

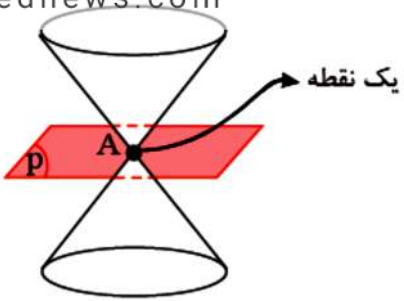
محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤالات		نمره
۱/۵	اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix}$ و $B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد حاصل $AB + BA$ کدام است؟		۱
۱/۵	اگر $X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد وارون $X$ کدام است؟		۲
۱/۵	اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $A - B$ کدام است؟		۳
۱	به ازای کدام مقدار $m$ معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} m & 2 \\ 3 & m+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+2 \\ 2 \end{bmatrix}$ جواب ندارد؟		۴
۱	حاصل $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{32} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^{48} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^5 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ کدام است؟		۵
۱	$m$ چقدر باشد تا دستگاه $\begin{cases} 3x - y = m \\ 6x - 2y = 3 \end{cases}$ دارای جواب باشد؟		۶
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix}$ دترمینان وارون $A$ کدام است؟		۷
۱	عرض از مبدأ خط $= 0$ کدام است $\begin{vmatrix} x & 10 & y \\ 3 & 10 & 1 \\ 4 & 10 & -1 \end{vmatrix}$ ؟		۸
۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ باشند حاصل $ 2A^3(B) ^{11}$ کدام است؟		۹
۱/۵	از رابطه ماتریسی $= 0$ $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}$ عدد غیر صفر $x$ ، کدام است؟		۱۰

۱/۵	دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۴ \\ ۳ & ۰ & ۵ \\ -۲ & ۶ & ۱ \end{bmatrix}$ ، کدام است؟	۱۱
۱/۵	چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟ $A$ و $B$ دو ماتریس مربع هم مرتبه اند. الف) $A^r + B^r = (A + B) \cdot (A^r - AB + B^r)$ ب) $\forall n \in \mathbb{N}; (AB)^n = A^n B^n$ پ) $A \Rightarrow (A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$ ماتریس اسکالر ت) $A \Rightarrow AB = BA$ ماتریس دلخواه و $B$ قطری ث) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} c & d \\ d & c \end{bmatrix}$ ، $\Rightarrow AB = BA$ .	۱۲
۲	اگر $(n - 1)x^2 + (5 - 2n)y^2 + (2m - 3)x + 11y = 2 - m^2$ معادله یک دایره باشد بیشترین مقدار صحیح $m + n$ کدام است؟	۱۳
۱	شعاع دایره $ax^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر دو است آنگاه: $K = ?$	۱۴
۱	اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور کند فصل مشترک حاصل کدام است؟	۱۵



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$(A - B)^T = A^T + B^T - (AB + BA)$ $\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - (AB + BA)$ $\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} - (AB + BA) \rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$	
۲	$X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow X = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow X^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$	
۳	$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = (B^{-1})^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $A - B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	
۴	$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \rightarrow m(m+5) = 6 \rightarrow m = 1$ <p>(زیرا) <math>\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \neq \frac{3}{2}</math></p>	
۵	<p>می دانیم برای به توان رساندن ماتریس های قطری، کافی است درایه های روی قطر اصلی را به توان مورد نظر برسانیم.</p> $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -I \times I \times I = -I$	
۶	$\begin{cases} 3x - y = m \\ 6x - 2y = 3 \end{cases} \quad \frac{3}{6} = \frac{-1}{-2}$ <p>چون تساوی برقرار است پس دستگاه یا جواب ندارد یا بی شمار جواب دارد.</p> <p>اگر <math>\frac{3}{6} = \frac{-1}{-2} = \frac{m}{3}</math> بی شمار جواب دارد که در نتیجه: <math>m = \frac{3}{2}</math></p>	
۷	$A = \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix} \rightarrow  A  = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $ A^{-1}  = \frac{1}{ A } = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x$	

$m_{AB} = \frac{3-4}{3-4} = -2$ $y - 1 = -2(x - 3) \Rightarrow y - 1 = -2x + 6 \Rightarrow y = -2x + 7 \Rightarrow ? = 7$	<p>۸</p>
$2^r  A^r   (B)^{11}  = 8 \times  A ^r \times  B ^{11} = 8  A ^r  B ^{11}$ $\begin{cases}  A  = -2 \\  B  = -1 \end{cases} \Rightarrow ? = 8 \times (-2)^r \times (-1)^{11} = +64$	<p>۹</p>
$[x \quad 2x \quad -1]_{1 \times r} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{r \times r} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{r \times 1} = 0$ $\Rightarrow [11x - 1 \quad -x - 2 \quad -3x]_{1 \times r} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix}_{r \times 1} = 0$ $\Rightarrow [11x^2 - x - 2x^2 - 4x + 3x] = 0 \Rightarrow 9x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(9x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{9} \end{cases}$	<p>۱۰</p>
$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = (0 + 10 + 72) - (-3 + 60 + 0) = 25$ <p style="text-align: center;">دو ستون اول</p>	<p>۱۱</p>
<p>۱- یکی از ماتریس‌ها، همانی یا اسکالر باشد. <math>\Leftarrow</math> مورد پ، صحیح است.</p> <p>۲- هر دو ماتریس قطری و هم‌مرتبه باشند. <math>\Leftarrow</math> مورد د، غلط است.</p> <p>۳- هر دو ماتریس به فرم <math>\begin{bmatrix} a &amp; b \\ b &amp; a \end{bmatrix}</math> و یا هر دو ماتریس به فرم <math>\begin{bmatrix} a &amp; b \\ -b &amp; a \end{bmatrix}</math> باشند <math>\Leftarrow</math> مورد د، صحیح است.</p> <p>۴- هر دو ماتریس هم‌مرتبه و حاصل ضرب آنها ماتریس اسکالر باشد یعنی <math>AB = kI</math>، در این حالت نیز <math>AB = BA</math> در نتیجه فقط موارد «پ»، «د»، یعنی دو مورد صحیح می‌باشند.</p>	<p>۱۲</p>
<p>در معادله دایره ضرایب <math>x^2</math> و <math>y^2</math> با یکدیگر برابرند. پس:</p> $n - 1 = 5 - 2n \rightarrow 3n = 6 \rightarrow n = 2$ $x^2 + y^2 + \underbrace{(2m - 3)}_a x + \underbrace{11}_b y + \underbrace{(m^2 - 2)}_c = 0$ $a^2 + b^2 > 4c \rightarrow (2m - 3)^2 + 11^2 > 4(m^2 - 2)$ $\rightarrow 4m^2 - 12m + 9 + 121 > 4m^2 - 8 \rightarrow 9 + 121 + 8 > 12m$ $\rightarrow 138 > 12m \rightarrow 11,5 > m \rightarrow m = 11 \text{ بیشترین مقدار صحیح برای } m$ $\rightarrow m + n = 11 + 2 = 13 \text{ بیشترین مقدار صحیح}$	<p>۱۳</p>
<p>در معادله دایره (ضریب <math>x^2</math> = ضریب <math>y^2</math>) پس: <math>a = 1</math></p> $C: x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ $R^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \Rightarrow 4 = \frac{4 + 16 + 4k}{4} \Rightarrow k = -1$	<p>۱۴</p>



امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : شهر روز رحیمی

جمع بارم : ۲۰ نمره

سازمانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی  
روزگار  
نیوز