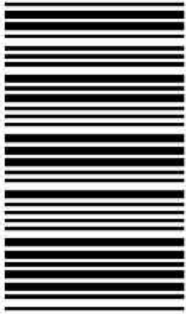


کد کنترل

323

E



323E

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی پزشکی - بیومکانیک - کد (۲۳۴۸)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - میانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر A عددی ثابت باشد، آنگاه $\lim_{t \rightarrow 1^+} (1 - (t-1)A)^{\frac{2}{t^2-1}}$ کدام است؟

- (۱) e^A
 (۲) e^{-A}
 (۳) e^{2A}
 (۴) e^{-2A}

۲- فرض کنید $f(x) = \frac{(x+1)^2(x+2)^3}{(x+4)^{\frac{1}{2}}(x+8)^{\frac{1}{3}}}$ باشد. در این صورت $f'(0)$ ، کدام است؟

- (۱) ۵
 (۲) -۵
 (۳) $\frac{20}{3}$
 (۴) $-\frac{5}{4}$

۳- حاصل $\int_e^e \cos(\ln x) dx$ ، کدام است؟

- (۱) $\cos \sinh + \sin \cosh$
 (۲) $\cos \cosh + \sin \sinh$
 (۳) $\cos \sinh - \sin \cosh$
 (۴) $\cos \cosh - \sin \sinh$

۴- اگر $\int_0^x \ln t dt = x \ln(\alpha x)$ ، $x \neq 0$ مقدار α کدام است؟

- (۱) ۰
 (۲) ۱
 (۳) e
 (۴) e^{-1}

۵- طول کمانی از خم به معادله $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ بین دو نقطه $t = 0$ و $t = \frac{\pi}{2}$ ، کدام است؟

(۱) $e^{\frac{\pi}{2}} - 1$

(۲) $2(e^{\frac{\pi}{2}} - 1)$

(۳) $\sqrt{2}(e^{\frac{\pi}{2}} - 1)$

(۴) $\sqrt{2}(e^{\frac{\pi}{2}} + 1)$

۶- معادله خط قائم بر رویه $z = e^y + 1 + \arctan(2z)$ ، $3x^2$ ، در نقطه $(1, \ln 2, 0)$ ، کدام است؟

(۱) $3z = x - 1, z + y = \ln 2$

(۲) $3z = 3x - 2, z + y = \ln 2$

(۳) $z = x - 1, z + y = 2$

(۴) $z - y = \ln \frac{e}{2}, z + x = 1$

۷- اگر تابع $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)}$ در نقطه (a, b) به بیشترین مقدار خود برسد، آنگاه کدام مورد درست است؟

(۱) $a = b$

(۲) $ab = 0$

(۳) $a = -b = 1$

(۴) $a^2 + b^2 = 1$

۸- فرض کنید $x = u + v$ ، $y = u^2 + v^2$ و $z = u^3 + v^3$ باشند، کدام است $\frac{\partial z}{\partial x}$ ؟

(۱) $\frac{3uv(u+v)}{(u-v)}$

(۲) $\frac{3uv(v+u)}{(v-u)}$

(۳) $\frac{3uv(u-v)}{(u+v)}$

(۴) $\frac{3uv(v-u)}{(v+u)}$

۹- اگر $D = \{(x, y), x > 0, y > 0, x + y < 1\}$ باشد، مقدار $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}(e + e^{-1})$

(۲) $\frac{1}{2}(e - e^{-1})$

(۳) $\frac{1}{4}(e + e^{-1})$

(۴) $\frac{1}{4}(e - e^{-1})$

۱۰- مقدار انتگرال $\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\sin y}{y} dy dx$ ، کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) -۱
- (۴) -۲

۱۱- مسیرهای متعامد منحنی‌های $x^2 y^2 = Ce^{-y}$ ، کدام است؟

- (۱) $y - 2 \ln |y + 2| + x = c$
- (۲) $y - 2 \ln |y + 2| + x^2 = c$
- (۳) $4y - 8 \ln |y + 2| - x = c$
- (۴) $4y - 8 \ln |y + 2| - x^2 = c$

۱۲- اگر $y = c$ جواب معادله دیفرانسیل $3yy'' - 4y'^2 = 3yy'^3$ نباشد، y' کدام است؟

- (۱) $\frac{3y^{\Delta}}{\Delta y^{\Gamma} + c}$
- (۲) $\frac{3y^{\Delta} + c}{-\Delta y^{\Gamma}}$
- (۳) $\frac{-\Delta y^{\Gamma}}{3y^{\Delta} + c}$
- (۴) $\frac{\Delta y^{\Gamma} + c}{3y^{\Delta}}$

۱۳- جواب معادله دیفرانسیل $y^{(\Delta)} + 8y'' = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{-2x} + e^x (c_4 \cos \sqrt{3}x + c_5 \sin \sqrt{3}x)$
- (۲) $y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{2x} + e^x (c_4 \cos \sqrt{3}x + c_5 \sin \sqrt{3}x)$
- (۳) $y = c_1 + c_2 e^{-2x} + e^x (c_4 \cos \sqrt{3}x + c_5 \sin \sqrt{3}x)$
- (۴) $y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{-2x} + c_4^{\frac{x}{2}} \left(c_5 \cos \sqrt{\frac{3}{2}}x + c_6 \sin \sqrt{\frac{3}{2}}x \right)$

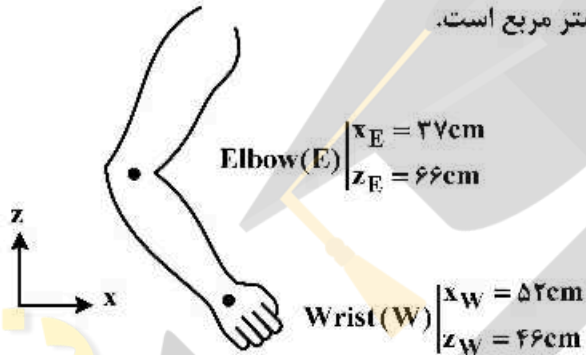
۱۴- جواب دستگاه معادلات دیفرانسیل $x' = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x$ ، با شرط اولیه $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) $x(t) = \begin{pmatrix} 2e^t + 2te^t \\ e^t + te^t \end{pmatrix}$
- (۲) $x(t) = \begin{pmatrix} 2e^t - 2te^t \\ e^t + te^t \end{pmatrix}$
- (۳) $x(t) = \begin{pmatrix} 2e^t - 2te^t \\ e^t - te^t \end{pmatrix}$
- (۴) $x(t) = \begin{pmatrix} 2e^t + 2te^t \\ e^t - te^t \end{pmatrix}$

۱۵- تبدیل لاپلاس تابع $\delta(t-1)e^{+1}\sin(2t)$ که در آن $\delta(t)$ ، تابع دلتای دیراک است، کدام است؟

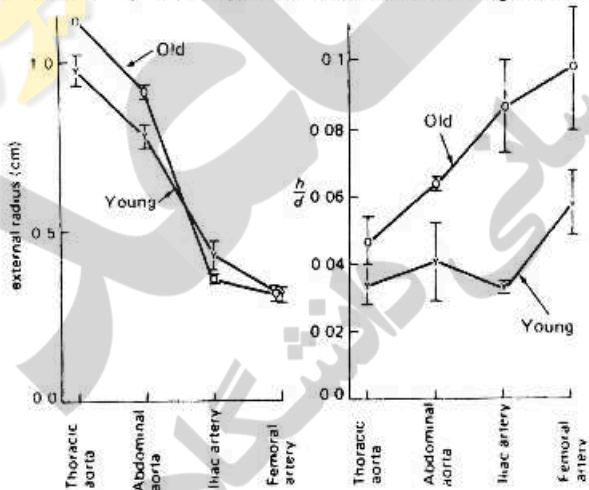
- (۱) صفر
- (۲) $e^{2-s}\sin 2$
- (۳) $\frac{1}{s+1}\delta(s)$
- (۴) $\frac{1}{(s-1)^2+1}\delta(s)$

۱۶- شخصی دست خود را مطابق شکل به گونه‌ای حرکت می‌دهد که شتاب دورانی آن در صفحه ساجیتال 20 رادیان بر مجذور ثانیه ساعت گرد باشد. اگر بردار شتاب مفصل آرنج $(10, -7, 5) \text{ m/s}^2$ و مرکز جرم دست و ساعد در وسط دو مفصل آرنج و مچ باشد، مقدار گشتاور وارد بر مفصل آرنج در این صفحه چند نیوتن متر است؟ ممان اینرسی دست و ساعد حول مفصل آرنج 0.75 کیلوگرم در متر مربع است.



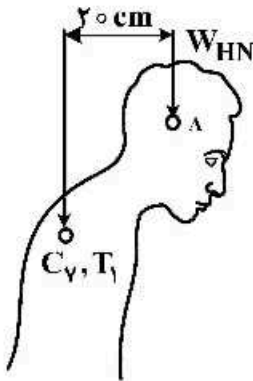
- (۱) ۶
- (۲) ۸.۵
- (۳) ۱۱.۵
- (۴) ۱۴

۱۷- نمودار زیر تغییرات ضخامت به قطر رگ‌ها را بر اساس سن نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد تغییرات هندسه رگ‌ها و یا فشار خون در آن‌ها، صحیح است؟



- (۱) با افزایش سن، قطر رگ‌ها کاهش و ضخامت آن‌ها افزایش می‌یابد.
- (۲) با افزایش سن، قطر رگ‌ها کاهش می‌یابد ولی ضخامت آن‌ها تغییری نمی‌کند.
- (۳) در سنین بالا، فشارخون و ضخامت رگ‌ها افزایش می‌یابد.
- (۴) در سنین بالا، قطر رگ‌ها و فشار خون در آن‌ها کاهش می‌یابد.

۱۸- در شکل زیر نیروی وزن سر و گردن (W_{HN}) ۳۰ نیوتن است و به نقطه A وارد می شود. اگر عضلات راست کننده ستون فقرات گردنی ۵ سانتی متر بالاتر از مرکز مفصل بین مهره های C_7 و T_1 عبور نمایند، نیروی این عضلات چند برابر نیروی وزن سر و گردن است؟

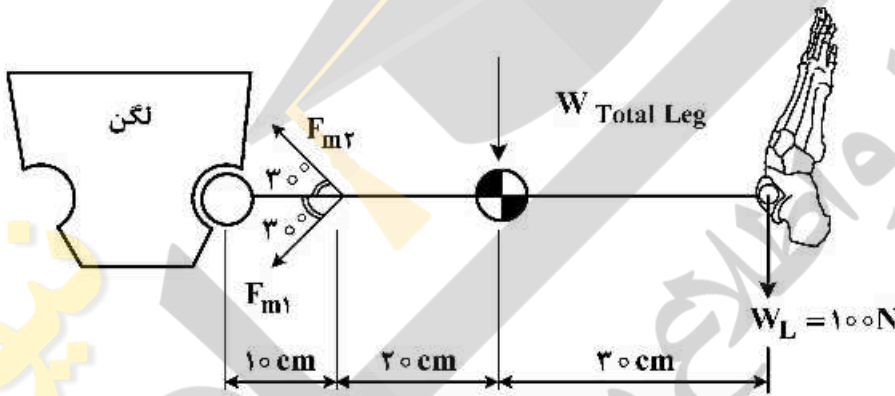


- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

۱۹- در شکل زیر مقدار نیروی وارد بر مفصل ران در شرایط استاتیک، چند نیوتن است؟

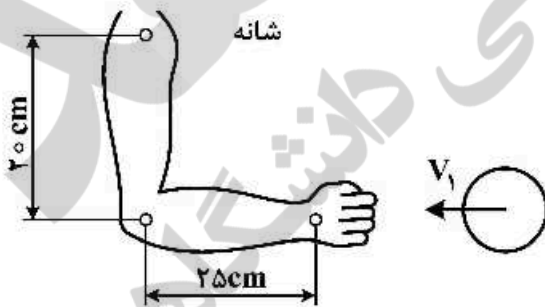
$W_{Total\ Leg} = 150\ N$

$F_{m2} = 5\ F_{m1}$



- ۲۵۰ (۱)
- ۲۶۲ (۲)
- ۴۲۰ (۳)
- ۵۲۵ (۴)

۲۰- ورزشکاری مطابق شکل زیر، دست و بازوی خود را ثابت نگه داشته است. توپی به جرم ۲۰۰ گرم با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه به مشت او برخورد می کند و پس از یک دهم ثانیه با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه بازگشت می کند. این ضربه چند نیوتن متر، گشتاور بر مفصل شانه وارد می کند؟



- ۴ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۱۰۰ (۳)
- ۲۰۰ (۴)

۲۱- کدام عامل نقش مؤثرتری در دامنه نوسانات مرکز فشار در حین ایستادن قائم بر روی دستگاه تعادل سنج، با چشم بسته دارد؟

- ۱) تغییر در اطلاعات سطحی بیکری که برای تعادل به مغز ارسال می شود.
- ۲) فعالیت عضلات قفسه صدری در تولید حرکات تنفسی
- ۳) تغییر در گروه عضلات نگهدارنده فرد
- ۴) تغییرات در تپش و ضربان عضلات قلب

۲۲- خون با فرکانس ω به شریان پمپ می‌شود. عدد و مرسلی به صورت زیر تعریف می‌شود. با پیش‌روی در سیستم شریانی، کدام مورد اتفاق می‌افتد؟ (طول شریان و γ ویسکوزیته سینماتیکی خون است.)

$$\alpha = L \sqrt{\frac{\omega}{\gamma}}$$

(۱) سرعت متوسط جریان در شریانچه بیش‌تر از شریان است.

(۲) عدد رینولدز در شریانچه بیش‌تر از عدد رینولدز در شریان است.

(۳) عدد و مرسلی در شریانچه بیش‌تر از شریان است.

(۴) ویسکوزیته خون در شریانچه کم‌تر از شریان است.

۲۳- در یک شریان به قطر D ، خون با سرعت نسبتاً بالا (U) جریان دارد. اگر فرکانس جریان برابر با ω و طول شریان برابر با L باشد، ضخامت لایه مرزی در این شریان با استفاده از آنالیز ابعادی کدام است؟

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho (u_1 \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_i}{\partial x_2}) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu (\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2})$$

ρ : چگالی μ : ویسکوزیته P : فشار

$$\sqrt{\frac{\mu}{\rho \omega}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{\mu L}{\rho U}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{\mu D}{\rho U}} \quad (۳)$$

$$\frac{P}{\rho U \omega} \quad (۴)$$

۲۴- اگر بطن چپ را با یک نیمکره تقریب بزنییم و شعاع داخلی نیمکره را a و شعاع خارجی آن را b بنامیم، در این صورت تنش محیطی وارد بر بطن از رابطه زیر به دست می‌آید. P_i فشار خون و P_0 فشار بیرون قلب است. در این مورد گزینه صحیح، کدام است؟

$$\sigma_\theta = \frac{P_i a^2 - P_0 b^2}{b^2 - a^2}$$

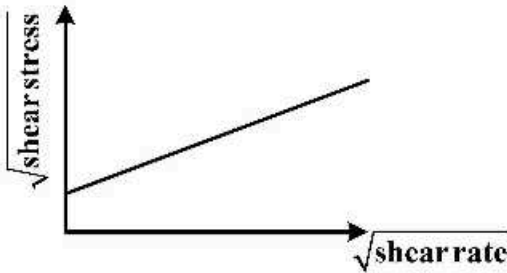
(۱) بزرگ شدن غیرمعمول قلب، باعث کاهش تنش محیطی می‌شود.

(۲) به دلیل ثابت بودن حجم دیواره قلب، a تابعی از b است.

(۳) فشار خون درون قلب، تابعی از انقباض ماهیچه‌های قلب است.

(۴) P_0 تابعی از P_i و سایز جداره خارجی قلب است.

۲۵- منحنی زیر تغییرات جذر تنش برشی را برحسب جذر کرنش برشی خون نشان می‌دهد. کدام گزینه رفتار خون را به درستی بیان می‌کند؟



۱) با افزایش درصد هماتوکریت، تنش برشی در کرنش ثابت، کاهش می‌یابد.
 ۲) با افزایش درصد هماتوکریت، عرض از مبدأ منحنی، افزایش می‌یابد.
 ۳) برای درصد بسیار پایین هماتوکریت، تنش برشی با کرنش تغییر نمی‌کند.
 ۴) تنش تسلیم برای جاری شدن خون، با افزایش درصد هماتوکریت، کاهش می‌یابد.

۲۶- اگر ناحیه درون رگ را به ۲ ناحیه نزدیک دیواره و ناحیه مرکزی تقسیم کنیم، کدام یک، در مورد این دو ناحیه اتفاق می‌افتد؟

۱) در ناحیه نزدیک دیواره، تجمع سلول‌های خونی به دلیل کم بودن سرعت جریان خون بیش‌تر است.
 ۲) در ناحیه نزدیک دیواره، تجمع سلول‌های خونی به دلیل بالا بودن تنش برشی کم‌تر است.
 ۳) در ناحیه نزدیک دیواره، تجمع سلول‌های خونی به دلیل اثر مگنوس کم‌تر است.
 ۴) در ناحیه نزدیک دیواره و ناحیه مرکزی، تجمع سلول‌های خونی مشابه یکدیگر است.

۲۷- در یک حادثه، یک تیغه فلزی با دمای 100°C در تماس با سطح پوست قرار می‌گیرد. دمای اولیه سطح پوست، 37°C است و بسته به مدت زمان تماس، سوختگی با درجات مختلف حاصل می‌شود. برای به‌دست آوردن توزیع دما در پوست، کدام گزینه مناسب‌تر است؟ (h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و k ضریب انتقال حرارت رسانایی است.)

۱) پوست را می‌توان یک صفحه به ضخامت مشخص با h و k بی‌نهایت فرض نمود.
 ۲) پوست را می‌توان یک جسم نیمه بی‌نهایت با k بی‌نهایت فرض نمود.
 ۳) پوست را می‌توان یک جسم با ظرفیت فشرده در نظر گرفت.
 ۴) پوست را می‌توان یک جسم نیمه بی‌نهایت با h بی‌نهایت فرض نمود.

۲۸- فرض کنید قلب ابتدا در حالت سکون قرار داشته و در لحظه $t = 0$ ، دیواره قلب با یک پروفیل سرعت نوسانی، شروع به تپش کند. اگر رابطه پروفیل سرعت $u = U \cos \omega t$ که در آن U دامنه نوسان و ω فرکانس نوسان است، در مورد تغییرات سرعت جریان خون در قلب، گزینه صحیح کدام است؟

۱) فرکانس نوسان خون و دیواره یکسان است ولی نوسانات جریان نسبت به دیواره تقدم فاز دارد.
 ۲) فرکانس نوسانات خون و دیواره یکسان است ولی دامنه نوسانات خون از دیواره کم‌تر خواهد بود.
 ۳) دامنه نوسان جریان خون با دامنه نوسان دیواره یکسان است، ولی نوسانات جریان نسبت به دیواره دارای تأخیر فاز است.
 ۴) دامنه نوسان جریان خون با دامنه نوسان دیواره یکسان است، ولی فرکانس نوسانات متفاوت خواهد بود.

۲۹- جریان خون در شریان آئورت را می‌توان با جریان خون در یک استوانه تقریب زد. فرض کنید جریان در شرایط غیرتوسعه یافته باشد و ضخامت لایه مرزی نسبت به شعاع شریان اندک باشد. اگر به دیواره شریان ضربه‌ای با فرکانس n وارد شود، کدام گزینه در مورد تغییرات ضخامت لایه مرزی (δ) صحیح است؟ (ویسکوزیته سیال γ و چگالی سیال ρ است)

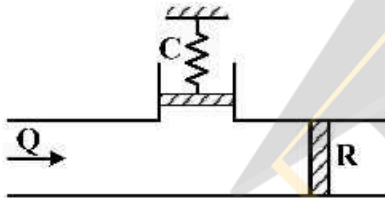
(۱) با افزایش γ ، تغییرات δ کمتر خواهد بود.

(۲) با افزایش n و کاهش γ ، تغییرات δ کمتر خواهد بود.

(۳) با افزایش γ و افزایش ρ ، تغییرات δ کمتر خواهد بود.

(۴) با افزایش n ، تغییرات δ بیش‌تر خواهد بود.

۳۰- خون در یک شریان اتساع‌پذیر جریان دارد. شریان توسط مدل وینکسل به شکل زیر مدل‌سازی می‌شود. در این مدل C بیانگر میزان سفتی دیواره، R مقاومت دیواره در مقابل عبور جریان، p فشار خون، Q دبی جریان، p_0 فشار اولیه و Q_0 دبی اولیه است. در شرایط گذرا تغییرات فشار کدام است؟



$$p(t) = RQ_0 - (RQ_0 - p_0)e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1)$$

$$p(t) = \frac{Q_0}{R} - \left(\frac{Q_0}{R} - p_0\right)e^{-\frac{t}{RC}} \quad (2)$$

$$p(t) = RQ_0 - (RQ_0 - p_0)e^{-RCt} \quad (3)$$

$$p(t) = RQ_0 - p_0 \ln\left(\frac{t}{RC}\right) \quad (4)$$

۳۱- مؤلفه‌های کرنش در تغییر شکل $x = C + AX$ است.

(۱) صفر

(۲) تابع مختصات X یا x

(۳) مستقل از مختصات X یا x

(۴) فقط تابع مختصات X

۳۲- اگر a بردار ویژه و λ مقدار ویژه تانسور T باشد، آنگاه:

(۱) هر بردار موازی a نیز بردار ویژه با همان مقدار ویژه λ است.

(۲) هر بردار عمود بر a نیز بردار ویژه با همان مقدار ویژه λ است.

(۳) هر بردار موازی a نیز بردار ویژه با مقدار ویژه $\alpha\lambda$ است. ($\alpha = \text{ثابت}$)

(۴) هر بردار عمود بر a نیز بردار ویژه با مقدار ویژه $\alpha\lambda$ است. ($\alpha = \text{ثابت}$)

۳۳- مقادیر ویژه ماتریس، تحت تبدیل دستگاه مختصات:

(۱) تغییر می‌کند. (۲) تغییر نمی‌کند. (۳) تابع میزان دوران است. (۴) تابع میزان انتقال است.

۳۴- چه رابطه‌ای بین تانسورهای تنش و کرنش یک ماده با رفتار همسانگرد (Isotropic) برقرار است؟

(۱) دارای مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یکسان هستند.

(۲) دارای مقادیر ویژه برابر و بردارهای ویژه متفاوت هستند.

(۳) دارای مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متفاوت هستند.

(۴) دارای مقادیر ویژه متفاوت و بردارهای ویژه یکسان هستند.

۳۵- اگر موقعیت ذره‌ای در زمان t که ابتدا در (X_1, X_2, X_3) بود به صورت زیر باشد:

$$x_1 = (1+kt)X_1 \quad x_2 = (1+kt)X_2 \quad x_3 = (1+kt)X_3 \quad (k=\text{ثابت})$$

شتاب ذره مادی در توصیف اوپلری کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{kx_j}{1+kt}$

(۳) $\frac{k^2 x_j}{(1+kt)^2}$

(۴) $-\frac{k^2 x_j}{(1+kt)^2}$

۳۶- اگر \vec{A} تانسور مرتبه دو ثابت باشد، حاصل عبارت $\text{div}(\vec{A} \vec{x} \vec{x})$ کدام است؟

(۱) $\vec{0}$

(۲) \vec{x}

(۳) $2\vec{\Lambda}\vec{x}$

(۴) $4\vec{A}\vec{x}$

۳۷- فرض کنید تغییر شکل یک محیط پیوسته توسط نگاشت زیر صورت پذیرد:

$$\mathbf{x}(\mathbf{X}, t) = (X_1 + \Lambda t X_2) \hat{e}_1 + (X_2 - \Lambda t X_1) \hat{e}_2 + X_3 \hat{e}_3$$

و میدان دما در توصیف فضایی به صورت زیر باشد:

$$\theta(\mathbf{x}, t) = x_1 + tx_2$$

مشتق زمانی میدان دما در توصیف مادی چیست؟

(۱) $\Lambda X_2 - \Lambda X_1$

(۲) $X_1 + tX_2$

(۳) $-2\Lambda tX_1 + (1+\Lambda)X_2$

(۴) $\Lambda tX_2 - \Lambda X_1$

۳۸- تانسور دوران محور مختصات به طوری که محور X_1 را بر روی محور x_2 و محور X_2 را بر روی محور x_3 و محور X_3 را بر روی محور x_1 منطبق کند، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۳۹- هرگاه تانسور تنش در یک نقطه از محیط پیوسته به صورت زیر داده شده باشد، تنش عمودی در آن نقطه و در

روی صفحه‌ای که دارای بردار عمودی $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{e}_1 + \hat{e}_2 + \hat{e}_3)$ می‌باشد، چند مگاپاسکال است؟ $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$ بردارهای یکه مختصات کارتزین است.

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۲۵

۴۰- میدان درجه حرارت در یک محیط پیوسته به فرم $T = \frac{e^{-3t}}{x^2}$ بیان می‌شود که در آن $x^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ است. میدان سرعت محیط پیوسته دارای مؤلفه‌های زیر است:

$$v_1 = x_2 + 2x_3, v_2 = x_3 - x_1, v_3 = x_1 + 3x_2$$

اگر $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v_k \frac{\partial T}{\partial x_k}$ باشد، آنگاه در رابطه $\frac{dT}{dt} = \frac{T}{x^2} f(x_1, x_2, x_3)$ ، تابع f برابر کدام است؟

$$-3x^2 + 6x_1x_3 + 8x_2x_3 \quad (2)$$

$$-3x^2 - 6x_1x_3 - 8x_2x_3 \quad (1)$$

$$3x^2 - 6x_1x_3 - 8x_2x_3 \quad (4)$$

$$3x^2 + 6x_1x_3 + 8x_2x_3 \quad (3)$$

۴۱- میدان سرعت سیال بر حسب زمان داده شده است. چنانچه در یک توصیف فضایی چگالی تنها تابع زمان باشد، آنگاه چگالی سیال بر حسب زمان کدام است؟ (ρ_0 چگالی در زمان صفر است)

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (1)$$

$$\rho = \rho_0 e^{-t^2} \quad (2)$$

$$2\rho = \rho_0 e^{-t^2} \quad (3)$$

$$\rho = 2\rho_0 e^{-t^2} \quad (4)$$

۴۲- هرگاه تشریح مادی یا لاگرانژی برای یک محیط پیوسته به صورت زیر بیان شود (که در آن x مربوط به مختصات فضایی و X مربوط به مختصات مادی است)، کدام مورد در خصوص این حرکت صحیح است؟

$$x_1 = X_1 e^t$$

$$x_2 = X_1(e^t - 1) + X_2$$

$$x_3 = X_3$$

(۱) حرکت امکان پذیر نیست.

(۲) حرکت امکان پذیر و تغییر شکل همگن است.

(۳) حرکت امکان پذیر و تغییر شکل حجم ثابت است.

(۴) حرکت امکان پذیر ولی تغییر شکل همگن نیست.

۴۳- یک محیط پیوسته مادی دارای معادله ساختاری $\sigma_{ij} = \alpha \delta_{ij} D_{kk} + 2\beta D_{ij}$ است (که در آن α و β دو ثابت هستند و \vec{D} تانسور نرخ تغییر شکل است). ص حاصل σ_{ij} کدام است؟

(۱) $\beta v_{j,ij} + \alpha v_{i,jj}$

(۲) $\alpha v_{j,ij} + \beta v_{i,jj}$

(۳) $(\alpha + \beta) v_{j,ij} + \beta v_{i,jj}$

(۴) $\beta v_{j,ij} + (\alpha + \beta) v_{i,jj}$

۴۴- برای دو وضعیت تنش به صورت زیر، نسبت تنش برشی حداکثر حالت دوم به حالت اول کدام است؟

$$[\sigma_{ij}]_{(1)} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & \delta_0 \\ 0 & \delta_0 & 0 \\ \sigma_0 & 0 & \delta_0 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{ij}]_{(2)} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_0 \end{bmatrix}$$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۴۵- در صورتی که از نیروهای حجمی صرف نظر شود و تانسور تنش به صورت زیر داده شده باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (مسئله در تعادل استاتیکی فرض شود.)

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} (A-1)x_1 + x_2 & B(x_1 + x_2) & Cx_3 \\ B(x_1 + x_2) & 0 & -Cx_3 \\ Cx_3 & -Cx_3 & Ax_1x_2 + (B+1)x_3 \end{bmatrix}$$

(۱) $A=1, B=3, C=1$

(۲) $A=-1, B=3, C=-1$

(۳) $A=3, B=-1, C=-1$

(۴) $A=3, B=1, C=1$