, y); 0 < x + y < 1\}$ ، مقدار $E(X | B)$ کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۲۵- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال دو جمله‌ای با پارامترهای n و p است. مقدار

$$\text{cov}\left(\frac{X}{n}, \frac{n-X}{n}\right)$$

(۱) $\frac{1-p}{n}$

(۲) $\frac{p^2(1-p)}{n}$

(۳) $\frac{p(1-p)}{n}$

(۴) $\frac{-p(1-p)}{n}$

۲۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, 1)$ است. اگر برای هر $r \leq n$ ، $S_r = \sum_{i=1}^r X_i^2$ باشد،

مقدار $\text{corr}(S_r, S_n)$ کدام است؟

(۱) $\frac{r}{n}$

(۲) $\sqrt{\frac{r}{n}}$

(۳) $\frac{\sqrt{r}}{n}$

(۴) $\frac{r}{\sqrt{n}}$

۲۷- فرض کنید ۱، ۳، ۵، ۶، ۷، ۸ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. برآورد $\gamma(\theta) = (\theta - 1)\sqrt{\theta + 1}$ به روش ماکزیمم درست‌نمایی کدام است؟

(۱)

(۲) $4\sqrt{6}$

(۳) ۸

(۴) ۲۱

۲۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد، که در آن هر دو پارامتر μ و σ^2 مجهول

هستند. اگر $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ و $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ باشد، برآوردگر نارایب μ^2 کدام است؟

(۱) $\bar{X}^2 + \frac{1}{n} S^2$ (۲) $\bar{X}^2 + \frac{1}{n}$ (۳) $\bar{X}^2 - \frac{1}{n} S^2$ (۴) $\bar{X}^2 - \frac{1}{n}$

۲۹- فرض کنید X دارای توزیعی با یکی از تابع چگالی احتمال‌های زیر باشد.

$$f_0(x) = \frac{3}{64} x^2 \text{ و } 0 < x < 4; \quad f_1(x) = \frac{3}{16} \sqrt{x} \text{ و } 0 < x < 4$$

برای آزمون فرض $H_0: f = f_0$ در مقابل $H_1: f = f_1$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم $\{x: \frac{f_1(x)}{f_0(x)} > k\}$ باشد، مقدار k در

سطح $\alpha = 0,05$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ، براساس یافته‌های یک نمونه تصادفی، خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است. مقدار $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, SSE)$ کدام است؟ (SSE: مجموع مربعات خطا)

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 75, \quad \sum_{i=1}^{25} y_i = 100, \quad S_x^2 = \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 16, \quad S_y^2 = \sum_{i=1}^{25} (y_i - \bar{y})^2 = 66$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 32$$

(۱) (۲, ۲, ۲)

(۲) (۲, -۲, ۲)

(۳) (-۲, ۲, ۲)

(۴) (-۲, -۲, ۲)

۳۱- در صورتی که از آزادسازی لاگرانژ به منظور حل مسئله P - میانه استفاده شود و یکی از محدودیت‌های آن به صورت زیر با ضریب λ_j به تابع هدف منتقل گردد، آنگاه حل مسئله لاگرانژ منجر به یافتن کدام یک از کران‌های مسئله شده و به منظور یافتن بهترین مقدار مسئله لاگرانژ، نوع تابع هدف چه خواهد بود؟

$$h = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \lambda_j (1 - \sum_{i \in I} x_{ij})$$

(۱) کران پایین، min max

(۲) کران پایین، max min

(۳) کران بالا، min max

(۴) کران بالا، max min

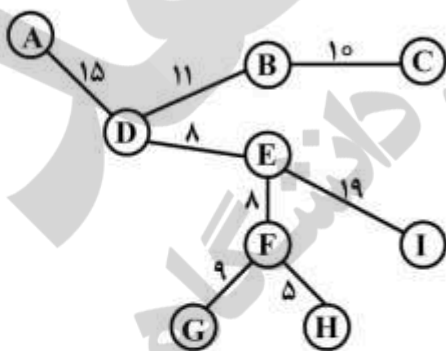
۳۲- در صورتی که یک تسهیل اورژانسی بخواهد به منظور سرویس دهی مراکز جمعیتی موجود بر روی شبکه زیر ایجاد شود، اختلاف مقادیر بهینه تابع هدف مسائل absolute 1-center و vertex 1-center چقدر است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

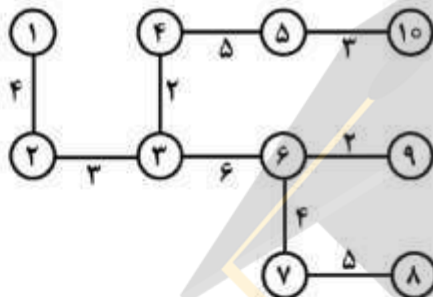
(۳) ۴

(۴) ۵



۳۳- یک دستگاه گران قیمت به وسیله ۱۰ بیمارستان در یک منطقه پرجمعیت مورد استفاده قرار می‌گیرد. دستگاه مذکور در یکی از بیمارستان‌ها یا بر روی یال‌های بین آن‌ها مستقر خواهد شد و در صورت نیاز به سایر بیمارستان‌ها ارسال می‌گردد. هدف، انتخاب محل استقرار دستگاه است به گونه‌ای که مجموع فواصل حمل دستگاه از مکان استقرار به سایر بیمارستان‌ها، کمینه گردد. میزان استفاده از دستگاه توسط بیمارستان‌های مختلف در جدول زیر و همچنین فاصله بین بیمارستان‌ها در شبکه زیر نشان داده شده است. به ازای چه مقداری از W محل بهینه قرارگیری تسهیل بر روی گره‌های ۳ یا ۶ یا ۱۰ قرار خواهد گرفت؟

بیمارستان	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	W	۱۰	۷	۹	۵	۴	۱۶	۱۸	۱۵	۴



- ۱۴ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۴)

۳۴- به منظور پوشش‌رسانی حداکثری به ۱۵ مرکز جمعیتی، مقرر شده است در هفت مکان کاندید دکل مخابراتی ایجاد گردد. اطلاعات مرتبط با نواحی تحت پوشش مکان‌های کاندید به همراه هزینه احداث دکل در این مکان‌ها به صورت زیر داده شده است. در صورتی که بودجه ایجاد دکل از ۵ به ۶ تغییر یابد، درصد تقاضای پوشش داده شده چقدر تغییر خواهد یافت؟

منطقه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
جمعیت	۵	۱۵	۱۰	۲۰	۱۵	۵	۲۵	۱۰	۲۰	۱۵	۵	۱۵	۱۰	۱۰	۲۰

محل کاندیدا	حوزه پوشش	هزینه احداث
۱	۱, ۲	۳, ۶
۲	۲, ۳, ۵	۲, ۳
۳	۱, ۷, ۹, ۱۰	۴, ۱
۴	۴, ۶, ۸, ۹	۳, ۱۵
۵	۶, ۷, ۹, ۱۱	۲, ۸
۶	۵, ۷, ۱۰, ۱۲, ۱۴	۲, ۶, ۵
۷	۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵	۳, ۱

- ۳۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۰ (۴)

۳۵- پنج مکان کاندید برای استقرار مراکز اورژانس مشخص شده است. مراکز اورژانس احداثی باید به ۵ ناحیه جمعیتی سرویس دهند. زمان سفر بین مکان‌های پیشنهادی و نواحی جمعیتی و همچنین حداکثر زمان مجاز برای سرویس‌دهی به هر یک از نواحی جمعیتی، به شرح زیر است. هدف، احداث کمینه تعداد مراکز اورژانس است به نحوی که به تمام نواحی جمعیتی سرویس‌دهی شود. کدام یک از ترکیبات زیر به عنوان جواب موجه قابل پذیرش است؟

		مکان کاندید					زمان پوشش
		A	B	C	D	E	
ناحیه جمعیتی	۱	۱۰۵	۱۱۵	۹۵	۱۵۰	۱۴۵	۱۲۰
	۲	۷۰	۸۰	۱۱۰	۱۱۰	۸۰	۹۰
	۳	۸۵	۱۳۰	۸۰	۷۰	۱۰۰	۹۰
	۴	۱۵۵	۱۶۰	۹۵	۱۰۵	۱۴۵	۱۲۰
	۵	۱۸۰	۹۰	۱۴۰	۱۳۰	۱۰۰	۱۱۰

(۱) (C, E), (B, C)

(۲) (B, E), (B, D)

(۳) (C, D), (B, D)

(۴) (C, D), (A, B)

۳۶- یک سیستم تولید سلولی را در نظر بگیرید که اطلاعات قطعه - ماشین آن به صورت جدول زیر است. با استفاده از ضریب تشابه با حد آستانه ۰/۶۵، تشکیل خانواده قطعات چگونه است؟

قطعه	ماشین						
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰
۲	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰
۴	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰
۵	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱
۶	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱

(۱) {۲, ۴} و {۱, ۳, ۵, ۶}

(۲) {۲, ۴, ۶} و {۱, ۳, ۵}

(۳) {۱, ۳} و {۶} و {۲, ۴, ۵}

(۴) {۲, ۴, ۵, ۶} و {۱, ۳}

۳۷- فرض کنید یک آمبولانس، وظیفه خدمت‌رسانی به پنج ناحیه جمعیتی را دارد. چنانچه محل نواحی جمعیتی، بعد از دوران ۴۵ درجه به صورت $P_1(5, 1)$, $P_2(9, 1)$, $P_3(12, -6)$, $P_4(14, -2)$ و $P_5(r, s)$ و با فرض آنکه $g_i = 0$ (فاصله ناحیه جمعیتی i تا نزدیکترین بیمارستان متناظر) باشد، مختصات اولیه (غیر دوران یافته) ناحیه پنجم، کدام است؟ حداکثر فاصله محل بهینه قرارگیری آمبولانس از هر ناحیه برابر با ۵ فرض شود.

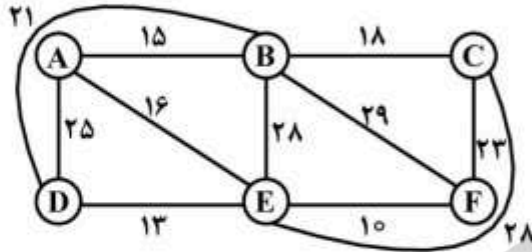
(۱) (۱۵, -۵)

(۲) (۵, ۵)

(۳) (۱۰, ۵)

(۴) (۱۰, ۱۰)

۳۸- شبکه زیر را در نظر بگیرید که از ۶ نقطه تقاضا تشکیل شده است. اگر هزینه قرارگیری تسهیلات در تمامی گره‌ها یکسان فرض شود، حداقل تعداد تسهیلات مورد نیاز برای پوشش کامل مشتریان و تعداد جواب‌های مسئله به ترتیب کدام است؟ (شعاع پوشش را برابر با ۲۵ فرض کنید)

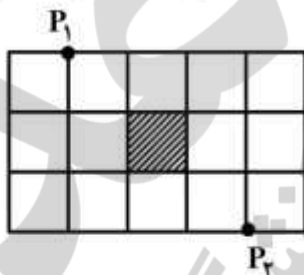


- (۱) تسهیل ۷ جواب
- (۲) تسهیل ۸ و جواب
- (۳) تسهیل ۷ و جواب
- (۴) تسهیل ۸ و جواب

۳۹- چنانچه در یک مسئله تخصیص تعمیم یافته بخواهیم ۵ کالا را در یک انبار به ابعاد 6×5 قرار دهیم؛ به طوری که مجموع قفسه‌های مورد نیاز برای همه انواع کالاها برابر با ۲۸ باشد، در این صورت در مدل برنامه‌ریزی خطی توسعه داده شده، چه تعداد متغیر و چه تعداد محدودیت خواهیم داشت؟

- (۱) ۲۶، ۱۲۰
- (۲) ۳۳، ۱۴۰
- (۳) ۳۵، ۱۵۰
- (۴) ۳۶، ۱۸۰

۴۰- فرض کنید انباری دارای دو درب در نقاط P_1 و P_2 و قفسه‌هایی با ابعاد 1×1 است. می‌خواهیم دو کالای A و B را که هر کدام به ترتیب به ۸ و ۷ بلوک نیاز دارند، استقرار دهیم. میزان رفت و آمد از درب (۱) برای کالاهای A و B به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۵۰ واحد و از درب (۲) برای هر کدام از دو کالا به ترتیب برابر با ۲۰۰ و ۱۰۰ واحد است. اگر فرض کنیم ارتباطات در طول راهروهای عمود بر هم صورت می‌گیرد، در قفسه مشخص شده کدام کالا قرار می‌گیرد و هزینه آن چقدر است؟



- (۱) A و ۳
- (۲) A و ۶
- (۳) B و ۳
- (۴) B و ۶

۴۱- چهار ماشین موجود در مکان‌های P_1 تا P_4 قرار دارد. مکان بهینه یک ماشین جدید با فاصله مجذور مستقیم با مختصات $\bar{P} = (6, 10)$ تعیین شده است. اگر به جای \bar{P} ، نقطه \bar{Q} به عنوان مکان جدید دیگری در نظر بگیریم، آنگاه مقدار افزایش در تابع هدف چقدر خواهد بود؟ (فرض کنید شعاع فاصله (اقلیدوسی) \bar{Q} از \bar{P} به اندازه ۳ واحد بوده و میزان ارتباطات میان ماشین جدید و ماشین‌های موجود به ترتیب $W_1 = W_2 = 3$ و $W_3 = W_4 = 2$ است.)

- (۱) ۳۰
- (۲) ۹۰
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۶۹

۴۲- تعداد معینی ماشین در یک سالن تولیدی قرار دارد. قرار است که یک ماشین جدید با مختصات (x, y) مکان یابی شود. اگر تابع هزینه حمل و نقل به صورت زیر باشد، آنگاه تعداد ماشین‌های موجود در سالن و مجموع مقادیر x و y چقدر خواهد بود؟

$$f(x, y) = 6|x - 5| + 3|x - 0| + 4|x - 2| + 2|x - 7| + 4|y - 3| + 7|y - 5| + 4|y - 4|$$

(۱) ۹ و ۴

(۲) ۱۱ و ۴

(۳) ۹ و ۵

(۴) ۱۱ و ۵

۴۳- رابطه $P_k(a)$ ، در کدام الگوریتم به کار می‌رود؟

$$P_k(a) = \sum_{j=1}^n w_{kj} d(a(k), a(j))$$

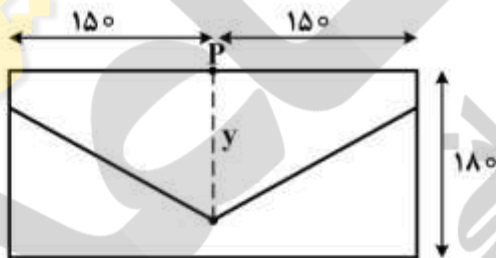
(۱) الگوریتم VNZ

(۲) الگوریتم 2-opt

(۳) الگوریتم ابتکاری ساخت جواب اولیه

(۴) الگوریتم جابه‌جایی زوجی با تندترین شیب

۴۴- انباری با ابعاد 180×300 متر مربع را در نظر بگیرید که در ربع سوم و چهارم مختصات واقع است و یک بارانداز در مبدأ قرار دارد. قرار است یک قلم کالا با مساحت 25500 مترمربع به صورت فله‌ای در انبار نگهداری شود. با فرض پله‌ای بودن نوع فاصله، مقدار y در چیدمان بهینه کدام است؟



(۱) قطعاً کمتر از ۱۵۰

(۲) قطعاً کمتر از ۱۶۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۶۰

۴۵- در نظر است یک مسئله مکان‌یابی و تخصیص با پنج تسهیلات موجود و تسهیلات جدید یکسان را حل کنیم. متغیرهای تصمیم مورد نظر، Z_{ij} (تخصیص تسهیلات جدید j به تسهیلات موجود i) و محل قرارگیری تسهیلات جدید j می‌باشند. در یکی از قدم‌های روش ابتکاری حل، تعداد تسهیلات جدید ۳ در نظر گرفته شده است. در این صورت چند حالت برای تخصیص تسهیلات موجود به جدید لازم است بررسی شوند (تعداد ترکیبات مربوط به Z_{ij})؟

(۱) ۷

(۲) ۱۴

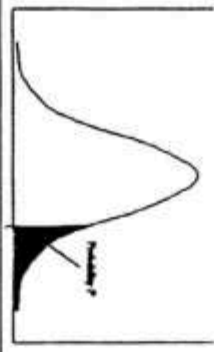
(۳) ۲۵

(۴) ۵۰



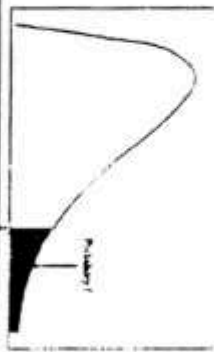
سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8979	8997	9015
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9980	9981	9982	9983
2.9	9984	9985	9986	9987	9988	9989	9990	9991	9992	9993
3.0	9994	9995	9996	9997	9998	9999	9999	9999	9999	9999
3.1	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.2	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.3	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3.4	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999



مقادیر بحرانی توزیع

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.499
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.335
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.257
9	1.383	1.833	2.282	2.821	3.169
10	1.372	1.812	2.278	2.764	3.106
11	1.363	1.796	2.261	2.718	3.056
12	1.356	1.782	2.250	2.681	3.012
13	1.350	1.771	2.240	2.650	2.972
14	1.345	1.761	2.235	2.624	2.947
15	1.341	1.753	2.231	2.602	2.927
16	1.337	1.746	2.228	2.581	2.911
17	1.333	1.740	2.225	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.221	2.552	2.887
19	1.328	1.729	2.219	2.539	2.878
20	1.325	1.725	2.216	2.528	2.871
21	1.323	1.721	2.214	2.518	2.864
22	1.321	1.717	2.212	2.508	2.857
23	1.319	1.714	2.210	2.500	2.851
24	1.318	1.711	2.209	2.492	2.845
25	1.316	1.708	2.206	2.485	2.840
26	1.315	1.706	2.205	2.479	2.835
27	1.314	1.703	2.202	2.473	2.831
28	1.313	1.701	2.201	2.467	2.827
29	1.311	1.699	2.204	2.462	2.824



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df	.995	.990	.975	.950	.950	.950	.925	.910	.905
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.8791	
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2101	10.596	
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8791	9.3484	11.344	12.838	
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860	
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.750	
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547	
7	0.989	1.3190	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277	
8	1.344	1.7349	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954	
9	1.735	2.0879	2.7003	3.1699	16.918	19.022	21.665	23.589	
10	2.003	2.3582	3.0003	3.5705	18.307	20.483	23.196	25.188	
11	2.203	2.5584	3.2187	3.8157	19.675	21.920	24.716	26.756	
12	2.373	2.7204	3.4013	4.0037	21.026	23.336	26.216	28.305	
13	2.519	2.8508	3.5545	4.1588	22.362	24.735	27.688	29.819	
14	2.646	2.9615	3.6841	4.2927	23.684	26.118	29.141	31.319	
15	2.764	3.0562	3.7984	4.4097	24.996	27.484	30.578	32.801	
16	2.875	3.1377	3.8998	4.5037	26.296	28.784	31.999	34.267	
17	2.980	3.2077	3.9893	4.5784	27.591	29.991	33.409	35.718	
18	3.080	3.2684	4.0681	4.6464	28.869	31.171	34.804	37.152	
19	3.176	3.3207	4.1375	4.7083	30.143	32.328	36.190	38.582	
20	3.269	3.3658	4.1983	4.7648	31.410	33.464	37.566	39.996	
21	3.359	3.4039	4.2511	4.8164	32.671	34.581	38.932	41.401	
22	3.446	3.4349	4.2959	4.8635	33.924	35.681	40.289	42.795	
23	3.530	3.4598	4.3330	4.9064	35.178	36.766	41.638	44.178	
24	3.611	3.4786	4.3625	4.9456	36.421	37.838	42.979	45.548	
25	3.689	3.4914	4.3846	4.9814	37.659	38.891	44.314	46.907	
26	3.765	3.4982	4.4004	5.0141	38.885	39.928	45.641	48.249	
27	3.839	3.5000	4.4109	5.0440	40.113	40.952	46.962	49.575	
28	3.911	3.5018	4.4173	5.0714	41.337	41.964	48.279	50.891	
29	3.981	3.5035	4.4207	5.0967	42.556	42.957	49.587	52.197	
30	4.049	3.5051	4.4223	5.1194	43.772	43.932	50.892	53.491	