
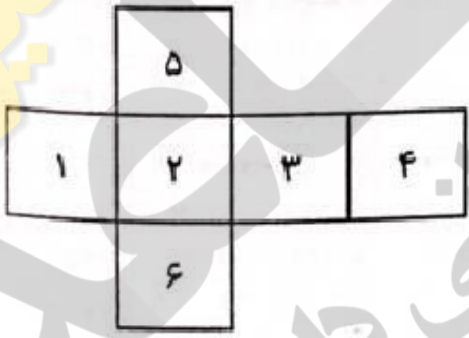
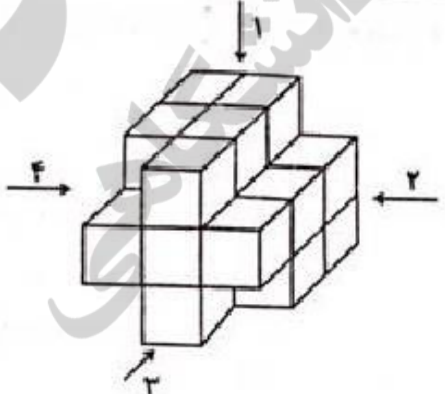
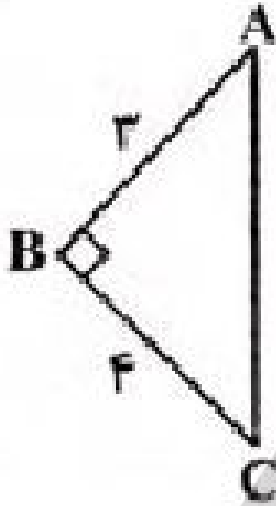


نام مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
نام	سوالات			
۱	<p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) چهار ضلعی که قطرهایش عمود منصف هم دیگر باشند نام دارد.</p> <p>ب) نقطه همرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه قرار دارد.</p> <p>ج) تعداد قطرهای یک هفت ضلعی برابر است.</p> <p>د) مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع برابر است با</p>			
۲	<p>در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{B} = 30^\circ$ و $\hat{C} = 45^\circ$ اندازه‌ی ضلع AB را محاسبه کنید؟</p> 			
۱	<p>مکعب گسترده شکل مقابل را رسم کنید.</p> 			
۱	<p>نمای دیده شده شکل روبرو، از کدام جهت با بقیه متفاوت است؟</p> 			
۱	<p>دو کره با شعاع‌های ۲ و ۲'، یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر تمامی نقاط مشترک دو کره را به مراکز هر دو کره وصل کنیم، چه شکلی حاصل می‌شود؟ (مرکز هیچ کدام از دو کره در داخل دیگری قرار ندارد.)</p>			

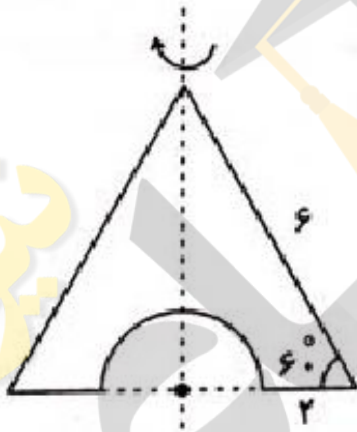
۶ اگر صفحه‌ی P، کره‌ای به شعاع R را در فاصله‌ی $\frac{R}{2}$ از مرکز کره قطع و مساحت سطح مقطع حاصل 18π باشد، شعاع کره را محاسبه کنید؟

۶

۷ مثلث قائم الزاویه‌ی ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) را 360° درجه حول بزرگترین ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم شکل فضایی حاصل را محاسبه کنید؟



۸ یک نیم‌دایره را مطابق شکل از یک مثلث متساوی الاضلاع بریده و شکل حاصل را حول محور تقارنش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران چقدر است؟

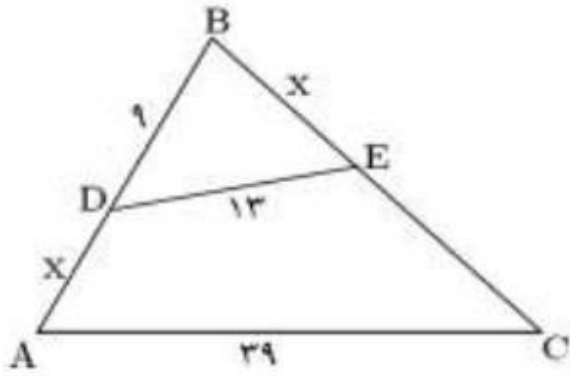


۹ مساحت یک مثلث شبکه‌ای برابر $\frac{7}{2}$ واحد است. حداکثر مجموع تعداد نقاط مرزی و داخلی این مثلث را محاسبه کنید.

۱۰ متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول اضلاعش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.

۱۱ طول دو پاره‌خط برابر با $\sqrt{12}$ و $4\sqrt{3}$ است. واسطه هندسی بین آنها را به دست آورید.

۰/۵



به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.

۱۳

۲/۵

- الف) شکلی که از برخورد یک صفحه با شکل هندسی حاصل می‌شود چه نام دارد؟
 ب) اگر یک خیار را به صورت مایل برش دهیم سطح مقطع آن چه شکلی است؟
 ج) اگر ربع یک دایره را حول شعاعش دوران دهیم شکل حاصل چیست؟
 د) از دوران یک مثلث متساوی الساقین حول قاعده آن، چه شکلی ایجاد می‌شود؟
 ه) دو صفحه‌ی عمود بر هم را تعریف کنید.
 و) از دو خط موازی چند صفحه می‌گذرد؟
 ز) در فضا از یک خط چند صفحه می‌گذرد؟
 ظ) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟
 ط) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می‌توان از آن صفحه عمود کرد؟
 ص) دو خط موازی را در نظر بگیرید. اگر یکی از خطوط را حول دیگری دوران دهیم چه جسم هندسی‌ای ساخته می‌شود؟

۱/۵

دو صفحه‌ی P_1 و P_2 متقاطع‌اند و خط d فصل مشترک آنهاست در دو حالت زیر تصویر مناسب را رسم کنید.

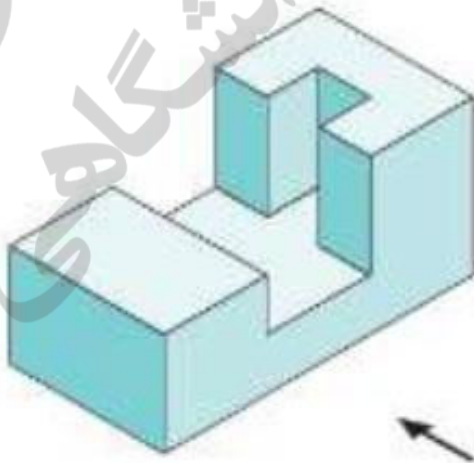
۱۴

- الف) اگر P' صفحه‌ای باشد که با P_1 موازی باشد نسبت به P_2 چه وضعیتی خواهد داشت؟
 ب) اگر P'' صفحه‌ای باشد که با P_1 متقاطع با P_2 چه وضعیتی می‌تواند داشته باشد؟

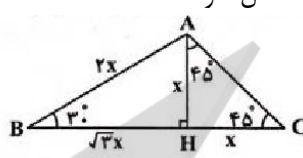



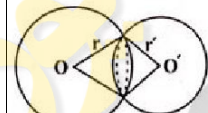
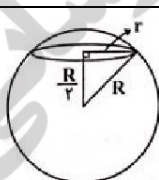
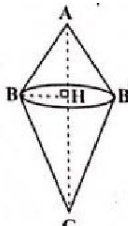
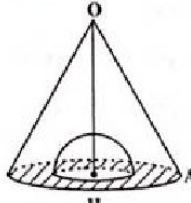
۱

در شکل زیر نمای بالا، روبه رو و سمت چپ را رسم کنید. (فلش روبرو را نشان می‌دهد)

۱۵





ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) لوزی ب) وسط وتر ج) ۱۴ د) ارتفاع	
۲	ارتفاع AH را رسم می کنیم تا دو مثلث قائم الزاویه حاصل شود.  می دانیم در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل به زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه به ترتیب نصف و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است. با فرض $AB = 2x$ خواهیم داشت: $BC = BH + HC = \sqrt{3}x + x = 3 + \sqrt{3}$ $\Rightarrow x(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) \Rightarrow x = \sqrt{3}, B = 2x = 2\sqrt{3}$	
۳	همانطور که در شکل گسترده مشاهده می کنید اعداد (۱, ۳) و (۵, ۶) و (۲, ۴) مقابل هم قرار می گیرند.	
۴	شکل دیده شده از نماهای ۱، ۲ و ۴ به صورت  و شکل دیده شده از نمای ۳، می تواند به صورت  یا  باشد.	
۵	اگر دو کره، یکدیگر را قطع کنند، سطح مقطع حاصل یک دایره خواهد بود که در صورت وصل کردن تمام نقاط این دایره به مراکز دو کره، دو مخروط با قاعده مشترک حاصل می شود. 	
۶	$r^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$ $S = \pi r^2 = \frac{3}{4} \pi R^2 = 18\pi$ $\Rightarrow R^2 = 24 \Rightarrow R = 2\sqrt{6}$ 	
۷	شکل فضایی حاصل از دو مخروط هر کدام به شعاع قاعدی BH و به ترتیب با ارتفاع های AH و CH تشکیل شده است. $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow AC = 5$ $AB \times BC = AC \times BH \Rightarrow 3 \times 4 = 5BH \Rightarrow BH = \frac{12}{5}$ $V = \frac{1}{3} \pi (BH^2) AH + \frac{1}{3} \pi (BH^2) (CH) = \frac{1}{3} \pi (BH^2) \underbrace{(AH + CH)}_{AC}$ $= \frac{1}{3} \pi \times \frac{144}{25} \times 5 = \frac{48\pi}{5}$ 	
۸	شکل حاصل یک مخروط می باشد که درون آن به اندازه یک نیم کره، خالی شده است. $OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA$ $\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 	

$$\Rightarrow V_{\text{حاصل}} = \frac{1}{3}(\pi R^2 h) - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}(\pi \times (3)^2 \times 3\sqrt{3}) - \frac{2}{3}\pi \times 1^3$$

$$= 9\sqrt{3}\pi - \frac{2}{3}\pi$$

با توجه به رابطه $S = \frac{b}{2} + i - 1$ زمانی مجموع تعداد نقاط مرزی و داخلی برای یک مقدار مشخص S، حداکثر خواهد بود که b بیشترین و i کمترین مقدار ممکن را دارا باشد. کمترین مقدار i صفر است. پس داریم:

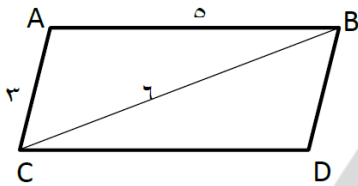
$$S = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} - 1 = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow b = 9$$

$$\max(b+i) = 9$$

به عنوان مثال برای چنین مثلثی به شکل زیر توجه کنید.



فرض کنیم متوازی الاضلاع با این ویژگی رسم شده باشد.



می‌دانیم اضلاع متوازی الاضلاع دو به دو با هم موازی و برابرند. و متوازی الاضلاع از دو مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است. مثلث ABC به اضلاع 5، 6، 3 رسم می‌کنیم. از C به موازات AB و از B به موازات AC رسم می‌کنیم. محل تلاقی دو خط رسم شده را D می‌نامیم. متوازی الاضلاع ABCD رسم می‌شود.

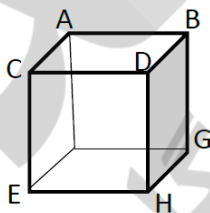
$$x^2 = 4\sqrt{3} \times \sqrt{12} = 24 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{6}$$

$$ABC, BDE : \begin{cases} \angle BCA = \angle BDE \\ \angle B = \angle B \end{cases} \rightarrow ABC \sim BDE$$

بنابر اجزای متناظر:

$$\frac{9+x}{x} = \frac{39}{13} \rightarrow 117 + 13x = 39x \rightarrow 26x = 117 \rightarrow x = 4.5$$

الف) سطح مقطع (ب) بیضی (ج) نیم کره (د) دو مخروط که از قاعده بهم چسبیده‌اند
 ه) دو صفحه بر عمودند هرگاه شامل خطی باشند که بر صفحه دیگر عمود باشد. (و) یک صفحه
 ز) بیشمار (ط) عمود است (ث) یک خط (ص) استوانه

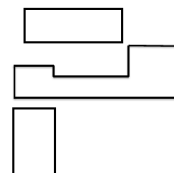


$P_1 = ABFG$ با $P_2 = AFEC$ متقاطع و $d = AF$ فصل مشترک آنها می‌باشد.
 الف) اگر $P' = DCEH$ در نظر بگیریم با P_1 موازی و با P_2 متقاطع می‌باشد.
 اگر $P' = DBGH$ در نظر بگیریم با P_1 موازی می‌باشد.

۱۵ نمای بالا:

رو به رو:

سمت چپ:



امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح :

جمع بارم : ۲۰ نمره