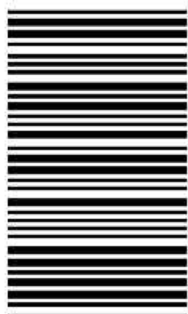


کد کنترل

325

E



325E

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی صنایع – کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲۰۱) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای ماتریس A با کدام ویژگی، لزوماً بردار x ای وجود ندارد که به ازای آن فاصله اقلیدسی بردار Ax از بردار b مساوی صفر شود؟

$$(1) |AA^T| = |A^T A| = 0$$

(۲) Λ معکوس پذیر باشد.

(۳) A دارای رتبه ستونی کامل و $AA^T = 0$ باشد.

(۴) Λ دارای رتبه سطری کامل باشد ولی معکوس پذیر نباشد.

۲- در یک اورژانس شبانه‌روزی، حداقل تعداد کارکنان مورد نیاز در هر یک از ۶ بازه ۴ ساعته ۶-۲، ۲-۱۰، ۱۰-۱۴، ۱۴-۱۸، ۱۸-۲۲ و ۲۲-۲۴ در طی یک شبانه‌روز با توجه به داده‌های تاریخی تخمین زده شده است. هر کارکن تنها باید ۸ ساعت متوالی در روز کار کند. در صورتی که به دنبال تعیین کمترین تعداد کارکنان مورد نیاز با استفاده از برنامه‌ریزی خطی باشیم، مدل حاصل چند محدودیت اصلی (غیر از محدودیت‌های دامنه متغیرها) خواهد داشت؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳- یک مسئله سرمایه‌گذاری در قالب زیر مدل شده است:

$$\max z = 2/1x_1 + 1/5x_2 + 1/15x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 33/5x_1 + 25x_2 + 17/5x_3 \leq 780$$

$$x_1 + 0/8x_2 + 1/5x_3 \leq 40$$

که در آن هر سه متغیر، عدد صحیح نامنفی هستند. چنانچه بخواهیم متغیر x_2 را براساس متغیرهای صفر و یک بیان کنیم، حداقل چه تعداد متغیر نیاز است؟

(۱) ۷

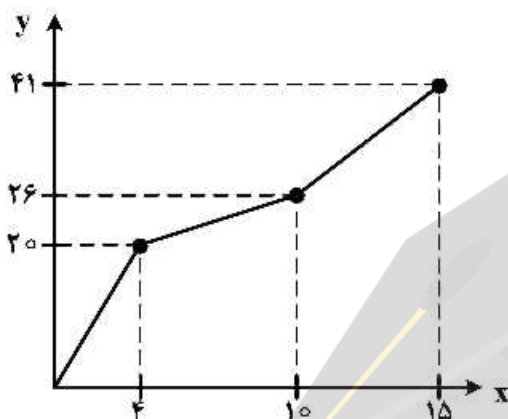
(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۴- همان طور که در نمودار زیر نمایش داده شده است، کمیت y تابعی از متغیر مستقل x است. به منظور مدل سازی خطی این رابطه، متغیر x را به صورت $d_1 + d_2 + d_3$ می توان نوشت که در این صورت رابطه خطی $y = 5d_1 + d_2 + 3d_3$ را خواهیم داشت. کدام دسته از محدودیت ها برای تکمیل مدل سازی لازم است؟

$(w_1, w_2 \in \{0, 1\})$



$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4w_2$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (2)$$

$$5w_2 \leq d_3 \leq 5$$

$$0 \leq d_1 \leq 4w_1$$

$$6w_1 \leq d_2 \leq 6w_2 \quad (3)$$

$$0 \leq d_2 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6w_1 \quad (4)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

۵- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } \|x\|_p \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

که در آن تمامی $c_1, \dots, c_n$ غیر صفر و $\|x\|_p$ برای هر $p > 0$ به شکل زیر تعریف می شود:

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

اگر $z^*(p)$ مقدار بهینه مدل فوق باشد، آنگاه این کمیت نسبت به p تابعی است.

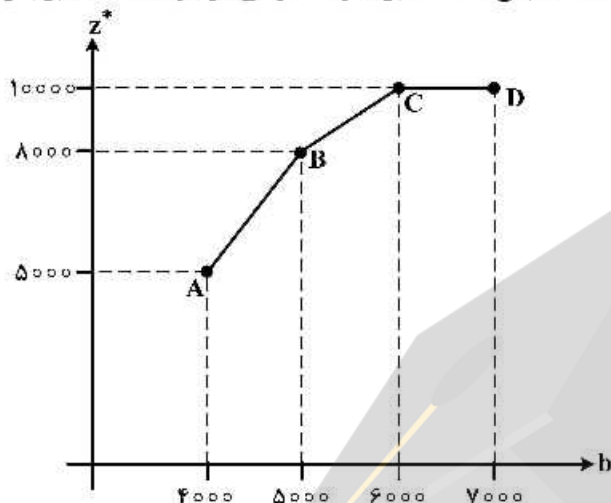
(۲) صعودی

(۱) نزولی

(۴) اکیداً صعودی

(۳) اکیداً نزولی

۶ در یک مدل برنامه‌ریزی خطی با تابع هدف بیشینه‌سازی، منحنی تغییرات مقدار بهینه تابع هدف Z^* بر حسب مقدار سمت راست یک محدودیت نامساوی $\leq$ که آن را b می‌نامیم، به صورت زیر نمایش داده شده است. قیمت سایه‌ای (shadow price) این محدودیت در بازه A تا D تابعی بوده و مقدار آن در بازه B تا C برابر است.



(۱) غیرنزولی، ۳

(۲) غیرنزولی، ۳۰۰۰

(۳) غیرصعودی، ۲

(۴) غیرصعودی، ۲۰۰۰

۷ جدول سیمپلکس مرتبط با یک مدل برنامه‌ریزی خطی بیشینه‌سازی با تابع هدف $Z = bx_1 + x_2 + 4x_3$ به صورت زیر است. جواب s_1, s_2, x_1, x_2, x_3 متناظر با این جدول چه وضعیتی دارد؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS
	۳	۱۰			۱	۰
	۰/۸	-۰/۲۵				۴
Z	۹	a	۰	۰	۳	۱۶

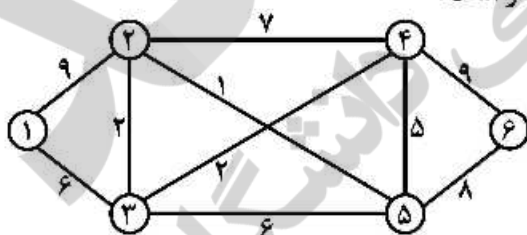
(۱) بهینه غیرتابه‌ایده

(۲) بهینه غیریکتا

(۳) بهینه تابه‌ایده

(۴) غیربهینه تابه‌ایده

۸ در شبکه زیر، گره‌ها نشان‌دهنده روستاهای یک منطقه جغرافیایی است و اعداد روی یال‌ها هزینه احداث جاده بین دو روستا (در صورت امکان) را نشان می‌دهد. هدف برقراری راه ارتباطی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم بین تمام روستاهاست. حداقل سرمایه‌گذاری لازم برای این پروژه چقدر است؟



(۱) ۲۳

(۲) ۲۱

(۳) ۱۹

(۴) ۱۶

۹ چه تعداد از توابع زیر همواره محدب هستند؟

$$e^{ax} \quad (a \in \mathbb{R}) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x^{-a} \quad (a < 0) \quad x > 0$$

$$|x|^a \quad (a > 0) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x \log x \quad x > 0$$

$$\log x \quad x > 0$$

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

- ۱۰- در یک مسئله حمل‌ونقل که هزینه‌های ارسال کالا و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است، به ازای چه مقادیری از λ جواب حاصل از روش گوشه شمال غربی بهینه است؟

عرضه \ مقصد \ مبدأ	۱	۲	۳	
۱	$5-\lambda$	۱۱	۹	۱۰
۲	۱۳	۷	۳	۲۰
۳	۲۱	۱۴	۶	۳۰
تقاضا	۲۵	۱۵	۲۰	

$$(1) \lambda \leq 5$$

$$(2) \lambda \leq 8$$

$$(3) \lambda \geq -18$$

$$(4) \lambda \geq -12$$

- ۱۱- اگر ماتریس A معین مثبت باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

$$(1) A^k \text{ (عدد طبیعی دلخواه) معین مثبت است.}$$

$$(2) \text{ماتریس } B \text{ وجود دارد که } A = B^T B \text{ است.}$$

$$(3) \text{به ازای هر بردار } x, \lambda + xx^T \text{ معین مثبت است.}$$

$$(4) \text{بزرگ‌ترین درایه در هر سطر، روی قطر اصلی قرار دارد.}$$

- ۱۲- در یک شرکت رنگ‌سازی هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تهیه یک رنگ، بستگی به رنگ ساخته شده قبلی توسط آن دستگاه دارد. کمترین هزینه برای ساخت سه رنگ سیاه، قرمز و سفید چقدر است؟

هزینه ساخت

رنگ ساخته شده قبلی	رنگ سیاه	قرمز	سفید
هیچ‌کدام	۱۰	۸	۶
سیاه	—	۹	۸
قرمز	۱۳	—	۷
سفید	۱۱	۱۰	—
سیاه و قرمز	—	—	۱۱
سیاه و سفید	—	۱۲	—
قرمز و سفید	۱۴	—	—

$$(1) 29$$

$$(2) 32$$

$$(3) 30$$

$$(4) 27$$

- ۱۳- در کمینه‌سازی تابع $f(x, y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$ با استفاده از روش گرادیان در یک تکرار در صورت شروع از

$$\text{نقطه } (2, 3)^T, \text{ چه میزان تابع هدف بهبود می‌یابد؟}$$

$$(1) 4$$

$$(2) 6$$

$$(3) 8$$

$$(4) 12$$

۱۴- فرض کنید z^* مقدار بهینه مدل زیر است:

$$P \quad \min z = f(x) \\ \text{s.t. } x \in S$$

که در آن $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ می باشد. همچنین فرض کنید w_k^* برای $k = 1, \dots, n-1$ مقادیر بهینه مدل های زیر هستند:

$$L_k \quad \min w_k = x_k \\ (k \geq 2) \text{ s.t. } x \in S$$

$$L_1 \quad \min w_1 = x_1 \\ \text{s.t. } x \in S$$

$$f(x) = z^*$$

$$f(x) = z^*$$

$$x_1 = w_1^*, \dots, x_{k-1} = w_{k-1}^*$$

آنگاه:

- (۱) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k بهینه است.
- (۲) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k لزوماً بهینه نیست.
- (۳) جواب های بهینه مدل های P و L_k با هم هم پوشانی ندارند.
- (۴) هر جواب بهینه مدل P حداقل برای یکی از L_k بهینه است.

۱۵- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i \quad i=1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n e_{ij} x_j &\leq d_i \quad i=m+1, \dots, q \\ x_j &\geq 0 \quad j=1, \dots, n. \end{aligned}$$

فرض کنید y_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i=1, \dots, m$ و w_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i=m+1, \dots, q$ باشد. همچنین در نظر بگیرید، x^* یک جواب بهینه برای مدل فوق است و y_i^* و w_i^* جواب های بهینه دوگان متناظر هستند. برای کدام c'_j ، جواب x^* برای مدل زیر بهینه باقی می ماند؟

$$\begin{aligned} \max \quad z &= \sum_{j=1}^n c'_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i \quad i=1, \dots, m \\ x_j &\geq 0 \quad j=1, \dots, n. \end{aligned}$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۲)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \quad (۱)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* + \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۴)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۳)$$

۱۶- برای داده‌های ۸، ۱۰، ۶، ۸، ۵، ۴، ۳ و ۴، میانگین قدر مطلق انحراف‌ها از میانه کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{5}{9}$

۱۷- ۶ نفر به ترتیب وارد یک اتاق می‌شوند. احتمال اینکه فرد a بعد از فرد b (و نه حتماً بلافاصله) وارد شود، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۱۸- از ظرفی شامل ۴ توپ قرمز، ۲ توپ سفید و ۲ توپ آبی، ۴ توپ به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این که از هر رنگ حداقل یک توپ انتخاب شود، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{8}$

(۲) $\frac{4}{7}$

(۳) $\frac{1}{32}$

(۴) $\frac{5}{32}$

۱۹- روی ۱۰ کارت اعداد ۱ تا ۱۰ نوشته شده و در یک ردیف و به تصادف چیده می‌شوند. به‌طور متوسط چند کارت حاوی اعداد زوج در جای خود قرار می‌گیرند؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{8}{20}$

(۳) $\frac{9}{20}$

(۴) $\frac{11}{20}$

۲۰- فرض کنید واریانس $X - 2$ مساوی ۵ و متوسط (میانگین) $\frac{1}{4}X + 2$ مساوی ۴ باشد، متوسط $X^2 + X + 1$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۲۴

(۴) ۲۶

۲۱- یک پرندۀ Y تا تخم می‌گذارد. فرض کنید $Y \sim p(\lambda)$ هر تخم با احتمال p به یک جوجه زنده منجر می‌شود. اگر X تا از جوجه‌ها زنده بمانند، میانگین X کدام است؟

(۱) λ

(۲) λp

(۳) $\lambda + p$

(۴) $\frac{\lambda p}{2}$

۲۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر است. مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+3}{8} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۴) $\frac{23}{16}$

(۱) $\frac{7}{16}$

(۳) $\frac{27}{16}$

۲۳- فرض کنید (X, Y) یک متغیر تصادفی نرمال با اطلاعات $X \sim N(10, 12)$ ، $Y \sim N(-5, 5)$ و $\text{cov}(X, Y) = 4$ باشند. مقدار $P(X + Y > 5)$ کدام است؟ ($\Phi(\cdot)$ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

(۱) $\Phi(0.5)$

(۲) $1 - \Phi(0)$

(۳) $2\Phi(0) - 1$

(۴) $\frac{1}{2}(1 - \Phi(0))$

۲۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی $X \sim F(60, 1)$ و $Y \sim t(60)$ داده شده‌اند؛ به‌طوری‌که در رابطه زیر صدق می‌کنند.

$$4P\{Y > 2\} = P\{X > 62.79\} = 0.1$$

مقدار $P\{\frac{1}{X} < 4\}$ ، کدام است؟

(۱) ۰.۹۷۵

(۲) ۰.۹۹

(۳) ۰.۹۵

(۴) ۰.۷۵

۲۵- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Beta}(\theta, 1)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر

ماکزیمم درست‌نمایی $\frac{1}{\theta}$ ، کدام است؟ $\theta > 0, 0 < x < 1$ ، $F_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$

$$\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۴)$$

۲۶- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است. مقدار $p(X + Y \leq 1 | X \leq \frac{1}{2})$ کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

۲۷- فرض کنید $X \sim U(0, \theta)$ باشد. اگر بازه $(0, kX)$ یک بازه اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای θ باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{\alpha} \quad (۱)$$

$$\alpha \quad (۲)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \quad (۳)$$

$$1-\alpha \quad (۴)$$

۲۸- یافته‌های زیر، خلاصه اطلاعات به دست آمده از دو نمونه تصادفی مستقل از دو جمعیت نرمال با واریانس‌های

یکسان هستند. برای آزمون برابری میانگین‌ها، مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$n = ۲۱, \bar{x} = ۳۳, s_1 = ۵$$

$$m = ۳۱, \bar{y} = ۳۵, s_2 = ۴$$

$$\sqrt{\frac{۱۵ \times ۳۱}{۷ \times ۲۶}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{۲۱ \times ۳۱}{۵ \times ۲۶}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{۱۵ \times ۳۱}{۸ \times ۲۶}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{۵ \times ۳۱}{۷ \times ۲۶}} \quad (۳)$$

- ۲۹- فرض کنید $X \sim \text{Bin}(5, p)$ باشد. برای آزمون $H_0: p = \frac{1}{3}$ در مقابل $H_1: p = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم $X \geq k$ و $x = 4$ مشاهده شود، $-p$ مقدار (p-value) آزمون کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{81}$
(۲) $\frac{32}{81}$
(۳) $\frac{11}{243}$
(۴) $\frac{32}{243}$

- ۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, 2, \dots, 10$ ، مقدار آماره آزمون از جدول آنالیز واریانس مدل برابر ۴ به دست آمده است. ضریب تعیین کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{3}{4}$

- ۳۱- ۵ نقطه تقاضا با وزن یکسان در شهر وجود دارد. می‌خواهیم یک مکان سرویس برای امداد جابایی کنیم. (با فرض فاصله مختصاتی) مکان بهینه کدام است؟ در صورتی که مختصات نقاط تقاضا به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} p_1 = (3, 2) & w_1 = 1 \\ p_2 = (6, 2) & w_2 = 1 \\ p_3 = (4, 4) & w_3 = 1 \\ p_4 = (8, 1) & w_4 = 1 \\ p_5 = (5, 7) & w_5 = 1 \end{cases}$$

- (۲) جواب مسئله یک سطح مربع یا مستطیل است.
(۴) جواب مسئله یک نقطه است.

- (۱) جواب مسئله یک پاره خط است.
(۳) جواب مسئله یک خط است.

۳۲- قرار است ۳ تسهیل جدید که با یکدیگر در ارتباطند بین تسهیلات موجود مستقر شوند. اگر x بیانگر محل قرارگیری مختصه x تسهیل جدید j ام باشد و تابع هدف مسئله با در نظر گرفتن فاصله متعامد به صورت زیر نوشته شود:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5|x_1| + 3|x_1 - 4| + |x_2 - 3| + 6|x_2 - 6| + 2|x_2 - 10| \\ + 2|x_3| + 3|x_3 - 10| + 4|x_1 - x_2| + 3|x_2 - x_3|$$

در صورتی که مختصه x تسهیلات جدید ۱ و ۳ به ترتیب بر روی ۳ و ۴ قرار گیرد $(x_1 = 3, x_3 = 4)$ ، آنگاه مقدار بهینه x_2 کدام گزینه است؟

- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۸
(۴) ۱۰

۳۳- تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی **ABSMODEL I** که به منظور فرموله کردن مسئله طراحی استقرار تک ردیفه استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

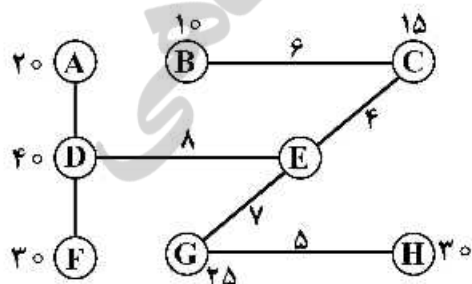
$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} f_{ij} |x_i - x_j|$$

$$s.t.: |x_i - x_j| \geq \alpha(l_i + l_j) + d_{ij}, \forall i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$$

در یک مسئله‌ای با n تسهیل جدید، حداکثر تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های مسئله **LMIP I** کدام گزینه است؟

- (۱) $\binom{n}{2}, n$
(۲) $\binom{n}{2}, (n+2)\binom{n}{2}$
(۳) $2\binom{n}{2}, n + \binom{n}{2}$
(۴) $3\binom{n}{2}, (n+3)\binom{n}{2}$

۳۴- در شبکه داده شده زیر، تقاضای گره **E** چند درصد تقاضای گره **D** باشد تا مسئله **median-1**، جواب بهینه چندگانه داشته باشد؟



- (۱) ۱۰٪
(۲) ۲۵٪
(۳) ۵۰٪
(۴) ۱۰۰٪

۳۵- چنانچه در یک مسئله پوشش کامل مجموعه، ماتریس ضرایب به صورت زیر باشد، آنگاه با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مدل، ماتریس کاهش یافته چند در چند خواهد بود؟

	A	B	C	D	E	F
A	۱	۱	۱	۱	۰	۰
B	۱	۱	۱	۱	۱	۰
C	۱	۱	۱	۰	۱	۱
D	۱	۱	۰	۱	۱	۱
E	۰	۱	۱	۱	۱	۱
F	۰	۰	۱	۱	۱	۱

۵×۵ (۴)

۴×۴ (۳)

۳×۳ (۲)

۲×۲ (۱)

۳۶- با یک مدل جابه جایی تکی در حالت مجذور فاصله مستقیم (مجذور فاصله اقلیدسی) روبه رو هستیم. محل بهینه استقرار ماشین جدید $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$ به دست آمده است. با توجه به وزن برابر بین ماشین جدید و ۳ ماشین موجود، x_3 و y_3 برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ اگر ۳ ماشین موجود در نقاط:

$$P_1 = (2, 4), P_2 = (x_2, 4), P_3 = (2, y_3)$$

مستقر باشند.

$$y_3 = 1, x_3 = 1 \quad (2)$$

$$y_3 = 0, x_3 = 0 \quad (1)$$

$$y_3 = 4, x_3 = 2 \quad (4)$$

$$y_3 = 0, x_3 = \frac{1}{2} \quad (3)$$

۳۷- به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن خاصیت حکیمی (بهینگی بر روی گره) در حل یک مسئله میانه با ۳ تسهیل (median-۳) بر روی شبکه ای متشکل از ۲۰ یال و ۱۰ گره، تعداد کل جواب های بالقوه جهت جابجایی تسهیلات برابر کدام است؟

$$۱۲۰ \text{ و } ۷۲۰ \quad (2)$$

$$۷۲۰ \text{ و } ۱۲۰ \quad (1)$$

$$۱۲۰ \text{ بی نهایت و } ۱۲۰ \quad (4)$$

$$۱۲۰ \text{ بی نهایت} \quad (3)$$

۳۸- چنانچه فرمولاسیون ریاضی مسئله پوشش مجموعه به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} \min \sum_{j \in J} y_j \\ \text{s.t.: } \sum_{j \in J} a_{ij} y_j &\geq 1 \quad \forall i \in I \\ y_j &\in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \end{aligned}$$

دو ستون ۱ و ۲ را در نظر بگیریم که در آن به ازای کلیه مقادیر $i \in I$ داشته باشیم $a_{i1} \leq a_{i2}$ و برای حداقل یکی از آن ها رابطه $a_{i1} < a_{i2}$ برقرار باشد. همچنین دو محدودیت m و n را داشته باشیم به نحوی که به ازای کلیه نقاط $j \in J$ رابطه $a_{mj} \leq a_{nj}$ برقرار باشد و برای حداقل یکی از نقاط $j \in J$ ، $a_{mj} < a_{nj}$ باشد. آنگاه کدام یک از محدودیت ها را می توان حذف نمود و مقدار کدام یک از متغیرهای تصمیم در جواب بهینه برابر صفر خواهد شد؟

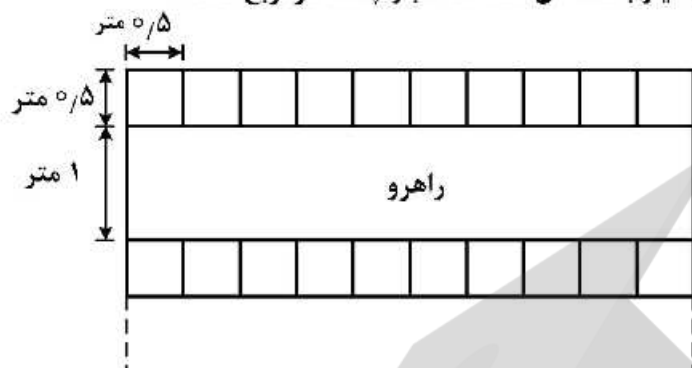
$$(2) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_1$$

$$(1) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_k$$

$$(4) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_1$$

$$(3) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_k$$

۳۹- قرار است ۴۸۰۰۰ عدد لیوان (حداکثر مقدار موجودی) در کارتن‌هایی با ظرفیت ۴۸ عدد در انباری مطابق شکل زیر نگهداری شود. اگر بتوان هر ۵ کارتن را روی هم چید و مساحت هر کارتن $۰/۵ \times ۰/۵$ متر و عرض راهروها یک متر باشد و به‌ازای هر ۱۰ جایگاه یک راهرو مورد نیاز باشد، کل مساحت انبار چند مترمربع است؟



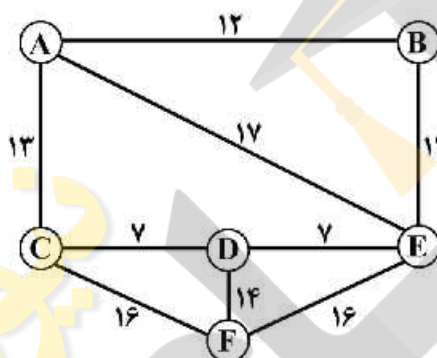
(۱) ۲۰۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۵۰

۴۰- یک ناحیه جغرافیایی متشکل از ۶ مرکز جمعیتی مفروض است که در شکل زیر راه‌های ارتباطی آن‌ها به همراه فواصل بین‌شان داده شده است. هدف پوشش‌دهی به کلیه نقاط تقاضا با توجه به فاصله پوشش ۱۵ واحدی است. در صورتی که فاصله پوشش ۳۰٪ کاهش یابد، تعداد تسهیلات مورد نیاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟



(۱) ۳۰

(۲) ۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۲۰۰

۴۱- در رأس یک مربع به طول ۳ متر چهار ماشین موجود در نقاط H_1 الی H_4 مستقرند. چنانچه ماشین جدیدی بین ماشین‌های موجود با دو مدل مجذور فاصله مستقیم و مدل خطی شکسته (متعامد) جایابی شود، نقطه بهینه کدام است؟ شدت جاذبه (وزن) بین ماشین‌های موجود با ماشین جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ است.



(۱) مجذور $(x^* = 1/5, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 3)$ است.

(۲) با توجه به شرایط مسئله در هر دو حالت برابر با $(x^* = 1/5, y^* = 1/5)$ است.

(۳) مجذور $(x^* = 3, y^* = 3)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 1/5)$ است.

(۴) مجذور $(x^* = 3, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 1/5)$ است.

۴۲- شش منطقه جمعیتی در مکان‌های $P_1(9,18)$, $P_2(9,13)$, $P_3(14,15)$, $P_4(15,15)$, $P_5(10,7)$ و $P_6(16,6)$ استقرار دارند. هر ۶ نقطه جمعیتی از اهمیت یکسانی برخوردارند. قرار است یک واحد آتش‌نشانی این ۶ منطقه را پوشش دهد. اگر فاصله متعامد در نظر گرفته شود، برای این که مجموعه تراز $S(k)$ وجود داشته باشد (غیر تهی شود) حداقل مقدار k کدام است؟

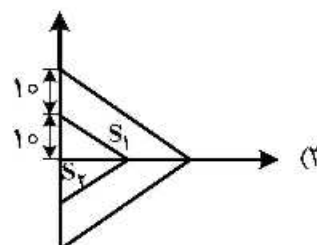
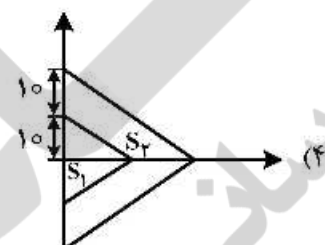
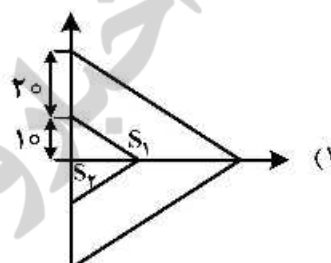
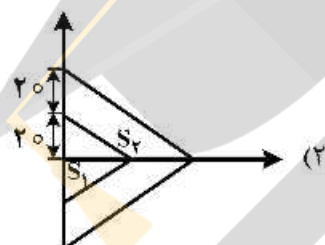
(۱) ۶/۵

(۲) ۸

(۳) ۹/۵

(۴) ۱۰

۴۳- چیدمان انباری ناحیه L از اجتماع ربع اول و چهارم دستگاه مختصات به دست آمده و یک بارانداز در مبدأ دارد. قرار است دو قلم کالا با مساحت $A_1 = 100$ و $A_2 = 300$ انبارش شوند. اگر $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، و انبارش کالاها به صورت پیوسته انجام شود، نحوه چیدمان بهینه، کدام است؟ (فواصل متعامد در نظر گرفته شود)



۴۴- تسهیلات P_i ($i=1, \dots, 10$, $w_i = i$) در سطح کارگاهی مستقر شده‌اند. نقطه $\bar{P}$ به عنوان نقطه‌ای است که از روش مرکز ثقل به عنوان مکان بهینه برای قرار گیری تسهیل جدید در میان تسهیلات موجود تعیین شده است. چنانچه از نقطه $\bar{P}$ با شیب $\frac{2}{3}$ به سمت بالا حرکت داشته باشیم و سایه این حرکت بر روی محور x ‌ها برابر ۱۵ واحد باشد، چه میزان تغییر در مقدار تابع هدف خواهیم داشت؟

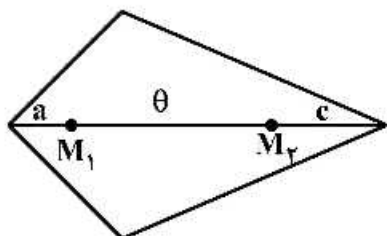
(۱) ۱۷۵۷۸

(۲) ۱۷۸۷۵

(۳) ۱۸۷۵۵

(۴) ۱۸۷۸۵

۴۵- فرض کنید تحت شرایط فاصله متعامد، دو تسهیل M_1 و M_2 در یک راستا و در فاصله θ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. وزن تسهیل M_1 بیشتر از M_2 بوده و اختلاف اوزان این تسهیلات برابر Δ فرض می‌شود. با توجه به شکل زیر که مبین خط تراز به‌ازای هزینه Z_0 می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$(w_1 - w_2)(a - c) = \Delta\theta \quad (1)$$

$$(w_1 + w_2)(a - c) = (w_1 + w_2)\theta \quad (2)$$

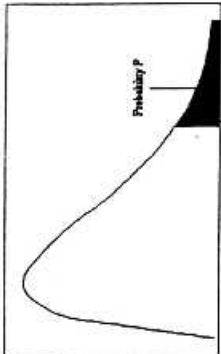
$$(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2)c = \Delta\theta \quad (3)$$

$$(w_1 + w_2)a - (w_1 + w_2)c = \Delta\theta \quad (4)$$

نیوز

سامله اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی

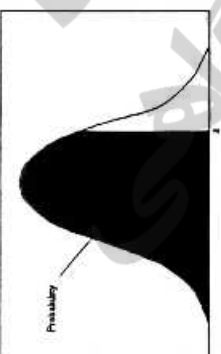
سطح زیر منحنی نرمال استاندارد																					مقادیر بحرانی توزیع t										مقادیر بحرانی توزیع مربع کای									
z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	df	.10	.05	.025	.01	.005	df	.995	.990	.975	.950	.025	.010	.005																
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879															
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596															
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838															
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860															
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.302	5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749															
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	6	1.440	1.943	2.447	3.143	4.077	6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547															
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277															
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852	8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954															
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589															
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389	10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188															
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621	11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756															
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299															
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015	13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819															
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177	14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319															
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319	15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801															
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441	16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267															
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545	17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718															
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633	18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156															
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706	19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582															
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767	20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996															
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817	21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401															
2.1	9826	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795															
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890	23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181															
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916	24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558															
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936	25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927															
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289															
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644															
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993															
2.8	9974	9975	9976	9977	9978	9979	9979	9979	9980	9981	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335															
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9985	9985	9985	9986	9986	30						30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671															
3.0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990																														
3.1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993																														
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995																														
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997																														
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998																														



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای



مقادیر بحرانی توزیع t



سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

