

نام خانوادگی:	نام درس: هندسه	اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه‌ی ۱۲)
کلاس: دهم	نام دبیر: آقای بهرمن‌دپور	دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیر دولتی
رشته: ریاضی	تاریخ امتحان: ۹۵/۰۳/۲۰	امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵
شماره‌ی صندلی:	ساعت امتحان: ۹ صبح	
	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	

شماره سؤال	سؤال	نمره
۱	جاهای خالی زیر را پر کنید. الف) اگر نقطه‌ای به فاصله یکسان از دو ضلع زاویه باشد، آن نقطه قرار دارد. ب) استدلالی که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه حقایقی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم باشد را می‌گویند. ج) در هر n ضلعی تعداد قطرهای برابر است. د) در هر مثلث قائم‌الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر اندازه وتر است.	۱
۲	لوزی به طول ضلع ۴ سانتی‌متر و قطر ۵ سانتی‌متر رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید.)	۱
۳	ثابت کنید نیمسازهای زوایای هر مثلث هم‌رسند.	۱
۴	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، مقادیر x و y را مشخص کنید.	۱/۵
۵	طول ضلع‌های مثلث ABC، ۳ و ۵ و ۷ است. مثلث DEF با مثلث ABC متشابه است و طول کوچک‌ترین ضلع آن ۱۲ است. الف) محیط مثلث DEF چقدر است؟ ب) نسبت مساحت مثلث DEF به مساحت مثلث ABC چند است؟	۱
۶	در مثلث مقابل $BH = 9$ و $CH = 4$. اندازه‌های زیر را بدست آورید. الف) AH ب) AB ج) AC	۱/۵
۷	ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبرو برابرند.	۱/۵
۸	در متوازی‌الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسط‌های ضلع‌های AD و BC می‌باشند. چرا خط‌های MB و DN موازیند؟ به کمک آن ثابت کنید: $AP = PQ = QC$	۱/۵
۹	ثابت کنید سه میانه هر مثلث را به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند.	۱
۱۰	ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع مثلث با ارتفاع مثلث برابر است.	۱/۵
۱۱	در یک لوزی هر ضلع $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه‌های دو قطر $\frac{1}{3}$ است. مساحت لوزی را پیدا کنید.	۱

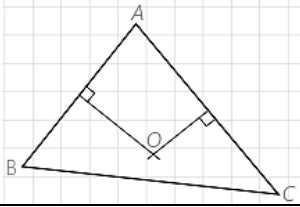
۱/۵	<p>با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.</p> 	۱۲
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) هرگاه خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع موازی باشد، با خود آن دو صفحه نیز موازی است. ب) اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد با صفحه گذرنده از آن دو خط متقاطع نیز موازی است. ج) هرگاه سه صفحه متمایز دوجه دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد. د) از هر نقطه غیر واقع بر یک خط راست، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.</p>	۱۳
۱	<p>تصویر جسم مقابل از نمای بالا را رسم کنید.</p> 	۱۴
۱/۵	<p>در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ (تصویر مناسبی رسم کنید). الف) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع آن. ب) دوران یک دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها. ج) دوران یک مستطیل حول طول آن.</p>	۱۵
۱/۵	<p>اگر در شکل روبرو هر ۶ وجه مکعب را با ۶ رنگ متفاوت رنگ آمیزی کنیم. آن‌گاه: الف) چند مکعب فقط یک وجه آن رنگی است؟ ب) چند مکعب هیچ یک از وجه‌هایش رنگ نشده است؟ ج) حداقل چند تا و حداکثر چند تا از مکعب کوچک برداشته شود تا نمای بالا بصورت  باشد؟</p> 	۱۶
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

« پاسخنامه »

۱- الف) روی نیمساز (ب) استنتاجی (ج) $\frac{n(n-3)}{2}$ (د) نصف

۲- ابتدا پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم می کنیم. پرگار را به اندازه ۴ سانتی متر باز کرده و از دو سر پاره خط دو کمان می زنیم. دو محل برخورد کمانها را به دو سر پاره خط وصل می کنیم.

۳- مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می گیریم. دو نیمساز زاویه های مثلث در نقطه O همدیگر را قطع می کنند.



(۱) نقطه O روی نیمساز زاویه A است. بنابراین $OX=OY$.

(۲) نقطه O روی نیمساز زاویه B است. بنابراین $OY=OZ$.

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم $OX=OZ$. بنابراین نقطه O روی نیمساز C قرار دارد. در نتیجه نیمسازهای زاویه های مثلث همسرند.

۴-

$$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{NM}{BC} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 20y-10 = 48 \Rightarrow y = 2.9$$

۵- از تشابه این دو مثلث و نسبت دو ضلع کوچک نتیجه می شود که نسبت تشابه مثلث DEF با مثلث ABC برابر $\frac{12}{3} = 4$ است. در نتیجه اضلاع مثلث DEF برابر است با ۱۲ و ۲۰ و ۲۸ است.

$$P_{DEF}^A = 12 + 20 + 28 = 60$$

$$\frac{S_{DEF}^A}{S_{ABC}^A} = \left(\frac{12}{3}\right)^2 = 16$$

الف)

ب)

۶-

$$AH^2 = BH \times HC = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

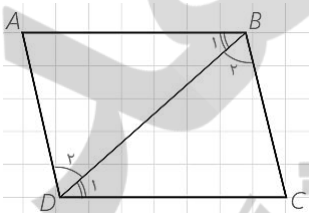
$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

الف)

ب)

ج)

۷- یکی از قطرهای متوازی الاضلاع را رسم می کنیم. طبق حالت (ز ض ز)



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \\ BD = BD \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

با توجه به هم نهستی بالا نتیجه می شود: $AB = DC$, $AD = BC$

۸- نقطه M و N را به هم وصل میکنیم. بوضوح خط MN موازی AB و DC است. با استفاده از همنهستی دو مثلث ABM و MND نتیجه میشود:

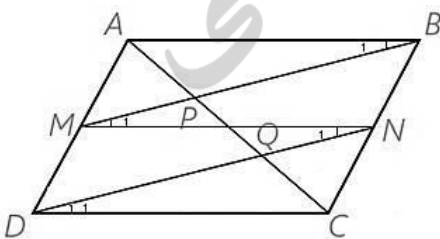
$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{N}_1 \\ \hat{M}_1 = \hat{N}_1 \end{cases} \Rightarrow BM \parallel DN$$

با استفاده از قضیه تالس داریم:

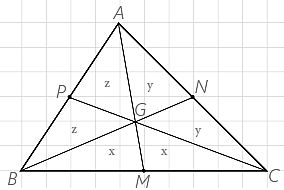
$$MP \parallel DQ \Rightarrow \frac{AP}{PQ} = \frac{AM}{MD} = 1 \Rightarrow AP = PQ$$

$$\Rightarrow AP = PQ = QC$$

$$BP \parallel NQ \Rightarrow \frac{CQ}{PQ} = \frac{NC}{NB} = 1 \Rightarrow QC = PQ$$



۹- سه میانه مثلثی مانند شکل روبرو را رسم می کنیم. با توجه با اینکه اگر هر نقطه روی میانه باشد و به دو سر ضلع مقابل وصل کنیم. دو مثلث هم مساحت بوجود می آید. از طرفی نقطه A روی میانه BC قرار دارد:



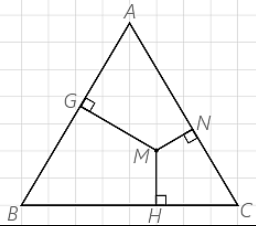
پس: $2z + x = 2y + x \Rightarrow z = y$

از طرف دیگر نقطه C روی میانه AB قرار دارد پس: $2x + z = 2y + z \Rightarrow x = y$. در نتیجه: $x = z = y$

۱۰- نقطه دلخواه M را درون مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a در نظر بگیرید.

سه خط عمود از آن نقطه M بر سه ضلع رسم می کنیم. از M به سه رأس مثلث وصل می کنیم. مساحت‌های مثلثهای AMB و AMC و BMC را حساب می کنیم.

در نتیجه: $GM + HM + NM = h_{ABC}$



-۱۱

$x^2 + 9x^2 = 40 \Rightarrow x = 2$

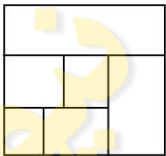
در نتیجه قطر کوچک ۴ و قطر بزرگ برابر ۱۲ است. بنابراین $S = \frac{4 \times 12}{2} = 24$

-۱۲

$S_1 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{9}{2} - 1 + 13$
 $S_2 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{5}{2} - 1 + 3$
 $\Rightarrow S = S_1 - S_2 = 12$

۱۳- الف) درست (ب) درست (ج) نادرست (د) نادرست

۱۴- نمای بالا



۱۵- الف) مخروطی به ارتفاع، ارتفاع مثلث و شعاع قاعده نصف قاعده مثلث
 ب) نیم مخروطی به ارتفاع، یکی از اضلاع قائمه و به شعاع قاعده، قاعده بزرگ دوزنقه
 ج) استوانه ای به ارتفاع طول مستطیل و شعاع قاعده عرض مستطیل

۱۶- الف) $9 \times 6 = 54$

ب) $9 \times 3 = 27$

ج) حداقل: $11 \times 5 = 55$

حداکثر: $125 - 14 = 111$