saednews.com

276E

کد کنترل
276
E

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۹

رشتهٔ فوتونیک ـ کد (۲۲۳۹)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: فیزیک مدرن ـ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

saednews.com

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- طول عمر یک ذره در حال سکون $3ns$ است. اگر این ذره با تندی $0/8c$ نسبت به زمین در حرکت باشد، مسافتی که در طول عمر خود نسبت به ناظر ساکن در زمین طی می‌کند، چند متر است؟ (c سرعت نور در خلأ است.)

۱) ۰/۴

۲) ۰/۸

۳) ۱/۲

۴) ۲/۴

۲- ذره‌ای در راستای محور x با تندی $0/6c$ در حرکت است. در یک لحظه معین این ذره تلاشی یافته و از خود ذره دیگری گسیل می‌کند که هم راستا و هم جهت با حرکت ذره اولیه بوده و تندی آن نسبت به ذره اولیه $0/2c$ است. تندی ذره دوم نسبت به آزمایشگاه کدام است؟

۱) $0/34c$

۲) $0/40c$

۳) $0/69c$

۴) $0/80c$

۳- از دید ناظری که با سرعت $0/8c$ در امتداد سیم مستقیمی که دارای بار الکتریکی با توزیع یکنواخت است، حرکت می‌کند، چگالی بار سیم λ است. چگالی بار سیم از دید ناظر ساکن نسبت به سیم چقدر است؟

۱) $\frac{3}{5}\lambda$

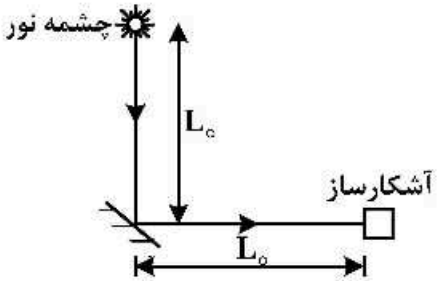
۲) $\sqrt{\frac{3}{5}}\lambda$

۳) $\frac{5}{3}\lambda$

۴) $\sqrt{\frac{5}{3}}\lambda$

saednews.com

۴- مطابق شکل زیر، جرقه نور تولید شده از چشمه نور پس از برخورد به آینه به یک آشکارساز می‌رسد. سرعت ناظری که فاصله زمانی بین این دو پدیده را کمینه اندازه می‌گیرد و مقدار این زمان کمینه به‌ترتیب چقدر است؟



۱) $\sqrt{۲}\frac{L_0}{c}\ ,\ \frac{۱}{۲}c$

۲) $\sqrt{۲}\frac{L_0}{c}\ ,\ \frac{\sqrt{۲}}{۲}c$

۳) $۲\frac{L_0}{c}\ ,\ \frac{۱}{۲}c$

۴) $۲\frac{L_0}{c}\ ,\ \frac{\sqrt{۲}}{۲}c$

۵- فوتونی با طول موج λ توسط ذره ساکنی به جرم m_0 جذب شده و ذره‌ای با جرم سکون $۵m_0$ تولید می‌شود. طول موج فوتون جذب شده چند برابر $\frac{h}{m_0c}$ است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$

۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۵}$

۴) $\frac{۱}{۲۴}$

۶- یکی از طول موج‌های گسیلی از خطوط طیف اتمی در کهکشان A، ۴۲۰ نانومتر است. طول موج مذکور بر روی طیف‌سنج زمینی ۶۰۰ نانومتر ثبت می‌شود. کهکشان B نیز دارای همان خط طیفی ۴۲۰ نانومتر است که بر روی طیف سنج زمینی ۸۴۰ نانومتر ثبت می‌شود، اگر هر دو کهکشان در یک جهت در حال دور شدن از زمین باشند، تندی کهکشان B نسبت به کهکشان A چند برابر c است؟

۱) ۰/۱۷

۲) ۰/۲۱

۳) ۰/۲۶

۴) ۰/۳۲

۷- یک لامپ تلویزیون با پتانسیل شتاب‌دهنده ۲۰kV کار می‌کند. بیشینهٔ انرژی پرتوهای ایکس تولید شده در این تلویزیون چند آنگستروم است؟

۱) ۲/۴

۲) ۱/۲

۳) ۰/۶

۴) ۰/۳

saednews.com

۸- دمای سطح خورشید $6000K$ و دمای سطح ستاره‌ای دیگر $3000K$ است. اگر توان تابشی این ستاره ۱۰۰ برابر توان تابشی خورشید باشد، شعاع ستاره چند برابر شعاع خورشید است؟

۱) ۱۶

۲) ۴۰

۳) ۱۶۰

۴) ۴۰۰

۹- تندی یک الکترون که $5\times10^{3}\ \frac{m}{s}$ است با خطای ۰/۰۰۲ درصد اندازه‌گیری شده است. با توجه به رابطه عدم قطعیت $\Delta x\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$، حداقل عدم قطعیت در تعیین مکان این الکترون تقریباً چند میلی‌متر است؟ $\left(m_e = 9\times10^{-31}\ kg\right)$

۱) ۰/۰۶

۲) ۶

۳) ۰/۶

۴) ۶۰

۱۰- ذرات آلفا با انرژی جنبشی $5MeV$ از یک ورقه طلا $(Z=79)$ به ضخامت یک میکرون پراکنده می‌شوند. مرتبه بزرگی کسری از ذرات آلفای فرودی که تحت زاویه $\theta \geq 90^{\circ}$ پراکنده می‌شوند، چقدر است؟ (جرم مولی طلا $197\frac{g}{mol}$، جرم حجمی طلا $19/3\frac{g}{cm^3}$ و $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1/44eV.nm$ است.)

۱) 10^{-2}

۲) 10^{-4}

۳) 10^{-6}

۴) 10^{-8}

۱۱- نسبت احتمال گسیل خودبه‌خودی به گسیل القایی برای دستگاهی متشکل از اتم‌ها و تابش گرمایی که در تعادل گرمایی در دمای اتاق $(T=300K)$ هستند، چقدر است؟

۱) ۰/۰۰۴

۲) ۱/۰۴

۳) ۰/۰۴

۴) ۱/۰۰۴

۱۲- در لامپ‌های LED تجاری که در ناحیه نورمرئی طراحی شده‌اند، نیمه‌رساناهای نوع n و p آن به‌ترتیب از راست به چپ از کدام مواد ساخته شده‌اند؟

۱) گالیم آلاییده با فسفر، گالیم آلاییده با آرسنیک

۲) گالیم آلاییده با آرسنیک، گالیم آلاییده با فسفر

۳) ژرمانیوم آلاییده با آرسنیک، گالیم آلاییده با فسفر

۴) سلسیوم آلاییده با فسفر، سلسیوم آلاییده با بیسموت

saednews.com

۱۳- در یک نیمه‌رسانای جامد، جرم الکترون در نوار رسانش $0/05m_e$ و جرم حفره در نوار ظرفیت $0/25m_e$ است که m_e جرم یک الکترون در خلأ است. اکسیتون حالت مقید تشکیل شده از یک الکترون در نوار رسانش و یک حفره در نوار ظرفیت است. انرژی حالت پایه اکسیتون در نیم‌رسانای معرفی شده تقریباً چند برابر انرژی حالت پایه اتم هیدروژن است؟

۱) ۰/۴
۲) ۲/۵
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۰۴

۱۴- نوری با بسامدی معین از یک لیزر گسیل می‌شود و بر نمونه‌ای از مولکول‌هایی که گشتاور لختی هر یک I است، می‌تابد. ترازهای انرژی هر مولکول را به‌صورت $\frac{j(j+1)\hbar^2}{2I}$ در نظر بگیرید. اگر در گذارهای چرخشی راسان $\Delta j = \pm 2$ باشد، اختلاف بسامد نور پراکنده شده با نور فرودی کدام دسته از مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟ (h ثابت پلانک است.)

۱) $\frac{4h}{4\pi^2 I}, \frac{3h}{4\pi^2 I}, \frac{2h}{4\pi^2 I}, \frac{h}{4\pi^2 I}$
۲) $\frac{5h}{4\pi^2 I}, \frac{3h}{4\pi^2 I}, \frac{-3h}{4\pi^2 I}, \frac{-5h}{4\pi^2 I}$
۳) $\frac{4h}{4\pi^2 I}, \frac{2h}{4\pi^2 I}, \frac{-2h}{4\pi^2 I}, \frac{-4h}{4\pi^2 I}$
۴) $\frac{5h}{4\pi^2 I}, \frac{4h}{4\pi^2 I}, \frac{3h}{4\pi^2 I}, \frac{2h}{4\pi^2 I}$

۱۵- در یک بمب هیدروژنی واکنش هم‌جوشی $5\,{}^2H \rightarrow {}^3He + {}^4He + {}^1H + 2n$ رخ می‌دهد. مقدار انرژی حرارتی تولید شده در این واکنش چند MeV است؟

$$\left(m_n = 941\frac{MeV}{c^2},\ m_{^2H} = 1878/5\frac{MeV}{c^2},\ m_{^3He} = 2813\frac{MeV}{c^2},\ m_{^4He} = 3733\frac{MeV}{c^2},\ m_{^1H} = 940\frac{MeV}{c^2}\right)$$

۱) ۲۴
۲) ۱۶
۳) ۱۶۰
۴) ۲۴۰

۱۶- دو عملگر $\hat{A}$ و $\hat{B}$ دارای خاصیت $\hat{A}f(q) = f(q+\ell)$ و $\hat{B}f(q) = f(-q)$ هستند. حاصل $\exp(\hat{A}\,\hat{B}\,\hat{A}^2\,\hat{B}\,\hat{A})f(q)$ کدام است؟

۱) $e^1 f(q)$
۲) $e^{-1} f(q)$
۳) $e^{\frac{q}{\ell}} f(q)$
۴) $e^{-\frac{q}{\ell}} f(q)$

saednews.com

۱۷- معادله شرودینگر مستقل از زمان برای ذره‌ای به جرم m در پتانسیل $V(\vec{r})$ در فضای تکانه برحسب $V(\vec{p})=\frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int V(\vec{r})\, e^{\frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar}} d^3r$ کدام است؟

۱) $\frac{p^2}{2m}\phi(\vec{p})+\iint V(\vec{p}')e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}'-\vec{p}).\vec{r}}\phi(\vec{p}')d^3r d^3p' = E\,\phi(\vec{p})$

۲) $\frac{P^2}{2m}\phi(\vec{p})+\int\int V(\vec{p}'-\vec{p})e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}'\ \ \vec{p}).\vec{r}}\phi(p')\,d^3r d^3p' = E\,\phi(\vec{p})$

۳) $\frac{P^2}{2m}\phi(\vec{p})+\int V(\vec{p}')\phi(\vec{p}')d^3p' = E\,\phi(\vec{p})$

۴) $\frac{p^2}{2m}\phi(\vec{p})+\int V(\vec{p}'-\vec{p})\phi(\vec{p}')d^3p' = E\,\phi(\vec{p})$

۱۸- هامیلتونی دستگاهی به‌صورت $H=\epsilon_1 a^\dagger a+\epsilon_2 b^\dagger b+\epsilon_{12}(a^\dagger b+b^\dagger a)$ است. عملگرهای a و b در روابط جابه‌جاگری $[a,b]=[a,b^\dagger]=0$ و پاد جابه‌جاگری $\{a,a\}=\{b,b\}=0$ و $\{a,a^\dagger\}=\{b,b^\dagger\}=1$ صدق می‌کنند. اگر عملگر N به شکل $N=a^\dagger a+b^\dagger b$ تعریف شود، در تصویر هایزنبرگ حاصل $\frac{dN}{dt}$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{i\epsilon_{12}}{h}(a^\dagger b+b^\dagger a)$

۳) $\frac{4i\epsilon_{12}}{\hbar}(a^\dagger a b^\dagger b)$

۴) $\frac{i\epsilon_{12}}{\hbar}(a^\dagger b-b^\dagger a)$

۱۹- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی به شکل $H=\hbar\omega(a^\dagger a+\frac{1}{2})+\hbar\Omega(a^\dagger+a)$ است که در آن ω و Ω ضرایبی مثبت هستند و $|a,a^\dagger|=1$. عملگر $b=a+\gamma I$ که γ ضریبی حقیقی و ثابت و I عملگر واحد است، چنان تعریف می‌شود که هامیلتونی به شکل $H=\hbar\omega b^\dagger b+\beta I$ درآید. مقدار ضریب‌های γ و β کدامند؟

۱) $\beta=\hbar(\frac{\omega}{2}+\frac{\Omega^2}{\omega})\ ,\ \gamma=\frac{\Omega}{\omega}$

۲) $\beta=h(\frac{\omega}{2}+\frac{\Omega^2}{\omega})\ ,\ \gamma=-\frac{\Omega}{\omega}$

۳) $\beta=\hbar(\frac{\omega}{2}-\frac{\Omega^2}{\omega})\ ,\ \gamma=\frac{\Omega}{\omega}$

۴) $\beta=h(\frac{\omega}{2}-\frac{\Omega^2}{\omega})\ ,\ \gamma=-\frac{\Omega}{\omega}$

saednews.com

۲۰- یک ذره با اسپین $\frac{۱}{۲}$ با ممان مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی وابسته به زمان $\vec{B}(t)$ که در راستای z است قرار می‌گیرد. اگر در لحظه $t = ۰$ بردار حالت ذره $\begin{pmatrix} \cos\alpha\ e^{-i\beta} \\ \sin\alpha\ e^{i\beta} \end{pmatrix}$ باشد، راستای $\hat{n}$ که اندازه‌گیری اسپین در آن راستا در لحظه دلخواه $t > ۰$ مقدار $+\frac{\hbar}{۲}$ را نتیجه دهد، کدام است؟ (θ و φ راستای $\hat{n}$ را در مختصات کروی مشخص می‌کنند.)

۱) $\theta = ۲\alpha\ ,\ \varphi = ۲\beta + \frac{۲\mu}{\hbar} B(t)$

۲) $\theta = ۲\alpha\ ,\ \varphi = ۲\beta + \frac{۲\mu}{\hbar}\int_{۰}^{t} B(t')\,dt'$

۳) $\theta = \alpha\ ,\ \varphi = \beta + \frac{\mu}{\hbar} B(t)$

۴) $\theta = \alpha\ ,\ \varphi = \beta + \frac{\mu}{\hbar}\int_{۰}^{t} B(t')\,dt'$

۲۱- ذره‌ای به جرم m درون استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع L محبوس است. در دستگاه مختصاتی که محور z منطبق بر محور استوانه و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز قاعده پایین استوانه باشد، تابع موج ذره در مختصات استوانه‌ای کدام است؟ (A ضریب بهنجارش، $J_m(x)$ و $N_m(x)$ توابع بسل و نویمن مرتبه m و k_{mv} برابر با vاُمین صفر تابع $J_m(x)$ یا $N_m(x)$ است. $\nabla^۲ = \frac{۱}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}) + \frac{۱}{\rho^۲}\frac{\partial^۲}{\partial\varphi^۲} + \frac{\partial^۲}{\partial z^۲}$)

۱) $\psi(\rho,\varphi,z) = A\, N_m\left(\frac{k_{mv}}{a}\rho\right)\sinh\left(\frac{n\pi z}{L}\right)\sin(m\varphi)$

۲) $\psi(\rho,\varphi,z) = A\, J_m\left(\frac{k_{mv}}{a}\rho\right)\sinh\left(\frac{n\pi z}{L}\right)e^{im\varphi}$

۳) $\psi(\rho,\varphi,z) = A\, N_m\left(\frac{k_{mv}}{a}\rho\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)\sin(m\varphi)$

۴) $\psi(\rho,\varphi,z) = A\, J_m\left(\frac{k_{mv}}{a}\rho\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)e^{im\varphi}$

۲۲- تبدیل فوریه انتشارگر ذره‌ای به جرم m به شکل زیر داده شده است.

$$\tilde{K}(x,x';E) = \int_{۰}^{\infty} dt\, e^{iEt/\hbar} K(x,t;x',۰) = A \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{\sin(nrx)\sin(nrx')}{E - \frac{\hbar^۲ r^۲}{۲m} n^۲}$$

که A و r ضریب‌های ثابتی هستند. این ذره تحت‌تأثیر چه پتانسیلی قرار دارد؟

۱) نوسانگر هماهنگ یک بعدی با بسامد زاویه‌ای $\frac{\hbar\pi^۲}{mr^۲}$

۲) چاه پتانسیل نامتناهی یک بُعدی با عرض $\frac{۱}{r}$

۳) چاه پتانسیل نامتناهی یک بُعدی با عرض $\frac{\pi}{r}$

۴) نوسانگر هماهنگ یک بُعدی با بسامد زاویه‌ای $\frac{\hbar}{mr^۲}$

saednews.com

۲۳- ویژه حالت تکانه زاویه‌ای مداری $|\ell=۲\ ,\ m=۰\rangle$ را در نظر بگیرید. فرض کنید این حالت به اندازهٔ θ حول محور y دوران یابد. $p(m)$ احتمال به‌دست آوردن حالت‌های جدید در ±۲ و ±۱ و $m=۰$ کدام است؟

۱) $p(۰)=\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۱)=\frac{۱}{۴}\sin^۲\theta\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۲)=\frac{۱}{۲}\sin^۲\theta$

۲) $p(۰)=\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۱)=\frac{۱}{۲}\sin^۲\theta\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۲)=\frac{۱}{۴}\sin^۲\theta$

۳) $p(۰)=\frac{۱}{۴}(۳\cos^۲\theta-۱)^۲\ ,\ p(\pm۱)=\frac{۳}{۲}\sin^۲\theta\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۲)=\frac{۳}{۸}\sin^۴\theta$

۴) $p(۰)=\frac{۱}{۴}(۳\cos^۲\theta-۱)^۲\ ,\ p(\pm۱)=\frac{۳}{۸}\sin^۲\theta\cos^۲\theta\ ,\ p(\pm۲)=\frac{۳}{۲}\sin^۴\theta$

۲۴- برای دو ذره ۱ و ۲ هر یک با اسپین $\frac{۱}{۲}$ حالت‌های $|\pm\rangle_۱$ $(|\pm\rangle_۲)$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای $\hat{S}_{۱z}$ و $\hat{S}_۱^۲$ $(\hat{S}_۲^۲\ ,\ \hat{S}_{۲z})$ هستند. اگر حالت $|s,m\rangle$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای $\hat{S}_z$ و $\hat{S}^۲$ باشد که $\hat{\vec{S}}=\hat{\vec{S}}_۱+\hat{\vec{S}}_۲$ و بنویسیم:

$$\begin{pmatrix}|۱,۱\rangle\\ |۱,۰\rangle\\ |۰,۰\rangle\\ |۱,-۱\rangle\end{pmatrix}=U\begin{pmatrix}|+\rangle_۱|+\rangle_۲\\ |+\rangle_۱|-\rangle_۲\\ |-\rangle_۱|+\rangle_۲\\ |-\rangle_۱|-\rangle_۲\end{pmatrix}$$

حاصل عملگر $e^{i\pi U}$ برحسب U و I (ماتریس ۴×۴ واحد) کدام است؟

۱) $-I$

۲) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}(-I+iU)$

۳) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}(I+iU)$

۴) iU

۲۵- اگر H هامیلتونی یک سیستم کوانتومی باشد، کدام سیستم دارای هر دو تقارن پاریته و وارونی زمان است؟ (α، β، γ، ξ و δ ضرایب حقیقی و $\vec{r}$ عملگر مکان، $\vec{p}$ عملگر تکانه خطی، $\vec{L}$ عملگر تکانه زاویه‌ای مداری و $\vec{S}$ عملگر اسپین ذاتی است.)

۱) $H=\alpha\vec{p}.\vec{r}-\frac{\gamma}{r}\vec{r}.\vec{S}$

۲) $H=\frac{p^۲}{۲m}+\frac{\beta}{r}\vec{L}.\vec{S}$

۳) $H=\alpha\dot{r}.\dot{p}+\frac{\delta}{r^۲}\vec{L}..\vec{S}$

۴) $H=\frac{p^۲}{۲m}+\xi\vec{p}.\dot{L}$

saednews.com

۲۶- بعضی از مولکول‌های دو اتمی (مثلاً NaCl) دارای گشتاور دو قطبی الکتریکی $\vec{p}$ هستند. در حضور میدان الکتریکی خارجی یکنواخت $E_0\hat{z}$ هامیلتونی مولکولی به شکل $H=\frac{L^2}{2I}-PE_0\cos\theta$ است که $L^2=L_x^2+L_y^2+L_z^2$، I لختی دورانی مولکول و θ زاویه قطبی در مختصات کروی است. تا اولین مرتبهٔ غیرصفر $\frac{P^2E_0^2I}{\hbar^2}$ انرژی حالت پایه این مولکول چقدر است؟ $\left(Y_1^0(\theta,\varphi)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta\ ,\ Y_0^0(\theta,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\right)$

۱) $-\frac{1}{3}\frac{P^2E_0^2I}{\hbar^2}$

۲) $\frac{3}{8}\frac{P^2E_0^2I}{\hbar^2}$

۳) $\frac{\hbar^2}{I}-PE_0+\frac{3}{8}\frac{P^2E_0^2I}{\hbar^2}$

۴) $\frac{\hbar^2}{I}-PE_0-\frac{1}{3}\frac{P^2E_0^2I}{\hbar^2}$

۲۷- ذره‌ای به جرم m در لحظهٔ $t=0$ ابتدا در حالت پایه چاه پتانسیل یک بُعدی بی‌نهایت که دیواره‌هایش در $x=0$ و $x=a$ است، قرار دارد. این ذره در بازه $0\le t<\infty$ تحت‌تأثیر پتانسیل اختلالی وابسته به زمان $V(x,t)=\beta x^2e^{-t/\tau}$ قرار می‌گیرد که τ و β ثابت‌های مثبتی هستند. تا مرتبه اول اختلال وابسته به زمان، احتمال این‌که در $t\to\infty$ ذره در اولین حالت برانگیخته انرژی باشد، چقدر است؟ [اگر $\langle x|1\rangle$ و $\langle x|2\rangle$ توابع موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ذره در چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی باشند $\langle 2|x^2|1\rangle=-\frac{16}{9}\frac{a^2}{\pi^2}$.]

۱) $\left(\frac{16a^2\tau\beta}{3\hbar\pi}\right)^2\left(1+\frac{3\hbar^2\pi^2\tau^2}{4m^2a^4}\right)^{-1}$

۲) $\left(\frac{4a^2\tau\beta}{9\hbar\pi^2}\right)^2\left(1+\frac{9\hbar^2\pi^2\tau^2}{2m^2a^4}\right)^{-1}$

۳) $\left(\frac{4a^2\tau\beta}{3\hbar\pi^2}\right)^2\left(1+\frac{3\hbar^2\pi^4\tau^2}{2m^2a^4}\right)^{-1}$

۴) $\left(\frac{16a^2\tau\beta}{9\hbar\pi^2}\right)^2\left(1+\frac{9\hbar^2\pi^4\tau^2}{4m^2a^4}\right)^{-1}$

saednews.com

۲۸- به روش وردش و با تابع موج آزمون $\psi(x)=\frac{1}{x^2+a^2}$ انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی $H=\frac{P^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ چقدر است؟ $\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+a^2)^n}=\frac{1\times3\times5\times\ldots\ldots(2n-3)}{2\times4\times6\times\ldots\ldots(2n-2)}\frac{\pi}{a^{2n-1}}\quad;\quad n=2,3,\ldots\ldots\right)$

۱) $\frac{1}{2}\hbar\omega$

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}\hbar\omega$

۳) $\sqrt{2}\hbar\omega$

۴) $2\hbar\omega$

۲۹- دامنهٔ پراکندگی ذرات پر انرژی به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ از پتانسیل یوکاوا $V(r)=V_0a\frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r}$ تاتقریب مرتبه اول بورن به شکل $f(\theta)\approx\frac{-2mV_0a^3}{\hbar^2}\frac{1}{1+4k^2a^2\sin^2\frac{\theta}{2}}$ است که θ زاویهٔ بین راستای موج (ذرات) فرودی و راستای مشاهده (آشکارساز) است. سطح مقطع کل پراکندگی کدام است؟

۱) $\left(\frac{4m^2V_0^2a^6}{\hbar^4}\right)4\pi(1+4k^2a^2)\ln(1+4k^2a^2)$

۲) $\left(\frac{4m^2V_0^2a^6}{\hbar^4}\right)4\pi\ln(1+4k^2a^2)$

۳) $\left(\frac{4m^2V_0^2a^6}{\hbar^4}\right)\frac{4\pi}{1+4k^2a^2}$

۴) $\left(\frac{4m^2V_0^2a^6}{\hbar^4}\right)\frac{4\pi(1+2k^2a^2)}{1+4k^2a^2}$

saednews.com

۳۰- در پراکندگی کشسان ذره‌ای به جرم m با انرژی $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ و تکانه زاویه‌ای $\ell=0$ (پراکندگی موج S) از پتانسیل متقارن و کروی $V(r)=\begin{cases}-V_0 & 0<r\le a\\ 0 & r\ge a\end{cases}$، $(V_0>0)$ تابع موج شعاعی در ناحیه $0<r\le a$ به‌صورت $R(r)=C_1\frac{\sin(qr)}{r}$ و در ناحیه $r\ge a$ به‌صورت $R(r)=C_2\frac{\sin(kr+\delta_0)}{r}$ است که $q^2=\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}$. سطح مقطع کل پراکندگی در انرژی‌های پایین $E\ll V_0$ کدام است؟

۱) $\pi a^2\left(\frac{\tan(qa)}{qa}+1\right)^2$

۲) $4\pi a^2\left(\frac{\tan(qa)}{qa}+1\right)^2$

۳) $\pi a^2\left(\frac{\tan(qa)}{qa}-1\right)^2$

۴) $4\pi a^2\left(\frac{\tan(qa)}{qa}-1\right)^2$

۳۱- مرزهای یک ناحیه دو بعدی (نامتناهی در امتداد z) $0\le x\le 1$ و $0\le y\le 1$ در پتانسیل صفر نگه داشته شده‌اند. در داخل حجم این ناحیه بار الکتریکی به‌طور یکنواخت توزیع شده است، به‌طوری‌که چگالی آن در واحد طول امتداد z، برابر واحد است. با تابع پتانسیل آزمون $\phi(x,y)=Axy(1-x)(1-y)$ و روش وردش بهترین مقدار A کدام است؟ (راهنمایی: وردش معادلهٔ $I[\phi]=\frac{1}{2}\int_V \vec{\nabla}\phi.\vec{\nabla}\phi dV-\int_V \rho\phi dV$ منجر به معادله پواسون می‌شود) $(\varepsilon_0=1)$

۱) $\frac{2}{5}$

۲) $\frac{4}{5}$

۳) $\frac{5}{2}$

۴) $\frac{5}{4}$

۳۲- بار نقطه‌ای Q در فاصله d از مرکز یک پوستهٔ رسانای کروی به شعاع R $(d>R)$ که در پتانسیل صفر نگه داشته شده است، قرار دارد. کار لازم برای بردن بار نقطه‌ای Q به فاصله بی‌نهایت از مرکز پوسته کروی چقدر است؟

۱) $\frac{Q^2R}{8\pi\in_0(d^2-R^2)}$

۲) $\frac{Q^2R}{4\pi\in_0(d^2-R^2)}$

۳) $-\frac{Q^2R}{8\pi\in_0(d^2-R^2)}$

۴) $-\frac{Q^2R}{4\pi\in_0(d^2-R^2)}$

saednews.com

۳۳- تابع گرین معادله لاپلاس برای فضای آزاد (بدون مرز) دو بُعدی (نامتناهی در امتداد z) در مختصات استوانه‌ای، $G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')$، کدام است؟ [راهنمایی: برای $x<1$ داریم $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}\cos n\theta=-\frac{1}{2}\ln(1-2x\cos\theta+x^2)$]

۱) $-2\ln\rho_< +2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right)^m\cos m(\varphi-\varphi')$

۲) $-2\ln\left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right)+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^m\cos m(\varphi-\varphi')$

۳) $-2\ln\rho_> +2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^m\cos m(\varphi-\varphi')$

۴) $-2\ln\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)+2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right)^m\cos m(\varphi-\varphi')$

۳۴- پتانسیل الکتریکی در فضای بین دو صفحهٔ تخت نامتناهی رسانا واقع در $z=0$ و $z=L$ که بار نقطه‌ای q در نقطهٔ $z=z_0$ $(0<z_0<L)$ از این فضا قرار دارد برحسب توابع بسل I_0 و K_0 کدام است؟ (دو صفحهٔ تخت رسانا در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند.)

۱) $\frac{q}{\pi\epsilon_0 L}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{2n\pi z_0}{L}\right)\sin\left(\frac{2n\pi z}{L}\right)K_0\left(\frac{2n\pi\rho}{L}\right)$

۲) $\frac{q}{\pi\epsilon_0 L}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)I_0\left(\frac{n\pi\rho}{L}\right)$

۳) $\frac{q}{\pi\epsilon_0 L}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right)K_0\left(\frac{n\pi\rho}{L}\right)$

۴) $\frac{q}{\pi\epsilon_0 L}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{2n\pi z_0}{L}\right)\sin\left(\frac{2n\pi z}{L}\right)I_0\left(\frac{2n\pi\rho}{L}\right)$

۳۵- بار الکتریکی Q به‌صورت غیریکنواخت روی سطح کره‌ای به شعاع R متناسب با $\sin^2\theta\cos^2\varphi$ توزیع شده است. θ و φ زاویه قطبی و سمتی در دستگاه مختصات کروی است که مبدأ آن منطبق بر مرکز کره است. بردار گشتاور دو قطبی الکتریکی وابسته به این توزیع بار کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{QR}{8}(3\hat{i}-2\hat{j})$

۳) $\frac{QR}{8}(3\hat{i}+\hat{k})$

۴) $\frac{3QR}{4}\hat{i}$

saednews.com

۳۶- پتانسیل الکتریکی یک توزیع بار در فضای اطراف آن تا مرتبهٔ چهار قطبی الکتریکی به‌صورت:

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi(\circ) + \sum_{i} x_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}(\circ) + \frac{1}{2}\sum_{i}\sum_{j} x_i x_j \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}(\circ) + \cdots$$

است. بارهای نقطه‌ای $+q$ و $-q$ به‌ترتیب در نقاط $z=a$ و $z=-a$ از محور z واقع‌اند. انرژی الکتریکی برهم‌کنش بارهای نقطه‌ای با توزیع بار تا مرتبهٔ چهار قطبی کدام است؟

۱) $2a\,q\frac{\partial \phi}{\partial z}(\circ)$

۲) $2q\,\phi(\circ) + a^2 q\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(\circ)$

۳) $2a\,q\frac{\partial \phi}{\partial z}(\circ) + a^2 q\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(\circ)$

۴) $2q\,\phi(\circ) + 2a\,q\frac{\partial \phi}{\partial z}(\circ) + a^2 q\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(\circ)$

۳۷- برای یک توزیع بار حجمی در فضا با چگالی $\rho(\vec{r}) = \rho_\circ \left(\frac{r}{R}\right)^2 e^{-\frac{r}{R}} \cos^2\theta$، کدام‌یک از گشتاورهای چند قطبی کروی q_{lm} غیرصفراند؟ ((r,θ,φ) مختصات کروی یک نقطه از فضا است.)

$$Y_{\circ\circ} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\ ,\ Y_{1\circ} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta\ ,\ Y_{2\circ} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}(3\cos^2\theta - 1)\ ,\ Y_{3\circ} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{4\pi}}(5\cos^2\theta - 3)\cos\theta$$

۱) $q_{2,\circ}\ ,\ q_{1,\circ}\ ,\ q_{\circ\circ}$

۲) $q_{3,\circ}\ ,\ q_{1,\circ}$

۳) $q_{3,\circ}\ ,\ q_{2,\circ}\ ,\ q_{1,\circ}$

۴) $q_{2,\circ}\ ,\ q_{\circ\circ}$

saednews.com

۳۸- در ناحیه‌ای خارج از مبدأ مختصات توزیع جریانی به شکل $\vec{J} = J(r,\theta)\hat{\varphi}$ (در مختصات کروی) وجود دارد. پتانسیل برداری مغناطیسی در نقاط داخل این توزیع جریان کدام است؟

$$Y_{\ell m}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}}\, P_\ell^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

$$\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = 4\pi\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{1}{2\ell+1}\frac{r_<^\ell}{r_>^{\ell+1}}\, Y_{\ell m}^*(\theta',\varphi')Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$$

۱) $\vec{A}(r,\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{1}{\ell(\ell+1)}\left[\int d^3x'\, r'^{(-\ell-1)}\, P_\ell^m(\cos\theta')J(r',\theta')\right] r^\ell P_\ell^m(\cos\theta)\hat{\theta}$

۲) $\vec{A}(r,0) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{1}{\ell(\ell+1)}\left[\int d^3x'\, r'^{(-\ell-1)}P_\ell^1(\cos\theta')J(r',\theta')\right] r^\ell P_\ell^1(\cos\theta)\hat{\varphi}$

۳) $\vec{A}(r,\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{1}{\ell(\ell+1)}\left[\int d^3x'\, r'^{\ell}\, P_\ell^m(\cos\theta')J(r',\theta')\right] r^\ell P_\ell^m(\cos\theta)\hat{\theta}$

۴) $\vec{A}(r,\theta) = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{1}{\ell(\ell+1)}\left[\int d^3x'\, r'^{\ell}P_\ell^1(\cos\theta')J(r',\theta')\right] r^\ell P_\ell^1(\cos\theta)\hat{\varphi}$

۳۹- اگر $\Phi(\vec{x},t)$ و $\vec{A}(\vec{x},t)$ به‌ترتیب پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی و $\rho(\vec{x},t)$ چگالی حجمی بار الکتریکی باشند، در چه شرایطی رابطهٔ $\nabla^2\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ در محیط خلأ برقرار است؟

۱) به شرط آن‌که $\vec{\nabla}.\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0$ باشد.

۲) به شرط آن‌که $\vec{\nabla}\Phi + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = 0$ باشد.

۳) به شرط آن‌که $\vec{\nabla}.\vec{A} = 0$ باشد.

۴) همواره برقرار است.

۴۰- اگر $[\rho(\vec{x}',t')]_{ret} = \rho(\vec{x}',t-\frac{R}{c})$ باشد که در آن $\vec{R} = \vec{x}-\vec{x}'$ و $R = |\vec{R}|$، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $\vec{\nabla}'[\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}'\rho]_{ret} - \rho\frac{\dot{R}}{R^2}$

۲) $\vec{\nabla}'[\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}'\rho]_{ret} + \frac{1}{c}\left[\frac{\partial\rho}{\partial t'}\right]_{ret}\frac{\dot{R}}{R}$

۳) $\vec{\nabla}'|\rho|_{ret} = |\vec{\nabla}'\rho|_{ret} + \rho\frac{\vec{R}}{R^2}$

۴) $\vec{\nabla}'[\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}'\rho]_{ret} - \frac{1}{c}\left[\frac{\partial\rho}{\partial t'}\right]_{ret}\frac{\vec{R}}{R}$

saednews.com

۴۱- یک موج تخت الکترومغناطیسی با بسامد زاویه‌ای ω از فضای آزاد با ضریب شکست $n = 1$ عمود بر سطح یک ماده غیرمغناطیسی $(\mu = \mu_0)$ رسانا که رسانندگی آن σ است می‌تابد. ضریب شکست این ماده $n' = c\sqrt{\epsilon\mu}$ است که $\epsilon \simeq \frac{i\sigma}{\omega}$. اگر E_0 دامنه موج فرودی و E''_0 دامنه موج بازتابی باشد، کدام عبارت بیانگر ضریب بازتاب $R = \left|\frac{E''_0}{E_0}\right|^2$ برحسب عمق پوسته $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$ است؟

۱) $\frac{4c^4 + 2c^2\delta^2\omega^2}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$

۲) $\frac{2c^2\delta^2\omega^2 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$

۳) $\frac{4c^4 + 2c^2\delta^2\omega^2 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$

۴) $\frac{4c^4 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$

۴۲- یک سیم مستقیم نامتناهی در امتداد محور z در نظر بگیرید. اگر جریانی به‌صورت $I(t) = q_0\delta(t)$ از سیم بگذرد که t زمان و $\delta(t)$ تابع دلتای دیراک است، میدان الکتریکی در نقطه‌ای از فضا به فاصلهٔ ρ $(t > \frac{\rho}{c})$ از سیم کدام است؟

۱) $\frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{c^2t^2 - \rho^2}}\hat{z}$

۲) $\frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi}\frac{ct}{\rho\sqrt{c^2t^2 - \rho^2}}\hat{z}$

۳) $\frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi}\frac{ct}{(c^2t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{z}$

۴) $\frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi}\frac{ct - \rho}{(c^2t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{z}$

۴۳- سرعت الکترونی به جرم m و بار الکتریکی $-e$ از مقدار اولیه v_0 با شتاب کند شونده ثابت a به صفر می‌رسد. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه آن به‌صورت تابش تلف می‌شود؟ (فرض کنید $v_0 \ll c$)

۱) $\frac{2e^2\mu_0 a}{3\pi m v_0 c}$

۲) $\frac{e^2\mu_0 a}{3\pi m v_0 c}$

۳) $\frac{e^2 a v_0}{3\pi\varepsilon_0 c^3}$

۴) $\frac{e^2 a v_0}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$

saednews.com

۴۴- دو عدد دو قطبی الکتریکی واقع در مبدأ مختصات به‌صورت $\vec{P}_1 = P_0 \cos\omega t\,\hat{i}$ و $\vec{P}_2 = (P_0\cos\phi_0\hat{i} + P_0\sin\phi_0\hat{j})\sin\omega t$ با زمان نوسان می‌کنند که $\hat{i}$ و $\hat{j}$ بردارهای یکه‌اند. در فواصل دور موج تابشی در $\theta = \frac{\pi}{2}$ دارای چه قطبشی است؟ (θ و ϕ به‌ترتیب زوایای قطبی و سمتی بردار مکان $\vec{r}$ در مختصات کروی‌اند، میدان الکتریکی دو قطبی $\vec{P}(t) = \vec{p}\cos\omega t$ در فواصل دور $\vec{r} = r\hat{r}$ متناسب است با $\vec{E}(\vec{r},t) \sim Re\left[(\hat{r}\times\vec{p})\times\hat{r}\frac{e^{i(kr-\omega t)}}{r}\right]$.)

۱) خطی

۲) دایروی

۳) بیضوی

۴) بسته به مقدار ϕ_0 هر یک از قطبش‌های خطی، دایروی و بیضوی امکان‌پذیر است.

۴۵- سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی یک موج الکترومغناطیسی تخت تک‌فام فرودی، $\vec{E} = \vec{\epsilon}_0 E_0 e^{ik\hat{n}_0.\vec{x}-i\omega t}$، از یک هدف کوچک تا اولین جملات غیرصفر به‌صورت $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^4}{(4\pi\varepsilon_0 F_0)^2}\left|\vec{\epsilon}^{\,*}.\vec{p} + \frac{1}{c}(\hat{n}\times\vec{\epsilon}^{\,*}).\vec{m}\right|^2$ است که $\hat{n}_0$، $\vec{\epsilon}_0$، $\hat{n}$ و $\vec{\epsilon}$ به‌ترتیب راستای انتشار و قطبش موج فرودی و موج پراکنده شده می‌باشد. همچنین $\vec{p}$ و $\vec{m}$ بردار گشتاور دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی القایی هدف است. برای یک کره دی‌الکتریک غیرمغناطیسی کوچک به شعاع a و ثابت دی‌الکتریک K داریم $\vec{p} = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{K-1}{K+2}\right)a^3\vec{E}$. سطح مقطع پراکندگی کل کدام است؟

۱) $\frac{2\pi}{3}k^4a^6\left(\frac{K-1}{K+2}\right)^2$

۲) $2\pi k^4a^6\left(\frac{K-1}{K+2}\right)^2$

۳) $\frac{4\pi}{3}k^4a^6\left(\frac{K-1}{K+2}\right)^2$

۴) $\frac{8\pi}{3}k^4a^6\left(\frac{K-1}{K+2}\right)^2$