

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>(الف) ماتریس مربعی که همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس گویند.</p> <p>(ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>(پ) در حالتی که $\frac{c}{a} = 1$ بیضی به یک تبدیل می شود.</p> <p>(ت) بردار $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه مختصات سه بعدی منطبق است. (XOZ, YOZ, XOY)</p>
۲	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر A و B دو ماتریس 3×3 دلخواه باشند آنگاه عبارت $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ همواره برقرار است .</p> <p>(ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است .</p> <p>(پ) نقطه $(3, -2)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد.</p> <p>(ت) برای سه بردار \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} به طول های واحد روی محورهای مختصات در \mathbb{R}^3، داریم: $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$.</p>
۳	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.</p>
۴	<p>دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید</p> <p>(الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می شود؟ چرا؟</p> <p>(ب) حاصل $A \times B$ را به دست آورید .</p>
۵	<p>ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.</p>
۶	<p>مقدار m را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.</p>
۷	<p>معادله دایره ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.</p>
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۹	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر آن رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.	۱
۹	در بیضی روبرو نقاط A, A' دو سر قطر بزرگ و نقاط F, F' کانون های بیضی هستند ثابت کنید: $AF' = AF$	۱/۲۵
۱۰	در بیضی مقابل، طول قطر کوچک $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $F'BF$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	سه می به معادله $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ را در نظر بگیرید: الف) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید. ب) نمودار سهمی را رسم کنید.	۲
۱۲	نقطه A به طول ۲ روی محور x ها و نقطه B روی صفحه xOz به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند. الف) مختصات نقاط A و B را مشخص کنید. ب) طول پاره خط AB را محاسبه کنید. پ) مختصات وسط پاره خط AB را به دست آورید.	۲
۱۳	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	بردارهای \vec{a} و \vec{b} به طول های $ \vec{a} = 3$ و $ \vec{b} = 26$ و اندازه ضرب خارجی $ \vec{a} \times \vec{b} = 72$ مفروضاند. اگر زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کمتر از 90° باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مقدار m را طوری تعیین کنید که سه بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (0, m, -1)$, $\vec{c} = (1, -2, 3)$ در یک صفحه باشند.	۱
۲۰	موفق و سربلند باشید .	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور شهر یورماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) قطری (۰/۲۵) ص ۱۲ (ب) مشترک (۰/۲۵) ص ۳۶ (پ) پاره خط (۰/۲۵) ص ۴۹ (ت) YOZ (۰/۲۵) ص ۷۳	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۱ (ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹ پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۲ (ت) درست (۰/۲۵) ص ۸۱	۱
۳	$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -8+2a = 0 \xrightarrow{(0/25)} a = 4 \text{ (0/25)} \\ b-3 = 0 \xrightarrow{(0/25)} b = 3 \text{ (0/25)} \end{cases}$ ص ۲۱	۱/۵
۴	الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. (۰/۵) ص ۱۳ ب) $A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $ A \times B = 0$ (۰/۵) ص ۳۰	۱/۷۵
۵	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = 8 \text{ (0/25)}, A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۳	۱
۶	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \xrightarrow{(0/25)} \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \xrightarrow{(0/25)} m(m-1) = 2 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ (۰/۵) ص ۲۶	۱/۲۵
۷	از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH وتر AB را نصف می کند. $OH = \frac{ x+y-2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 0+1-2 }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) $OA^2 = OH^2 + AH^2 \xrightarrow{(0/25)} OA^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} = R^2$ (۰/۵) $(x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵) ص ۴۳	۱/۵
« ادامه در صفحه دوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>مرکز دایره برابر است با $O(1,1)$ $(0/25)$ شیب خط عمود بر دایره در نقطه $A(2,3)$ برابر است با: $m_{AO} = \frac{3-1}{2-1} = 2$</p> <p>$(0/25)$ شیب خط مماس بر دایره در نقطه $A(2,3)$ قرینه و برعکس شیب خط عمود است $m' = -\frac{1}{m_{OA}} = -\frac{1}{2}$</p> <p>$(0/25)$ معادله خط مماس بر دایره برابر است با: $(0/25) y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2)$</p> <p>ص ۴۵</p>	۱
۹	<p>نقطه A, A' روی بیضی قرار دارند بنا به تعریف بیضی داریم $A'F' + A'F = 2a$ و $AF' + AF = 2a$ نتیجه می گیریم:</p> <p>$(0/25)$ $A'F' + A'F = AF + AF' \xrightarrow{(0/25)} A'F' + (A'F' + FF') = AF + (AF + FF')$</p> <p>$(0/5) \rightarrow AF = A'F'$</p> <p>ص ۴۸</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>در مثلث BOF داریم:</p> <p>$(0/25) \cos \widehat{OBF} = \frac{BO}{BF} \xrightarrow{BF=a, BO=b(0/25)} \cos \widehat{OBF} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>$(0/25) \widehat{OBF} = 30^\circ \rightarrow F'\widehat{BF} = 2\widehat{OBF} = 60^\circ \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>ص ۵۸</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>(الف)</p> <p>$(0/5) y^2 - 2y + 1 = -8x - 9 + 1 \rightarrow (y-1)^2 = -8(x+1) \xrightarrow{(0/5)} A = (-1, 1), a = 2 \xrightarrow{(0/5)}$</p> <p>$(0/25) F(-3, 1), x = 1 \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>ص ۵۵</p> <p>(ب) رسم سهمی $(0/5)$</p>	۲
۱۲	<p>(الف) $A = (2, 0, 0) \xrightarrow{(0/25)}, B = (1, 0, 3) \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>(ب) $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10} \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>(پ) $M = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{0+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2} \right) \xrightarrow{(0/25)}$</p> <p>ص ۶۶ و ۷۶</p>	۲
	« ادامه در صفحه سوم »	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۶/۲۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 1 + (-1)(-1) + 2 \times 0 = 3 \quad (0/25)$ $ \vec{b} = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2} \quad (0/25)$ $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{3}{2} (1, -1, 0) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right) \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۸۰</p>	۱/۲۵
۱۴	<p style="text-align: right;">روش اول:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta \xrightarrow{(0/25)} \sin \theta = \frac{72}{3 \times 26} = \frac{12}{13} \quad (0/25) \longrightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{13} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{\theta < 90} \cos \theta = \frac{5}{13} \quad (0/25) \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 30 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۸۴</p> <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \xrightarrow{(0/25)} 72^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2 \quad (0/25)$ $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 900 \xrightarrow{(0/25)} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \pm 30 \xrightarrow{\theta < 90} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = 30 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۵	$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0 \xrightarrow{(0/25)} (0, m, -1) \cdot ((3, -3, -3)) = 0$ $\xrightarrow{(0/25)} -3m + 3 = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = 1 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۸۲</p>	۱
۲۰	جمع نمره	موفق و سر بلند باشید

"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"