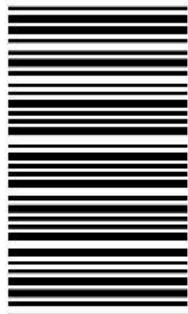


کد کنترل

655

A



655A

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۴۰۰

صبح چهارشنبه



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اقیانوس‌شناسی فیزیکی - (کد ۱۲۱۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۲۱۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۹۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	فیزیک	۳۰	۳۱	۶۰
۳	ریاضی	۳۰	۶۱	۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- The police only believed me after an eyewitness ----- my account of the accident.
1) displayed 2) constituted 3) corroborated 4) suspected
- 2- The plan is to our ----- advantage; we will all benefit greatly from it.
1) concurrent 2) mutual 3) devoted 4) involved
- 3- Our organization is committed to pursuing its aims through peaceful ----- . We totally reject violence as a means of political change.
1) means 2) instruments 3) devices 4) gadgets
- 4- All parents receive a booklet which ----- the school's aims and objectives before their children start their first term.
1) clarifies 2) injects 3) conducts 4) notifies
- 5- Increasing the state pension is a ----- aim, but I don't think the country can afford it.
1) redundant 2) diverse 3) flexible 4) laudable
- 6- The primary aim in sumo wrestling is to knock your ----- right out of the ring!
1) protagonist 2) opponent 3) referee 4) beneficiary
- 7- The cost of the damage caused by the oil ----- will be around \$200 million.
1) spill 2) guilt 3) demerit 4) extent
- 8- Most of us ----- when we hear that many children spend more time watching TV than they spend in school. It's a rather scary thought.
1) withdraw 2) retreat 3) recoil 4) regress
- 9- Even though he isn't enrolled right now, Calvin says he will go to college ----- .
1) creatively 2) delicately 3) sentimentally 4) eventually
- 10- You should avoid driving during the snowstorm because the icy roads are ----- .
1) superficial 2) frigid 3) perilous 4) cautious

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

When it comes to visually identifying a work of art, there is no single set of values or aesthetic traits. A Baroque painting will not necessarily (11) ----- much with a contemporary performance piece, but they are both considered art.

(12) ----- the seemingly indefinable nature of art, there have always existed certain formal guidelines for its aesthetic judgment and analysis. Formalism is a concept in art theory (13) ----- an artwork's artistic value is determined solely by its form, or the way (14) ----- . Formalism evaluates works on a purely visual level, (15) ----- medium and compositional elements as opposed to any reference to realism, context, or content.

- | | | | | |
|-----|-------------------|---------------|-------------------|-----------------|
| 11- | 1) share | 2) be sharing | 3) have shared | 4) be shared |
| 12- | 1) Although | 2) Despite | 3) Regardless | 4) However |
| 13- | 1) that | 2) that in it | 3) which | 4) in which |
| 14- | 1) of it made | 2) made | 3) how it is made | 4) it is made |
| 15- | 1) are considered | 2) considers | 3) considering | 4) and consider |

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

Environmental physics is a rapidly growing research area, focusing on processes within our environment, i.e., in the atmosphere, hydrosphere, geosphere, and biosphere. Physical ocean processes directly affect the global distribution and transports of ocean properties ranging from mass and temperature to the many dissolved substances (for example salt, nutrients, oxygen, CO₂). Ocean processes are of particular relevance for the global and regional climate systems, and they set the stage for marine element cycling and the marine ecosystem as a whole.

Oceanographers study the fluxes of energy and matter in the ocean using direct observation, modeling and theory. The relevant scales range from vertical ocean mixing at the micro scale (cm) to mesoscale stirring (km) right up to the planetary scale of the global ocean circulation. From the regional to the local scale, coastal seas host a suite of physical processes relevant for understanding the effects of external pressures due to environmental change (from climate to population growth associated with eutrophication, dredging, and offshore constructions).

A large part of the education and training in ocean physics is done in conjunction with related disciplines, such as meteorology, marine biogeochemistry, or geophysics.

- 16- According to the passage, environmental physics addresses environmental processes in all of the following EXCEPT the -----.
- | | | | |
|----------------|--------------|--------------|---------------|
| 1) hydrosphere | 2) geosphere | 3) biosphere | 4) cryosphere |
|----------------|--------------|--------------|---------------|
- 17- The dissolved substances mentioned in the passage are -----.
- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1) oysters, clams, and scallops | 2) salt, nutrients, and oxygen |
| 3) phosphates, nutrients, and scallops | 4) salt, phosphates, and scallops |
- 18- The word "they" in paragraph 1 refers to -----.
- | |
|--|
| 1) ocean processes |
| 2) climate systems |
| 3) marine element cycling and the marine ecosystem |
| 4) dissolved substances |

- 19- Which of the following words in the passage describes the process by which a body of water becomes enriched in dissolved nutrients?
 1) Circulation 2) Dredging 3) Eutrophication 4) Distribution
- 20- The passage mentions that education in ocean physics is done in relation to all of the following disciplines EXCEPT -----.
 1) zoology 2) geophysics
 3) marine biogeochemistry 4) meteorology

PASSAGE 2:

Hubbs (1959) put forward the theory that seamounts and banks may act as stepping stones for the transgression of bathyal and benthic fauna and/or their larvae across otherwise abyssal depths. Many studies into this theory have focused on indirect genetic methods for tracking population connectivity over an evolutionary timescale, but on a shorter timescale other methods are needed.

Within this project being undertaken by Rebecca Ross, we are coupling the outputs from an established oceanographic numerical model with a Lagrangian particle tracer to map the possible movements of larvae, treated as passive tracers with limited behaviors, from seamounts and banks in the NE Atlantic. This method will be combined with biological habitat suitability modelling to track the potential for recruitment at other seamounts and banks and assess Hubbs's theory around UK and Irish waters. Results from this study will also have applications in conservation, where dynamics of source and sink populations are important in the establishment of an ecologically coherent network of marine protected areas.

Although in its infancy, the project is based on a pilot study being prepped for publication where larval dispersal to and from Anton Dohrn Seamount was simulated at regular compass directions and at various depths. The results of this study show that only species with a planktonic larval duration of greater than 50 days would be able to disperse to and from Anton Dohrn Seamount summit when restricted to travelling at the same depth they were released from.

- 21- Which of the following is the best title for the passage?
 1) An Investigation of Seamounts and Banks in the NE Atlantic
 2) A Study of a Lagrangian Particle Tracer to Map the Possible Movements of Larvae
 3) Transgression of Bathyal and Benthic Fauna and their Larvae Across Abyssal Depths
 4) Investigating the Role of Offshore Banks and Seamounts as Stepping Stones for Dispersal
- 22- According to the passage, new methods are needed to investigate Hubbs' theory -----.
 1) on a shorter timescale
 2) on an evolutionary timescale
 3) by treating larvae as passive tracers
 4) through a traditional oceanographic numerical model
- 23- The word "coupling" in paragraph 2 is closest in meaning to -----.
 1) computing 2) comparing 3) combining 4) collecting

فیزیک:

۳۱- جرم خورشید بر حسب کیلوگرم از کدام مرتبه بزرگی است؟

- (۱) 10^{20} (۲) 10^{30} (۳) 10^{40} (۴) 10^{80}

۳۲- سرعت یک ذره که در راستای x در حرکت است بر طبق رابطه $v_x = 30 - 6t^2$ تغییر می‌کند که v_x بر حسب

$\frac{m}{s}$ و t بر حسب s است. مقدار جابه‌جایی ذره در بازه زمانی از $t = 2s$ تا $t = 5s$ چند متر است؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۲۴ (۳) ۳۲۴ (۴) ۳۶

۳۳- بردارهای \vec{A} و \vec{B} دارای اندازه یکسان برابر ۵ هستند. اگر جمع این دو بردار برابر $6\hat{j}$ باشد، زاویه میان این دو بردار کدام است؟

- (۱) $\cos^{-1}\left(-\frac{7}{25}\right)$ (۲) $\cos^{-1}\left(\frac{7}{25}\right)$
(۳) 120° (۴) 30°

۳۴- پس از ۲۰ دقیقه پرواز در شرایطی که بادی با تندی $50 \frac{km}{h}$ در راستای 30° جنوب شرق می‌وزد، خلبان یک هواپیما بالای شهری است که در ۵۰ کیلومتری جهت شمال نقطه شروع قرار دارد. تندی هواپیما نسبت به هوا تقریباً چند کیلومتر در ساعت بوده است؟

- (۱) ۱۹۵ (۲) ۱۵۸ (۳) ۱۳۰ (۴) ۱۸۰

۳۵- نیروی تابع زمان $\vec{F} = 8\hat{i} - 4t\hat{j}$ که در آن t بر حسب ثانیه و \vec{F} بر حسب نیوتن است، به ذره‌ای به جرم 2 kg که در لحظه $t = 0$ ساکن است وارد می‌شود. در لحظه‌ای که تندی ذره $15 \frac{m}{s}$ است بردار جابه‌جایی ذره بر حسب متر کدام است؟

- (۱) $12\hat{i} - 9\hat{j}$ (۲) $18\hat{i} - 9\hat{j}$ (۳) $72\hat{i} - 81\hat{j}$ (۴) $46\hat{i} - 37\hat{j}$

۳۶- تابع انرژی پتانسیل یک سیستم با رابطه $U(x) = 4x^3 + 5x^2 - 2$ داده شده است. این سیستم در چه نقطه یا نقاطی تعادل پایدار دارد؟

- (۱) در هر دو نقطه $x = \frac{1}{6}$ و $x = -1$
(۲) فقط در نقطه $x = -1$
(۳) فقط در نقطه $x = \frac{1}{6}$
(۴) در هیچ نقطه تعادل پایدار ندارد.

۳۷- کمان‌داری به جرم 60 kg روی سطح یخی بدون اصطکاکی در حال سکون ایستاده است. در یک لحظه تیری به جرم 600 g را با تندی $50 \frac{m}{s}$ و زاویه 60° نسبت به افق شلیک می‌کند. تندی کمان‌دار روی یخ پس از شلیک تیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 0.37 (۲) 0.43
(۳) 0.50 (۴) 0.25

۳۸- سرعت زاویه‌ای یک چرخ به سبب وجود اصطکاک بر طبق رابطه $\omega = \omega_0 e^{-\alpha t}$ با زمان تغییر می‌کند که در آن

$$\omega_0 = 84\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ و } \alpha = 3 \text{ s}^{-1} \text{ است. این چرخ قبل از آن که ساکن شود چند دور می‌زند؟ (} \ln 3 = 1/1 \text{)}$$

(۱) ۲۶/۶ (۲) ۲۸

(۳) ۱۳/۳ (۴) ۱۴

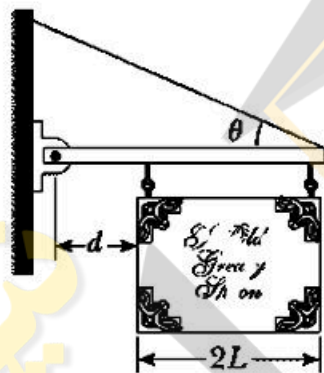
۳۹- تندی خطی ماهواره‌ای که دوره تناوب آن برابر دوره تناوب چرخش زمین به دور خود است، تقریباً چند متر بر

ثانیه است؟ (شتاب جاذبه در سطح زمین $\frac{9}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و شعاع زمین 6400 km فرض شوند).

(۱) ۱۶۰۰ (۲) ۳۰۰۰

(۳) ۶۰۰ (۴) ۵۰۰۰

۴۰- در شکل زیر قابی یکنواخت به وزن W و پهنای $2L$ از میله سبک افقی آویزان است. میله از یک طرف به دیوار قائمی لولا شده است و از طرف دیگر توسط کابلی که با افق زاویه θ می‌سازد در حال تعادل قرار دارد. اندازه نیرویی که در محل لولا به میله افقی وارد می‌شود کدام است؟



(۱) $\frac{WL}{2L+d} \cot \theta$

(۲) $\frac{WL}{2L+d} \sqrt{1 + [1 + (L/d)]^2} \tan^2 \theta$

(۳) $\frac{WL}{2L+d} \sqrt{1 + [1 + (L/d)]^2} \cot^2 \theta$

(۴) $\frac{WL}{2L+d}$

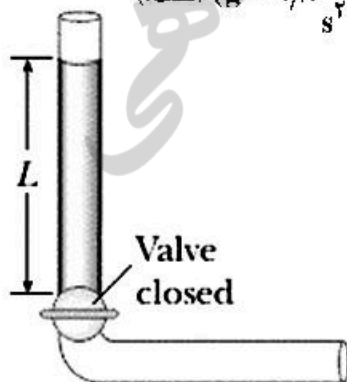
۴۱- ماهواره‌ای به جرم 500 kg در مداری 300 km بالای سطح زمین می‌چرخد. یک موتور راکت در ماهواره روشن شده و ماهواره را در مداری که دوره تناوب آن برابر دوره تناوب چرخش زمین به دور خود است قرار می‌دهد. موتور برای انجام این کار چند ژول انرژی مصرف می‌کند؟

(۱) $1/26 \times 10^{10}$ (۲) $3/31 \times 10^{11}$

(۳) $1/26 \times 10^{12}$ (۴) $3/31 \times 10^{14}$

۴۲- مایع تراکم‌ناپذیر و غیر و شکسان ابتدا در حال سکون در بخش قائم لوله نشان داده شده در شکل زیر است که در آن $L = 2 \text{ m}$. اگر شیر باز شود مایع در بخش افقی لوله جریان می‌یابد. هنگامی که مایع کاملاً در بخش افقی است

تندی مایع چند متر بر ثانیه است؟ (مساحت سطح مقطع در تمام لوله ثابت و $g = 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است).



(۱) ۶/۶۲

(۲) ۳/۱۳

(۳) ۲/۲۱

(۴) ۴/۴۳

۴۳- شدت یک موج صوتی باید چند برابر شود تا تراز صوتی آن ۶ دسی بل افزایش یابد؟ ($\log 2 = 0.3$)

(۱) ۲ (۲) ۴

(۳) ۳ (۴) ۱.۵

۴۴- دانشجویی یک دیپازون با بسامد 300 Hz در دست دارد. این دانشجو با سرعت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت یک دیوار ساکن

حرکت می‌کند. بسامد ضربانی که او میان موج بازگشتی از دیوار و موج گسیلی از دیپازون مشاهده می‌کند چند

هرتز است؟ (سرعت صوت در هوا $335 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

(۱) ۹/۱ (۲) ۸/۸

(۳) ۴/۶ (۴) ۱۷/۶

۴۵- در یک سیستم خلا بسیار بالا، خلایی به اندازه 10^{-9} Pa به دست می‌آید. در این فشار و دمای 27°C در هر سانتی‌مترمکعب از این ظرف چند مولکول هوا موجود است؟

(۱) 2.4×10^{15} (۲) 2.4×10^{11}

(۳) 2.7×10^6 (۴) 2.7×10^{10}

۴۶- دو مول از یک گاز ایده‌آل در حین انبساط تک‌دما به فشار نهایی $4 \times 10^5 \text{ Pa}$ و حجم نهایی 25 L می‌رسد. اگر این

گاز در این تحول 5 kJ کار انجام دهد، دما و حجم اولیه گاز چقدر بوده است؟ ($e^{-1} = 0.37$ و $R = 8.3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$)

(۱) 602°C و $15/2 \text{ L}$ (۲) 931°C و $9/3 \text{ L}$

(۳) 229°C و $15/2 \text{ L}$ (۴) 301°C و $9/3 \text{ L}$

۴۷- ۲ مول از یک گاز ایده‌آل دو اتمی آهسته و آدیاباتیک از فشار 4 atm و حجم 10 m^3 به حجم 40 m^3 منبسط

می‌شود. گاز در این تحول چند ژول کار انجام می‌دهد؟ ($4^{-1/4} = 0.144$)

(۱) 2.6×10^4 (۲) 1.27×10^4

(۳) 4.24×10^6 (۴) 1.08×10^5

۴۸- یک موتور حرارتی گرما را در دمای 180°C گرفته و گرمای خروجی را در دمای 100°C تحویل می‌دهد. در هر

چرخه، انرژی حرارتی که خارج می‌شود $2 \times 10^4 \text{ J}$ و کاری که موتور انجام می‌دهد $2.5 \times 10^3 \text{ J}$ است. بازدهی

این موتور چند برابر بازدهی موتوری است که به‌طور برگشت‌پذیر میان این دو چشمه حرارتی عمل می‌کند؟

(۱) ۰/۲۸ (۲) ۰/۲۵

(۳) ۰/۷۱ (۴) ۰/۶۳

۴۹- روی حلقه‌ای به شعاع R بار الکتریکی Q به‌طور یکنواخت توزیع شده است. بیشینه اندازه میدان الکتریکی روی

محور تقارن عمود بر سطح حلقه کدام است؟

$$(1) \frac{Q}{6\pi\epsilon_0 \sqrt{3} R^2} \quad (2) \frac{Q}{2\epsilon_0 \sqrt{2} R^2}$$

$$(3) \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2} R^2} \quad (4) \frac{Q}{3\epsilon_0 \sqrt{3} R^2}$$

۵۰- یک ذره به جرم 10 g و بار الکتریکی $2/4\ \mu\text{C}$ در بالای یک صفحه پلاستیکی تخت بسیار بزرگ افقی در حالت معلق در هوا در تعادل است. صفحه پلاستیکی دارای بار الکتریکی با چگالی سطحی یکنواخت σ است. اندازه σ

چند $\frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ است؟ $(g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱) $2/6 \times 10^{-6}$ (۲) $7/2 \times 10^{-7}$

(۳) $7/2 \times 10^{-4}$ (۴) $2/6 \times 10^{-9}$

۵۱- دو کره رسانا اولی با شعاع $r_1 = R$ و دومی با شعاع $r_2 = 3R$ چنان قرار دارند که فاصله دو مرکز آن‌ها از هم برابر $d = 8R$ است. این دو کره با سیم رسانایی به یکدیگر متصل می‌شوند و در حالت تعادل، بار الکتریکی کره اول q_1 و بار الکتریکی کره دوم q_2 است. اگر میدان الکتریکی در روی سطح کره اول و دوم به ترتیب E_1 و E_2 باشد، کدام رابطه‌ها درست است؟

(۱) $\frac{E_2}{E_1} = 3$ و $\frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{3}$ (۲) $\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{9}$ و $\frac{q_2}{q_1} = 3$

(۳) $\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{3}$ و $\frac{q_2}{q_1} = 3$ (۴) $\frac{E_2}{E_1} = 9$ و $\frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{3}$

۵۲- خازنی با ظرفیت مجهول تا اختلاف پتانسیل 120 V شارژ می‌شود. سپس این خازن به خازن خالی از باری با ظرفیت $60\ \mu\text{F}$ به‌طور موازی بسته می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه 20 V است. ظرفیت خازن مجهول چند μF است؟

(۱) $8/6$ (۲) $15/3$

(۳) $10/0$ (۴) $12/0$

۵۳- طلا بهترین فلز از لحاظ چکش خوری و شکل‌پذیری است به‌طوری که یک گرم طلا را می‌توان به شکل سیمی به طول $2/4\text{ km}$ درآورد. مقاومت الکتریکی این سیم در دمای 20°C چقدر است؟ (چگالی طلا $19.3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و

مقاومت ویژه آن در دمای 20°C برابر $2/44 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ است.)

(۱) $2/7\ \Omega$ (۲) $2/7\ \text{k}\Omega$

(۳) $2/7\ \text{G}\Omega$ (۴) $2/7\ \text{M}\Omega$

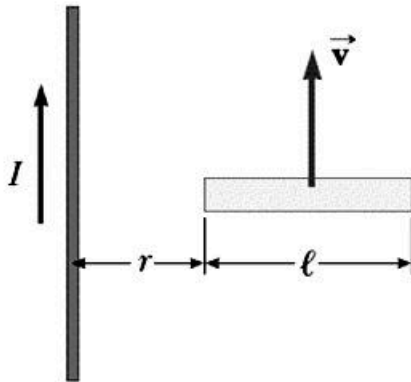
۵۴- الکترونی تحت تاثیر برهم‌کنش کولنی به دور یک پروتون ساکن با شعاع ثابت $m \times 10^{-11}$ می‌چرخد. اگر مجموعه در یک میدان مغناطیسی ثابت به اندازه $0/4\ \text{T}$ و عمود بر ممان مغناطیسی مدار الکترون قرار گیرد،

گشتاور نیروی وارد بر مجموعه چند $\text{N} \cdot \text{m}$ است؟ (جرم الکترون $9/1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$ است.)

(۱) $4/8 \times 10^{-16}$ (۲) $7/9 \times 10^{-12}$

(۳) $3/6 \times 10^{-24}$ (۴) $2/3 \times 10^{-5}$

۵۵- میله رسانایی به طول ℓ مطابق شکل زیر با سرعت ثابت \vec{v} موازی یک سیم مستقیم بلند حامل جریان ثابت I در حرکت است. محور میله همواره عمود بر سیم و انتهای نزدیک آن به فاصله r از میله قرار دارد. مقدار اختلاف پتانسیل القایی در دو سر میله کدام است؟



$$(1) \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{\ell}{r}\right)$$

$$(2) \frac{\mu_0 I v}{2} \left(1 + \frac{\ell}{r}\right)$$

$$(3) \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \left(1 + e^{-r/\ell}\right)$$

$$(4) \text{ صفر}$$

۵۶- یک مقاومت $80\ \Omega$ با یک خودالقا با خودالقایی $200\ \text{mH}$ به صورت موازی به هم بسته و به یک منبع تغذیه متناوب با فرکانس $50\ \text{Hz}$ و ولتاژ بیشینه $100\ \text{V}$ متصل شده‌اند. جریان بیشینه در این مقاومت چند آمپر است؟

$$(1) 1.59$$

$$(2) 1.25$$

$$(3) 2.23$$

$$(4) 2.84$$

۵۷- در فضای خالی از دی‌الکتریک و ماده مغناطیسی، شکل کلی قانون آمپر-ماکسول کدام است؟ (C مداری بسته و I جریان گذرنده از سطح محدود به این مدار و Φ_E شار میدان الکتریکی گذرنده از این سطح است.)

$$(1) \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$(2) \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$(3) \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \epsilon_0 \Phi_E$$

$$(4) \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \Phi_E$$

۵۸- اگر در آسمان صاف شدت نور خورشید در سطح زمین $1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ باشد، در نور خورشید چه مقدار انرژی الکترومغناطیسی در واحد حجم موجود است؟

$$(1) 370\ \text{MJ/m}^3$$

$$(2) 373\ \text{J/m}^3$$

$$(3) 37\ \mu\text{J/m}^3$$

$$(4) 370\ \text{GJ/m}^3$$

۵۹- یک لامپ کوچک زیر آب یک استخر به فاصله ۲ متر از سطح آب قرار دارد. نوری که از آب ساکن خارج می‌شود تشکیل یک دایره در سطح آب می‌دهد. شعاع این دایره چند متر است؟ (ضریب شکست آب را $\frac{4}{3}$ فرض کنید.)

$$((\sin 48.6^\circ = 0.75))$$

$$(1) 2.26$$

$$(2) 1.5$$

$$(3) 3.46$$

$$(4) 1.16$$

۶۰- یک حباب صابون در هوا تحت تابش نوری با طول موج $630\ \text{nm}$ قرار می‌گیرد. کمینه ضخامت این حباب چند نانومتر باشد تا پرتوهای بازتابی از آن تداخل سازنده داشته باشند؟ (ضریب شکست صابون را $\frac{1}{4}$ فرض کنید.)

$$(1) 225$$

$$(2) 112.5$$

$$(3) 337.5$$

$$(4) 56.5$$

ریاضی:

۶۱ اگر $f(x) = 4^x - 2^x$ باشد، $(f^{-1})'(2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3 \ln 2}$

(۲) $\frac{1}{6 \ln 2}$

(۳) $\frac{1}{28 \ln 2}$

(۴) $\frac{1}{14 \ln 2}$

۶۲- تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x, y) = x + 2y + \frac{1}{xy^2}$ در دامنه $|x| > \frac{1}{2}$ و $|y| > \frac{1}{4}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۶۳- اندازه تصویر پاره خط AB با مختصات $A(1, 2, 0)$ و $B(-1, 0, 3)$ روی صفحه $x + y + z = 1$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{\frac{50}{3}}$

(۲) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(۴) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$

۶۴- حاصل $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi^2}{4}$

(۳) $\frac{\pi^2}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{4}$

۶۵- تعداد ریشه‌های معادله $\frac{1+z^4}{1-z^2} = 1$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۶۶- کار انجام شده توسط نیروی $\vec{F}(x, y, z) = (zx + 4e^y)\vec{i} + (4xe^y + 3z\sin y)\vec{j} - 3\cos y\vec{k}$ روی منحنی

حاصل از برخورد سهمیگون $z = x^2 + y^2$ و مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ ، از نقطه $A(1, 0, 1)$ به $B(-1, 0, 1)$ ، کدام

است؟

(۱) ۸

(۲) ۴

(۳) -۴

(۴) -۸

۶۷- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2-x}-2}{\sqrt{6-x}-2} & x < -2 \\ a|-x|-x+2 & x \geq -2 \end{cases}$ مفروض است. به ازای کدام مقدار a ، تابع f در $x = 2$ پیوسته است؟

(۱) هر مقدار a (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۰

(۴) هیچ مقدار a

۶۸- مساحت ناحیه محدود به منحنی $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ در صفحه مختصات، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۲

(۵) $\frac{3}{2}$

(۶) ۲

۶۹- منحنی $y = x + \sqrt{x}$ را در بازه $[0, 1]$ حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل از این دوران، کدام است؟

(۱) $\frac{11\pi}{15}$ (۲) $\frac{22\pi}{15}$ (۳) $\frac{11\pi}{45}$ (۴) $\frac{22\pi}{45}$ (۵) $\frac{11\pi}{45}$ (۶) $\frac{22\pi}{45}$ (۷) $\frac{11\pi}{45}$ (۸) $\frac{22\pi}{45}$

۷۰- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh^2 x - \cos^2 x}{x(\sqrt{\cos x} - 1)}$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{8}{3}$

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۷۱- تابع پتانسیل نیروی $\vec{F}(x, y, z) = \sin y \vec{i} + x \cos y \vec{j} - \sin z \vec{k}$ که مقدار آن در نقطه $(0, 0, \frac{\pi}{4})$ برابر یک باشد، کدام است؟

(۲) $x \cos y + \cos z + 1$

(۱) $x \sin y + \cos z + 1$

(۴) $x \cos y + \sin z$

(۳) $x \sin y + \sin z$

۷۲- فرض کنید میدان برداری $\vec{F}(x, y, z) = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ از سطح مخروطی شکل S با ضابطه $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ محدود به صفحه xy می‌گذرد. شارگذرای \vec{F} از سطح S ، کدام است؟

(۱) -8π

(۲) 8π

(۳) 16π

(۴) -16π

۷۳- حاصل $\oint_C \sqrt{1+x^2} dx + 2xy dy$ که در آن C منحنی مثلثی شکل با رئوسهای $(0, 0)$ ، $(1, 0)$ و $(1, 2)$ در جهت مثبت است، کدام است؟

(۲) صفر

(۱) -3

(۴) 3

(۳) 2

۷۴- فرض کنید C با معادلات پارامتری $(x = \cos t, y = \sin t, z = \sin t)$ در بازه $|\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}|$ در جهت مثلثاتی تعریف شده باشد. حاصل $\oint_C 2x e^{2y} dx + (2x^2 e^{2y} + 2y \cos z) dy - y^2 \sin z dz$ ، کدام است؟

(۲) $-2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$

(۱) $-2 \cos^2 \frac{\pi}{4}$

(۴) $2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$

(۳) $2 \cos^2 \frac{\pi}{4}$

۷۵- کدام یک از اعداد مختلط زیر ریشه معادله $z^4 - 4z^2 + 16 = 0$ است؟

(۲) $\sqrt{2}(1+i)$

(۱) $\sqrt{3} + i$

(۴) $\sqrt{2}(1-i)$

(۳) $1 + \sqrt{2}i$

۷۶- اگر $A = (2a+1, 5a-2)$ ، $B = (-2, 2)$ و $A - B = \emptyset$ باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right]$
 (۲) $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$
 (۳) $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right]$
 (۴) $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

۷۷- تعداد ریشه‌های معادله $\left[x^2\right] = 1 + \frac{3}{4}|x|$ ، کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۴

۷۸- برد تابع $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

- (۱) $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$
 (۲) $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$
 (۳) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
 (۴) $[0, 1]$

۷۹- در کدام محدوده از a تابع $f(x) = \frac{2x^2 - a}{x^2 - a + 2}$ به ازای $x < -1$ ، نزولی است؟

- (۱) $a > 8$
 (۲) $a < 8$
 (۳) $|a| < 8$
 (۴) $|a| > 8$

۸۰- فرض کنید $e^{xy} - 4x^2y + 2x = 3$ ، حاصل $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه‌ای به عرض $y = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{26}{9}$
 (۲) $-\frac{13}{9}$
 (۳) $\frac{13}{9}$
 (۴) $\frac{26}{3}$

۸۱- تابع $g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}; & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0; & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ را در نظر بگیرید. حاصل $\frac{\partial^2 g(0, 0)}{\partial x \partial y}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$
 (۲) صفر
 (۳) $+\infty$
 (۴) موجود نیست.

۸۲- انحنای منحنی $r = \cos \theta + \sin \theta$ در نقطه $(\frac{\pi}{4}, 1)$ در مختصات قطبی، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۱

۸۳- دنباله بازگشتی $x_{n+1} = \frac{3x_n^4 - 4x_n^2 + 4}{4x_n^2 - 8x_n + 2}$ با جمله آغازین $x_0 = 1/5$ را در نظر بگیرید. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ کدام است؟

- (۱) ۰
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۸۴- حجم رویه محدود به صفحه $y + z = 5$ و استوانه $r = 2 \cos \theta$ بالای صفحه مختصات، کدام است؟

- (۱) 10π
(۲) 8π
(۳) 6π
(۴) 5π

۸۵- مؤلفه افقی شتاب ذره‌ای که در مسیر $\vec{r}(t) = (t^2, t^2, t^2)$ حرکت می‌کند، در لحظه $t = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{40}{\sqrt{11}}$
(۲) $\frac{20}{\sqrt{11}}$
(۳) $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$
(۴) $\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$

۸۶- معادله خط مماس بر منحنی حاصل از تقاطع رویه‌های $z = x^2 + y^2 + 1$ و $z = x^2 + y^2 + 3$ در نقطه $A(1, 0, 2)$ کدام است؟

- (۱) $x = 1 + t, y = 2t, z = 2$
(۲) $x = 1, y = 0, z = 2 + t$
(۳) $x = 1, y = 2t, z = 2t + 2$
(۴) $x = 1, y = 2t, z = 2$

۸۷- اگر $\int_3^4 \frac{\sqrt{4-x}}{x} dx = \ln A$ باشد، آنگاه مقدار A کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{e}$
(۲) $\frac{e}{3}$
(۳) $\frac{9}{e^2}$
(۴) $\frac{3}{e^2}$

۸۸- طول قوس منحنی $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$ در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۸
(۴) $\frac{3}{2}$

۸۹- اگر $I(x) = \int \frac{\sin x + \sin^2 x}{3 + \sin^2 x} dx$ با شرط $I(\frac{\pi}{2}) = 0$ باشد، حاصل $I(\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
(۴) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$

۹۰- فرض کنید $I = \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2+1}}{20\sqrt{(16-x^4)^2}} dx$. به‌ازای کدام مقدار n ، حاصل انتگرال واگرا است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

