saednews.com

کد کنترل

331

F

331F

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح پنج‌شنبه
۱۳۹۹/۵/۲

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ـ سال ۱۳۹۹

مجموعه ریاضی ـ کد (۱۲۰۸)

تعداد سؤال: ۱۵۰ — مدت پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (۱ و ۲)، معادلات دیفرانسیل، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال)	۴۰	۳۱	۷۰
۳	آنالیز ریاضی	۲۰	۷۱	۹۰
۴	مبانی جبر و مبانی ترکیبیات	۲۰	۹۱	۱۱۰
۵	جبر خطی عددی، بهینه‌سازی خطی و نظریه مقدماتی معادلات دیفرانسیل	۲۰	۱۱۱	۱۳۰
۶	احتمال (۱ و ۲) و فرایندهای تصادفی۱	۲۰	۱۳۱	۱۵۰

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

saednews.com

❋ داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions**: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1- **I omitted all the extraneous details while explaining the ---------- of the matter to him.**
1) breach 2) distinction 3) qualm 4) gist

2- **While his brother writes in an unclear and clumsy way, Sam himself is known for his ---------- style of writing.**
1) lucid 2) verbose 3) dull 4) feasible

3- **Poultry farms place the eggs into incubators to ---------- the growth of the embryo into chicken.**
1) conquer 2) hasten 3) outline 4) elude

4- **With as many as three witnesses giving evidence against her, the ---------- of her claim that she was innocent was in serious doubt.**
1) demonstration 2) paradigm 3) veracity 4) empiricism

5- **I did not like her way of teaching because her lecture had too many digressions; she kept on wandering to various subjects, most of them not ---------- to the central idea of her topic.**
1) vulnerable 2) peripheral 3) pertinent 4) loyal

6- **With the advent of electric bulbs and emergency lights, the use of gas lamps became ----------.**
1) imprecise 2) repetitive 3) idealistic 4) obsolete

7- **The employee did not believe the implausible story that Janet ---------- to justify her absence from work.**
1) concocted 2) scrutinized 3) manipulated 4) reassured

8- **The doctor has advised him to ---------- adhere to the prescribed regimen; otherwise, there is a danger of relapse of the illness.**
1) sequentially 2) strictly 3) ineptly 4) selectively

9- **The ---------- in her speech can put off almost anyone; she urgently needs to tone down the harsh words she uses.**
1) explicitness 2) enigma 3) shortsightedness 4) acerbity

10- **He is so wasteful; he has ---------- all the money that he had borrowed from me, and is now back again asking for more.**
1) allocated 2) neglected 3) depleted 4) accumulated

saednews.com

PART B: Cloze Passage

Directions: ***Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.***

Good learners work hard. A few things may come easily to learners, but most knowledge requires effort (11) ---------- to put in the time. They talk with others, read more, study more and carry around when they don't understand. (12) ---------- about it before they go to sleep, at the gym, on the bus. Good learners are persistent. When they fail, they carry on, (13) ---------- that they will figure it out eventually. (14) -------, they learn from their mistakes. Good learners recognize (15) ---------- always fun. But that does not change how much they love it.

11- 1) which is good learners willing 2) and good learners are willing
3) that good learners willing are 4) willing are good learners

12- 1) thinking 2) to think 3) they think 4) by thinking

13- 1) are confident 2) who are confident 3) they are confident 4) confident

14- 1) Although 2) In the meantime 3) A case in point 4) Whereas

15- 1) learning not be 2) that learning is not
3) to learn not to be 4) learning it is not

PART C: Reading Comprehension

Directions: ***Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.***

PASSAGE 1:

The Theory of Inequalities

There is more than one way to study duality. The approach we followed—to prove $yb \leq cx$, and then use the simplex method to get equality—was convenient because that method had already been established, but overall it was a long proof. Of course it was also a *constructive proof*; x^* and y^* were actually computed. Now we look briefly at a different approach, which leaves behind the mechanics of the simplex algorithm and looks more directly at the geometry. I think the key ideas will be just as clear (in fact, probably clearer) if we omit some of the details.

The best illustration of this approach came in the fundamental theorem of linear algebra. Remember that the problem in Chapter 2 was to solve $Ax = b$, in other words to find b in the column space of A. After elimination, and after the four fundamental subspaces, this solvability question was answered in a completely different way by the following theorem.

Either $Ax - b$ has a solution, or else there is a y such that $yA = 0$, $yb \neq 0$.

This is the *theorem of the alternative*, because it is impossible to find both x and y: If $Ax - b$, then $yAx = yb \neq 0$ contradicting $yAx = 0x = 0$. In the language of subspaces, either b is in the column space of A or else it has a nonzero component

saednews.com

sticking into the perpendicular subspace, which is the left nullspace of A. That component is the required y.

For inequalities, we want to find a theorem of exactly the same kind. The right place to start is with the same system $Ax = b$, but with the added constraint $x \geq 0$. When does there exist not just a solution to $Ax = b$, but a *nonnegative solution*? In other words, when is the feasible set nonempty in the problem with equality constraints?

16- In the study of duality, the simplex method was ----------.
1) left behind 2) an ineffective approach
3) not clearly used 4) used to provide a constructive proof

17- To find *b* in the column space of *A* ----------.
1) we make use of the simplex method
2) we need to use a theorem of the alternative
3) is equivalent to solving a system of linear equations
4) we need to make use of an elimination process

18- In a theorem of the alternative, ----------.
1) no alternative may hold 2) exactly one alternative holds
3) we must use a constructive proof 4) the two alternatives may both hold

19- Direct use of geometry ----------.
1) provides a constructive proof
2) can provide a clear description of the key ideas
3) eliminates the need for the theorem of the alternative
4) is more complicated than the use of simplex algorithm

20- The word "fundamental" in paragraph 2 is similar in meaning to ----------.
1) basic 2) alternative 3) theoretical 4) constructive

PASSAGE 2:

Input-Output Stability

In this chapter, we present the basic results of input-output stability theory. This theory is much more recent in origin than Lyapunov theory having been pioneered by Sandberg and Zames in the 1960's [see Sandberg (1964, 1965a, 1965b), Zames (1966a, 1966b)]. While this chapter contains most of the principal results of the subject, the treatment is by no means encyclopedic. The reader is referred to Desoer and Vidyasagar (1975) for a thorough discussion of the subject.

Before proceeding to the study of input-output *stability*, it is necessary to reconcile the input-output *approach* to system analysis and the state variable methods employed in the preceding chapters. The methods of the preceding four chapters are predicated on the system under study being governed by a set of *differential equations* which describe the time evolution of the system *state variables*. In contrast, the systems encountered in this chapter are assumed to be described by an *input-output mapping* that assigns to each *input*, a corresponding *output*. In view of this seeming dichotomy, it is important to realize that an input-output representation and a state variable representation are two different ways of looking at the *same system*—the two types of representation are used because they each give a different kind of insight into how the

saednews.com

system works. It is now known that not only does there exist a close relationship between the input-output representation and the state representation of a given system, but that there also exists a very close relationship between the kinds of stability results that one can obtain using the two approaches.

At this stage one may well ask: Why not simply use one of the two approaches—why use both? The answer is that while the two approaches are related, they are not equivalent. Since, in analyzing a system, we would like to have as many answers as we can, it is desirable to have both approaches at our disposal, each yielding its own set of insights and information.

Finally, it should be mentioned that many of the arguments and proofs in input-output theory are conceptually clearer than their Lyapunov stability counterparts. Compare the proofs of the circle criterion and the Popov criterion in the two approaches, for example. Also, analyzing distributed systems (e.g., systems containing delays) in an input-output setting is no more complicated than analyzing lumped systems. In contrast, in the case of Lyapunov stability, analyzing time-delay systems, for example, is substantially more complicated than analyzing ordinary differential equations [see e.g., Hale (1977)]. On the other hand, at a first glance at least, understanding input-output theory would appear to require a greater background in mathematics than understanding Lyapunov theory, since input output theory makes reference to advanced concepts such as Lebesgue spaces and so on. In many ways, this impression is misleading. As shown subsequently, there are only a few places where the full power of Lebesgue theory is needed, and almost everywhere one can get by with the more familiar notion of Riemann integration. Part of the objective of this chapter is to make input-output theory as accessible to the student as Lyapunov theory.

21- Lyapunov theory ---------- input-output stability theory.

1) extended
2) was originated from
3) was discussed in literature after
4) was discussed in literature in about the same time as

22- An output is associated with an input by ----------.

1) an input-output mapping
2) input- output stabilization
3) a state variable representation
4) a set of differential equations

23- The state representation and the input-output representation ----------.

1) are essentially equivalent
2) of a system are closely related
3) give different characterizations of a system
4) can be used to arrive at conflicting stability results

24- The word "insight" in paragraph 2 is similar in meaning to ----------.

1) approach
2) device
3) ability
4) understanding

25- Input-output theory ----------.

1) makes use of Lebesgue theory infrequently
2) needs to use Lebesgue theory in all situations
3) cannot make use of the Riemann integration
4) is misleadingly considered as a simplified notion of Lyapunov theory

saednews.com

PASSAGE 3:

Numerical Analysis

Before beginning with the detailed description of the book and the specific material we will be studying, it is well worthwhile to answer the fundamental questions "What is numerical analysis?" and "Why do we need numerical methods?" It is probably easier to treat the second of these first.

There is a tendency in lower-level mathematical courses to teach recipes for solving particular problems which fit into very special forms. These can be solved by some convenient procedure which leads to the exact solution just by following prescribed rules. Unfortunately, these idealized problems are by no means typical of "real-life" mathematical, physical, or engineering problems. Many physical situations are described by differential equations, and these almost invariably must be solved approximately on a computer by numerical methods. If we think of the problem of solving just one equation in one unknown, we can write down a formula for its solutions in the case of a polynomial equation of degree not more than four. For any more complicated equations (and often for these simple ones too) the only techniques we have available are numerical methods such as Newton's method which many readers will recall from earlier calculus courses.

If you start to think about what mathematical functions we can evaluate *exactly*, and for what values of their argument this is true, you will come up with a very short list indeed—essentially consisting of rational functions with rational coefficients and rational arguments or, equivalently, a quotient of two polynomials with integer coefficients and integer values of the variable. For almost all functions it is therefore necessary to develop efficient numerical techniques for their *approximate* evaluation.

The foregoing is just a brief introduction to the vast area of mathematical problems for which we need numerical methods. We will see many further examples as the course proceeds. For any particular problem it is not enough simply to develop a method which we hope will give a reasonable approximation to the solution; we need to know that it is indeed giving us such an approximation, and we need to know how good that approximation is.

The role of the numerical analyst is to develop and analyze numerical techniques. This includes proving that an iterative method such as Newton's converges and that the limit is a solution of the original problem, and analyzing and *bounding* the errors introduced in the numerical process. There are many sources of these errors. The accuracy of the mathematical model of the physical situation, the arithmetic system of the computer, and conditions we use to stop a particular process are among the most important; all these must be taken into consideration to guarantee any particular accuracy in the final computed solution.

26- To solve many physical problems, ----------.

1) Newton's method is inevitably needed
2) we often need to use approximation techniques
3) we rarely need to make use of numerical techniques
4) exact solutions of differential equations are required

saednews.com

27- **For evaluation of most mathematical functions, ----------.**
1) exact procedures are available
2) rational arguments must be used
3) Newton's method can be used effectively
4) efficient numerical techniques are needed

28- **For a real-life mathematical problem by a numerical technique, ----------.**
1) convergence analysis plays a major role
2) an exact formulation of the solution is needed
3) any obtained approximate solution cannot be trusted
4) accuracy of the obtained solution is immaterial

29- **The word "invariably" in paragraph 2 is similar in meaning to ----------.**
1) particularly 2) specially 3) uniformly 4) deterministically

30- **Which of the following statements is NOT correct?**
1) A numerical analyst is concerned with convergence of numerical techniques.
2) Exact solutions of real mathematical problems can rarely be found.
3) Numerical procedures cannot be trusted due to their approximating nature.
4) Numerical analysis is concerned with development and analysis of numerical algorithms.

دروس پایه (ریاضی عمومی (۱ و ۲)، معادلات دیفرانسیل، مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی و مبانی احتمال):

۳۱- اگر $a \in \mathbb{R}$ و $z = (\sin\frac{5\pi}{8} + i\cos\frac{5\pi}{8})^{4}$ ریشه معادله $z^{3} + (a-2)z^{2} + a^{2}z - 2a^{2} - 1 = 0$ باشد آنگاه کدام گزینه جواب دیگری از این معادله است؟

۱) -1
۲) 1
۳) 3
۴) $-1+i$

۳۲- مقدار $\lim_{x\to 0} (\frac{\sin x}{x})^{\cot^{2} x}$ کدام است؟

۱) 1
۲) $e^{-\frac{1}{3}}$
۳) $e^{-\frac{1}{6}}$
۴) $e^{\frac{1}{2}}$

saednews.com

۳۳- تابع $f:\left[\circ\,,\frac{\pi}{۲}\right]\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f(x)=\int_{\circ}^{x}\max\{\sin t\,,\cos t\}dt$ وارون‌پذیر است. مقدار $(f^{-۱})'(\frac{\sqrt{۲}}{۲})$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴) موجود نیست.

۳۴- فرض کنید $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد که $a_\circ=۱$ و برای یک عدد حقیقی p جملات دنباله همگی در معادلهٔ $(n^۲+۲)a_{n+۱}-(n^۲+۱)pa_n=\circ$ صدق کنند. مجموعهٔ همهٔ مقادیر p که برای آن‌ها سری $\sum_{n=\circ}^{\infty}a_n$ همگرای مطلق است، کدام است؟

۱) $(-۱\,,۱)$

۲) $(\frac{-۱}{۲}\,,\frac{۱}{۲})$

۳) $(-۲\,,۲)$

۴) $(\frac{-۱}{۴}\,,\frac{۱}{۴})$

۳۵- سری مکلورن تابع $f(x)=\frac{۱}{\sqrt{۱+x}}$ کدام است؟

۱) $\sum_{n=\circ}^{\infty}\frac{(-۱)^n\,(۲n-۱)!}{۲^{۲n-۱}\,(n-۱)!}x^n$

۲) $\sum_{n=\circ}^{\infty}\frac{(-۱)^n\,(۲n-۱)!}{۲^{۲n}\,(n-۱)!^۲}x^n$

۳) $\sum_{n=\circ}^{\infty}\frac{(-۱)^n\,(۲n)!}{۲^{۲n+۱}\,n!}x^n$

۴) $\sum_{n=\circ}^{\infty}\frac{(-۱)^n\,(۲n)!}{۲^{۲n}\,(n!)^۲}x^n$

۳۶- مقدار $\int_{۱}^{\infty}\frac{dx}{e^x+۱}$ کدام است؟

۱) $\ln(۱+\frac{۱}{e})$

۲) $\ln(۱+e)$

۳) $\mathrm{Arctan}(\sqrt{e})$

۴) $\mathrm{Arctan}(e^۲)$

saednews.com

۳۷- حجم حاصل از دوران ناحیه بی‌کران واقع در ربع اول بین محور x ها و منحنی $f(x)=\frac{1}{x^4+1}$ حول محور yها کدام است؟

۱) ∞

۲) $\frac{\pi^2}{2}$

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi^2}{4}$

۳۸- کدام گزینه دربارهٔ اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x,y)=\frac{1}{x}-\frac{64}{y}+xy$ درست است؟

۱) مینیمم نسبی دارد ولی ماکزیمم نسبی ندارد.

۲) ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی دارد.

۳) ماکزیمم نسبی دارد ولی مینیمم نسبی ندارد.

۴) اکسترمم نسبی ندارد.

۳۹- مقدار $I=\int_0^1\int_{\sqrt{x}}^1 \sin(\pi y^3)dy\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{2\pi}{3}$

۲) $\frac{3\pi}{2}$

۳) $\frac{3}{2\pi}$

۴) $\frac{2}{3\pi}$

۴۰- کار انجام شده توسط میدان نیروی $\vec{F}(x,y,z)=2xy\vec{i}+(x^2+z)\vec{j}+y\vec{k}$ در جابه‌جایی یک ذره از نقطه $(2,0,1)$ به نقطه $(1,4,3)$ روی خم $C:\vec{r}(t)=(2-\cos^5 t, 4\sin^4\frac{t}{2}, 1+\cos^6\frac{t}{2})$ کدام است؟

۱) $\frac{109}{6}$

۲) ۴۰

۳) $\frac{35}{3}$

۴) ۵۲

saednews.com

۴۱- کدام گزینه یک عامل انتگرال‌ساز برای معادله دیفرانسیل $y' = -\frac{2xy^2 + x^2y^3}{x^2y + 3x^3y^2}$ است؟

۱) $\rho(x,y) = \frac{1}{x^2y^2(1-2xy)}$

۲) $\rho(x,y) = \frac{1}{xy(1-2x^2y^2)}$

۳) $\rho(x) = \frac{1}{x^2(1-x^2)}$

۴) $\rho(y) = \frac{1}{y^2(1-y^2)}$

۴۲- اگر y_0 جواب دیفرانسیل $y'' + 2y' + y = 4e^{-x}\ln x$ با شرط اولیه $y(0) = y'(0) = 1$ باشد آنگاه مقدار تابع y_0 در نقطه $x_0 = 1$ کدام است؟

۱) e

۲) ۱

۳) $\frac{1}{e}$

۴) ۰

۴۳- اگر y_0 جواب معادلهٔ $(1-x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ با شرایط اولیه $y(0) = 1 , y'(0) = -1$ باشد، آنگاه مقدار تابع y_0 در نقطه $x_0 = 1$ کدام است؟

۱) -1

۲) ۰

۳) ۱

۴) ۲

۴۴- در حل معادلهٔ $xy'' + (x-1)y' - y = 0 , x > 0$ حول نقطه $x = 0$ با روش فروبنیوس، ریشه‌های معادله (چند جمله‌ای) شاخص کدام است؟

۱) $0, 1$

۲) $0, 2$

۳) $-1, 0$

۴) $1, 2$

saednews.com

۴۵- تبدیل لاپلاس معکوس $F(s)=\frac{۱}{\sqrt{۲s+۱}}$ کدام است؟

۱) $f(t)=\frac{۱}{\sqrt{۲te^{t}}}$

۲) $f(t)=\sqrt{\frac{e^{t}}{۲\pi t}}$

۳) $f(t)=\sqrt{\frac{e^{t}}{۲t}}$

۴) $f(t)=\frac{۱}{\sqrt{۲\pi te^{t}}}$

۴۶- فرض کنید $\mathbb{Z}$ نمایش اعداد صحیح باشد و $A=\left\{\frac{۱}{n^{۲}}-\frac{۱}{m}: \quad n,m\in\mathbb{Z}\setminus\{۰\}\right\}$. کدام گزینه درست است؟

۱) A کمینه (می‌نیمم) دارد.

۲) $\inf A=-۱$

۳) $\sup A=\max A=۱$

۴) A نه بیشینه (ماکسیمم) دارد و نه کمینه (می‌نیمم) دارد.

۴۷- برای دو زیر مجموعهٔ ناتهی X و Y از اعداد طبیعی $\mathbb{N}$ تعریف می‌کنیم: $X+Y=\{x+y: x\in X, y\in Y\}$.
کدام گزینه نادرست است؟
افرازی مانند $\{A,B\}$ از $\mathbb{N}$ وجود دارد به‌طوری‌که:

۱) $A+A\subseteq A$ و $B+B\subseteq B$

۲) $A+A\subseteq A$

۳) $A+A\subseteq B$

۴) $A+A\subseteq A$ و $A+B\subseteq B$

۴۸- فرض کنید $m_{۲}$ توان ۲ در تجزیهٔ عدد طبیعی m به اعداد اول باشد. روی اعداد طبیعی، رابطهٔ هم‌ارزی R را به‌صورت $mRn \Leftrightarrow m_{۲}=n_{۲}$ تعریف می‌کنیم، اگر $[m]_R$ نشان دهندهٔ کلاس هم‌ارزی m باشد آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموعهٔ $\{[m]_R \mid m\in\mathbb{N}\}$ نامتناهی است.

۲) همهٔ اعداد طبیعی فرد در یک کلاس هم ارزی قرار دارند.

۳) برای هر عدد طبیعی m، مجموعهٔ $[m]_R$ نامتناهی است.

۴) اعداد طبیعی m و n موجودند به‌طوری‌که $\{a+b \mid a\in[m]_R,\ b\in[n]_R\}$ نیز یک کلاس هم‌ارزی است.

۴۹- فرض کنید X مجموعه‌ای نامتناهی و $P_{\infty}(X)$ گردایهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های نامتناهی X باشد. همچنین فرض کنید رابطهٔ R روی $P_{\infty}(X)$ به‌صورت زیر تعریف شده باشد. ARB اگر و تنها اگر عدد اصلی مجموعه $A\Delta B=(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$ نامتناهی باشد. کدام گزینه برای رابطهٔ R درست است؟

۱) رابطه هم‌ارزی است.

۲) انعکاسی نیست ولی متقارن و متعدی است.

۳) متقارن است ولی انعکاسی و متعدی نیست.

۴) انعکاسی و پادمتقارن است ولی متعدی نیست.

saednews.com

۵۰- فرض کنید α، β و γ اعداد اصلی باشند. کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $\alpha < \beta$، آنگاه $\gamma^{\alpha} < \gamma^{\beta}$.

۲) اگر α، β و γ ترامتناهی باشند آنگاه $\alpha + \beta < \alpha\beta$.

۳) اگر α، β و γ ترامتناهی باشند و $\alpha < \beta$، آنگاه $\alpha\gamma < \beta\gamma$.

۴) اگر $\alpha \leq \beta$، آنگاه $\alpha^{\gamma} \leq \beta^{\gamma}$، ولی لزومی ندارد که عکس آن برقرار باشد.

۵۱- بردارهای زیر را از فضای $\mathbb{R}^3$ در نظر بگیرید. مقدار k چه باشد تا w ترکیب خطی دو بردار u و v باشد؟

$$u = \begin{pmatrix} ۱ \\ -۲ \\ ۳ \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} -۱ \\ ۱ \\ ۴ \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} k \\ ۶ \\ ۲ \end{pmatrix}$$

۱) -۲

۲) ۳

۳) ۵

۴) -۴

۵۲- فرض کنید $A \in M_۲(\mathbb{R})$ و $T : M_۲(\mathbb{R}) \to M_۲(\mathbb{R})$ یک تبدیل خطی با ضابطه $T(X) = \Lambda X$ باشد. در این‌صورت $\det(T)$ کدام است؟

۱) $\det(A)$

۲) $\det(A)^۲$

۳) $۲\det(\Lambda)$

۴) $|\det(A)|$

۵۳- فرض کنید $A \in M_۶(\mathbb{R})$ و $A^۳ - ۲A^۲ - ۱۵A = ۰$. اگر $tr(A) = ۴$، آنگاه $rank(A)$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۵۴- دترمینان ماتریس زیر کدام‌یک از اعداد زیر است؟

$$A = \begin{bmatrix} ۶ & ۲ & ۲ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۶ & ۲ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۶ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۲ & ۶ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۲ & ۲ & ۶ \end{bmatrix} \in M_۵(\mathbb{R})$$

۱) $۴^۴ \times ۱۴$

۲) $۴^۳ \times ۱۴$

۳) $۴^۲ \times ۱۴$

۴) ۴×۱۴

saednews.com

۵۵- تعداد ماتریس‌های ۲×۲ متقارن و معکوس‌پذیر روی میدان ۳ عضوی برابر است با:

۱) ۱۶

۲) ۱۸

۳) ۲۰

۴) ۲۲

۵۶- انتگرال بالایی تابع $f(x)=\begin{cases}\sin x & x\in Q\cap\left[۰,\frac{\pi}{۲}\right]\\ \cos x & x\in Q^c\cap\left[۰,\frac{\pi}{۲}\right]\end{cases}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$

۲) ۱

۳) $۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۵۷- کدام گزینه درست است؟

۱) اگر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ پیوسته و صعودی باشد آنگاه f مشتق‌پذیر است.

۲) تابعی مشتق‌پذیر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ موجود نیست که $f'(x)=[x]+\cos x$ است.

۳) اگر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد آنگاه برای هر $x_۰\in\mathbb{R}$، $\lim\limits_{x\to x_۰} f'(x)$ و $\lim\limits_{x\to x_۰^+} f'(x)$ موجودند.

۴) اگر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی باشد که برای هر $x\in\mathbb{R}$، $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(f(x+\frac{۱}{n})-f(x)\right)$ موجود باشد آنگاه f مشتق‌پذیر است.

۵۸- فرض کنید تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ پیوسته و کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) f نمی‌تواند اکیداً صعودی باشد.

۲) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وجود دارد.

۳) f یکنواخت پیوسته است.

۴) معادلهٔ $f(x)=x$ حداقل یک جواب دارد.

۵۹- فرض کنید $۰<c<۱$ و $\{x_n\}$ دنباله‌ای از اعداد حقیقی مثبت باشد به‌طوری‌که برای هر $n\in\mathbb{N}$، $x_{n+۲}+x_{n+۱}\le c(x_{n+۱}+x_n)$. کدام گزینه درست است؟

۱) دنبالهٔ $\{x_n\}$ همگراست ولی $\{(-۱)^n x_n\}$ لزوماً همگرا نیست.

۲) دنبالهٔ $\{(-۱)^n x_n\}$ همگراست ولی $\{x_n\}$ لزوماً همگرا نیست.

۳) هر دو دنبالهٔ $\{x_n\}$ و $\{(-۱)^n x_n\}$ همگرا هستند.

۴) هر دو دنبالهٔ $\{x_n\}$ و $\{(-۱)^n x_n\}$ واگرا هستند.

saednews.com

۶۰- اگر $a_n = (1-\sin\frac{1}{n})\cos n\pi$، مقدار $\limsup a_n + \liminf a_n$ کدام است؟

۱) -1

۲) 0

۳) 1

۴) 2

۶۱- فرض کنید عدد حالت ماتریس A برابر است با 10^p، $p>1$. اگر $\bar{x}$ جواب محاسبه شده از حل دستگاه $Ax=b$ با روش حذفی گاوس در ماشینی با t رقم دهدهی دقت در نمایش اعداد حقیقی باشد، آن‌گاه تعداد ارقام دهدهی قابل اعتماد در $\bar{x}$ به‌عنوان جواب دستگاه حداکثر برابر است با .....

۱) t

۲) $t-p$

۳) $t-1$

۴) p

۶۲- اگر تابع f مشتق مرتبه دوم پیوسته داشته باشد، $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ تقریبی از کدام مقدار با خطای $O(h^2)$ است؟

۱) $f'(x)$

۲) $f'(x+\frac{h}{2})$

۳) $f'(x+h)$

۴) $f'(x-\frac{h}{2})$

۶۳- فرض کنید $p_1(x), p_2(x), \ldots, p_n(x)$ توابع پایه دوبه‌دو متعامد نرمال (یکه) نسبت به داده‌های (t_i, y_i)، $i=1,\ldots,n$، باشند و $P(t)$ تابع درون‌یاب داده‌ها، $P(t)=\sum_{j=1}^{n} a_j p_j(t)$ باشد. مقدار a_j کدام است؟

۱) y_j

۲) $p_j(t_j)y_j$

۳) $\frac{y_j}{p_j(t_j)}$

۴) $\sum_{j=1}^{n} p_j(t_i)y_i$

۶۴- فرض کنید $f(x)=2x^2+4x-1$. روش تکراری نیوتن برای پیدا کردن مینیمم کننده f از هر نقطه شروع x_0 .....

۱) پس از یک تکرار به جواب می‌رسد.

۲) همگرایی خطی دارد.

۳) ممکن است واگرا شود.

۴) ممکن است قابل انجام نباشد.

saednews.com

۶۵- می‌خواهیم α_1، α_2 و α_3 را چنان تعیین کنیم که فرمول تقریبی زیر برای تابع چند جمله‌ای **f** با حداکثر درجه دقیق باشد. در این صورت، $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ برابر است با .....

$$\int_0^1 xf(x)dx \simeq \alpha_1 f(0)+\alpha_2 f'(0)+\alpha_3 f(1)$$

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{7}{12}$

۴) $\frac{5}{12}$

۶۶- در یک سیاست اصلاح وضعیت درآمد خانوارهای یک شهر که دارای حداقل درآمد ۵ واحد در ماه هستند، ۵ واحد از درآمد هر یک از خانوارها کسر می‌شود. ضریب تغییرات درآمد چه تغییری می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) تغییر نمی‌کند.

۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۶۷- علی و احمد به‌همراه ۵ نفر دیگر به تصادف در یک صف می‌ایستند. احتمال این‌که دقیقاً سه نفر بین آن‌ها باشد، کدام است؟

۱) $\frac{1}{42}$

۲) $\frac{2}{42}$

۳) $\frac{6}{42}$

۴) $\frac{7}{42}$

۶۸- فرض کنید $P(A)=\frac{3}{4}$ و $P(B)=\frac{3}{4}$ باشد. کدام مورد درخصوص $P(B\mid A)$ درست است؟

۱) $P(B\mid A)<\frac{1}{2}$

۲) $P(B\mid A)>\frac{7}{12}$

۳) $P(B\mid A)<\frac{2}{3}$

۴) $P(B\mid A)\geq\frac{2}{3}$

saednews.com

۶۹- در یک کیسه ۵ گوی آبی و ۵ گوی قرمز وجود دارد. یک تاس سالم به تصادف پرتاب می‌شود و به تعداد شماره مشاهده شده روی تاس از کیسه گوی (با جایگذاری) انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که همه گوی‌های انتخابی آبی باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۲-۲^{-۷}}{۵}$

۲) $\frac{۲-۲^{۶}}{۵}$

۳) $\frac{۲-۲^{-۷}}{۶}$

۴) $\frac{۲-۲^{-۶}}{۶}$

۷۰- در جعبه‌ای ۴ توپ سفید و ۴ توپ سیاه وجود دارد. از این جعبه به تصادف تعدادی تصادفی توپ بدون جایگذاری برمی‌داریم. احتمال این‌که تعداد توپ‌های سفید و سیاه انتخاب شده برابر باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۸۷}{۲۸۰}$

۲) $\frac{۹۳}{۲۸۰}$

۳) $\frac{۵۸}{۱۲۷}$

۴) $\frac{۶۹}{۱۲۷}$

آنالیز ریاضی:

۷۱- مجموعهٔ $\Lambda=\{x\in Q: ۲\le x^{۲}\le ۳\}$ را در فضای متریک $(Q,|\cdot|)$ در نظر می‌گیریم. در این صورت A در Q .....

۱) فشرده است.

۲) هم‌بند است.

۳) هم باز و هم بسته است.

۴) بسته است ولی باز نیست.

۷۲- فرض کنید (X,d) یک فضای متریک باشد و متر $\rho: X\times X\to[۰,+\infty)$ به‌صورت زیر تعریف شود:

$$\rho(x,y)=\begin{cases} d(x,y) & d(x,y)<۱ \\ ۱ & d(x,y)\ge ۱ \end{cases}$$

کدام گزینه نادرست است؟

۱) باز بودن در (X,d) و (X,ρ) معادل‌اند.

۲) فشردگی در (X,d) و (X,ρ) معادل‌اند.

۳) هم‌بندی در (X,d) و (X,ρ) معادل‌اند.

۴) کرانداری در (X,d) و (X,ρ) معادل‌اند.

saednews.com

۷۳- فرض کنید (X,d) یک فضای متریک باشد و $E \subseteq X$. کدام گزینه درست است؟ ($\overline{E}$ بستار E، E' مجموعهٔ نقاط حدی E، E° مجموعهٔ نقاط درونی E و ∂E مجموعهٔ نقاط مرزی E است)

۱) مجموعه نقاط تنهای E و $\overline{E}$ برابر هستند.

۲) مجموعه نقاط تنهای E و E° برابر هستند.

۳) مجموعه نقاط تنهای E و E' برابر هستند.

۴) مجموعه نقاط تنهای E و ∂E برابر هستند.

۷۴- فرض کنید A زیرمجموعهٔ فضای متریک (X,d) است. کدام گزینه درست است؟

۱) $A' \subseteq (A')'$

۲) $(A')' \subseteq A'$

۳) $\partial A \subseteq A'$

۴) $\partial A \subseteq \partial(\partial A)$

۷۵- فرض کنید A زیرمجموعه‌ای از فضای متریک (X,d) باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر A هم‌بند باشد آنگاه A' هم‌بند است.

۲) اگر A° هم‌بند و ناتهی باشد آنگاه A هم‌بند است.

۳) اگر A هم‌بند باشد آنگاه لزومی ندارد A° هم‌بند باشد.

۴) اگر A هم‌بند باشد آنگاه $\overline{A}$ هم‌بند است.

۷۶- فرض کنید X یک فضای متریک نامتناهی باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱) خانوادهٔ زیرمجموعه‌های چگال X نامتناهی است.

۲) خانوادهٔ زیرمجموعه‌های باز X نامتناهی است.

۳) خانوادهٔ زیرمجموعه‌های فشردهٔ X نامتناهی است.

۴) خانوادهٔ زیرمجموعه‌های هم‌بند X نامتناهی است.

۷۷- فرض کنید $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ یک تابع باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) اگر به‌ازای هر $x \in \mathbb{R}$ مجموعه $f^{-1}(\{x\})$ هم‌بند باشد آنگاه f تابعی یکنوا است.

۲) اگر تابع f یکنوا باشد آنگاه به‌ازای هر $x \in \mathbb{R}$، مجموعه $f^{-1}(\{x\})$ هم‌بند است.

۳) اگر به‌ازای هر $x \in \mathbb{R}$ مجموعه $f^{-1}(\{x\})$ هم‌بند باشد آنگاه f پیوسته است.

۴) اگر f پیوسته و یکنوا باشد آنگاه برای هر $x \in \mathbb{R}$ مجموعهٔ $f^{-1}(\{x\})$ تنها یک عضو دارد.

۷۸- فرض کنید $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد. کدام‌یک از مجموعه‌های زیر نمی‌تواند با $f([0,1))$ برابر باشد؟

۱) $[0,1)$

۲) $\{0\}$

۳) $(0,1)$

۴) $[0,1]$

۷۹- فرض کنید (X,d) یک فضای متریک و $f : X \to \mathbb{R}$ تابعی باشد که برای هر $\alpha \in \mathbb{R}$، مجموعه‌های $\{x \in X : f(x) > \alpha\}$ و $\{x \in X : f(x) < \alpha\}$ باز هستند. دراین‌صورت تابع f .....

۱) نگاشت باز است.

۲) لزوماً پیوسته نیست.

۳) یکنواخت پیوسته است.

۴) پیوسته است ولی لزوماً یکنواخت پیوسته نیست.

saednews.com

۸۰- فرض کنید $\{x_n\}, \{y_n\}$ دنباله‌هایی دلخواه در دامنهٔ تعریف تابع f باشند. برای کدام‌یک از توابع f داده شده در زیر از شرط $x_n - y_n \to 0$ می‌توان نتیجه گرفت $f(x_n) - f(y_n) \to 0$؟

۱) $f(x) = x^2 + 1$ روی $\mathbb{R}$

۲) $f(x) = \frac{1}{x}$ روی $(0,1]$

۳) $f(x) = \exp(\frac{-1}{x})$ روی $(0,1]$

۴) $f(x) = \tan(x)$ روی $(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

۸۱- فرض کنید $A = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{Q} \mid f$ پیوسته است$\}$. کدام گزینه درست است؟

۱) A تهی است.

۲) A شمارای نامتناهی است.

۳) A متناهی و ناتهی است.

۴) A ناشمارا است.

۸۲- فرض کنید $f : (0,1] \to \mathbb{R}$ تابعی مشتق پذیر با مشتقی کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) دنبالهٔ $\{f(\frac{1}{n})\}$ واگرا است.

۲) دنبالهٔ $\{f'(\frac{1}{n})\}$ واگرا است.

۳) دنبالهٔ $\{f'(\frac{1}{n})\}$ همگرا است.

۴) دنبالهٔ $\{f(\frac{1}{n})\}$ همگرا است.

۸۳- دنبالهٔ توابع $\{f_n\}$ بر بازهٔ $(0, \infty]$ با ضابطهٔ $f_n(x) = \frac{x^3 + 1}{1 + n^2 x^3}$ تعریف شده است. کدام گزینه برای دنبالهٔ $\{f_n\}$ درست است؟

۱) یکنواخت کراندار است ولی یکنواخت همگرا نیست.

۲) هم یکنواخت کراندار است و هم یکنواخت همگرا.

۳) نه یکنواخت کراندار است و نه یکنواخت همگرا.

۴) یکنواخت همگرا است ولی یکنواخت کراندار نیست.

۸۴- دربارهٔ سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{|x| + n}{n^2} (x \in \mathbb{R})$ کدام گزینه درست است؟

۱) سری بر هر بازهٔ کراندار همگرای مطلق است.

۲) سری بر هر بازهٔ کراندار یکنواخت همگرا است.

۳) سری بر هیچ بازهٔ بیکران همگرای نقطه‌ای نیست.

۴) سری بر هر بازهٔ کراندار همگرای نقطه‌ای است ولی بر آن بازهٔ یکنواخت همگرا نیست.

saednews.com

۸۵- درباره سری‌های $A:\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}(1-\frac{1}{1+x^n})$ و $B:\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\log(1+\frac{x}{n})$، کدام گزینه روی بازهٔ $[1,2]$ درست است؟

۱) هیچ‌کدام از سری‌های A و B یکنواخت همگرا نیستند.

۲) سری B یکنواخت همگرا است ولی سری A یکنواخت همگرا نیست.

۳) سری‌های A و B یکنواخت همگرا هستند.

۴) سری A یکنواخت همگرا است ولی سری B یکنواخت همگرا نیست.

۸۶- فرض کنید برای هر $x\in[0,+\infty)$ و $n\in\mathbb{N}$، $f_n(x)=\frac{(-1)^n}{n+x}$. کدام گزینه درست است؟

۱) سری $\sum_{n=1}^{\infty}f_n$ روی زیرمجموعه‌های کراندار $[0,+\infty)$ همگرای مطلق است.

۲) سری $\sum_{n=1}^{\infty}f_n$ در هیچ نقطه‌ای از $[0,+\infty)$ همگرا نیست.

۳) سری $\sum_{n=1}^{\infty}f_n$ روی $[0,+\infty)$ همگرای مطلق است.

۴) سری $\sum_{n=1}^{\infty}f_n$ روی $[0,+\infty)$ همگرای یکنواخت است.

۸۷- فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع حقیقی انتگرال‌پذیر بر بازهٔ $[a,b]$ باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) اگر دنبالهٔ $\{f_n\}$ صعودی و همگرایی $f_n\to f$ نقطه‌ای باشد آنگاه f نیز انتگرال‌پذیر است.

۲) اگر همگرایی $f_n\to f$ نقطه‌ای و f انتگرال‌پذیر باشد آنگاه $\lim_{n\to\infty}\int_a^b f_n(x)dx=\int_a^b f(x)dx$.

۳) اگر همگرایی $f_n\to f$ نقطه‌ای و همگرایی $f_n^2\to f^2$ یکنواخت باشد آنگاه همگرایی $f_n\to f$ یکنواخت است.

۴) اگر دنبالهٔ $\{f_n\}$ صعودی و زیردنباله‌ای از $\{f_n\}$ به f یکنواخت همگرا باشد آنگاه f انتگرال‌پذیر است و

$$\lim_{n\to\infty}\int_a^b f_n(x)dx=\int_a^b f(x)dx.$$

۸۸- کدام گزینه درست است؟

۱) دنبالهٔ $\{\sin^n x\}$ بر $[0,\frac{\pi}{3})$ هم‌پیوسته است.

۲) اگر $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع هم‌پیوسته باشد آنگاه $\{f_n^2\}$ نیز هم‌پیوسته است.

۳) اگر دنبالهٔ توابع پیوسته $\{f_n\}$ بر $\mathbb{R}$ یکنواخت همگرا باشد آنگاه $\{f_n\}$ هم‌پیوسته است.

۴) اگر دنبالهٔ توابع $\{f_n\}$ بر $[0,1]$ هم‌پیوسته باشد آنگاه $\{f_n\}$ بر $[0,1]$ یکنواخت همگرا است.

saednews.com

۸۹- فرض کنید $C([0,1])$ فضای توابع حقیقی مقدار پیوسته بر $[0,1]$ با متریک $d(f,g)=\sup_{x\in[0,1]}|f(x)-g(x)|$ باشد و $A=\left\{f\in C[0,1]\;\middle|\;\sup_{x\in[0,1]}|f(x)|=1\right\}$. کدام گزینه نادرست است؟

۱) A هم‌بند است.

۲) A هم‌پیوسته است.

۳) A نقاط $[0,1]$ را جدا می‌کند.

۴) A زیرمجموعه‌ای شمارا دارد که در A چگال است.

۹۰- فرض کنید A مجموعهٔ چند جمله‌ای‌های زوج باشد. مجموعهٔ A در کدام‌یک از فضاهای زیر چگال است؟

۱) $C([-1,1])$

۲) $C(\mathbb{R})$

۳) $C([0,1])$

۴) $C([-1,2])$

مبانی جبر و مبانی ترکیبیات:

۹۱- فرض کنید G گروهی متناهی باشد و G عضوی از مرتبهٔ n داشته باشد $(n>2)$، در این صورت تعداد اعضای G که از مرتبهٔ n هستند، .....

۱) فرد است.

۲) زوج است.

۳) برابر n است.

۴) برابر با $\frac{|G|}{2}$ است.

۹۲- مرتبه یک عضو S_{10}، کدام‌یک نمی‌تواند باشد؟

۱) ۲۰

۲) ۲۱

۳) ۲۸

۴) ۳۰

۹۳- فرض کنید G گروهی از مرتبه ۲۱ و K گروهی از مرتبه ۴۹ باشد. همچنین فرض کنید G زیر گروه نرمالی از مرتبه ۳ نداشته باشد. در این صورت تعداد همریختی‌های از G به K برابر است با:

۱) ۴۹

۲) ۷

۳) ۱

۴) ۲۹

saednews.com

۹۴- فرض کنید G گروهی از مرتبهٔ فرد باشد به‌طوری که به ازای هر $a, b \in G$ داریم، $a^2b^2 = b^2a^2$. در این‌صورت:

۱) $G = G'$

۲) G از مرتبهٔ توان یک عدد اول است.

۳) G دوری است.

۴) G آبلی است ولی لزوماً دوری نیست.

۹۵- فرض کنیم G یک گروه و $C_G(x)$ مرکز ساز x در G باشد یعنی $C_G(x) = \{g \in G \mid xg = gx\}$. اگر p عددی اول و $\frac{G}{Z(G)} \cong \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$ و اگر $x \notin Z(G)$ در این صورت:

۱) $C_G(x)$ ماکسیمال و آبلی است.

۲) $C_G(x) = Z(G)$

۳) $C_G(x) = G$

۴) $C_G(x)$ ماکسیمال و ناآبلی است.

۹۶- کدام‌یک از گروه‌های زیر بیشترین تعداد خودریختی (اتومورفیسم) را دارد؟

۱) $\mathbb{Z}$

۲) $\mathbb{Z}_4$

۳) $\mathbb{Z}_3$

۴) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$

۹۷- در حلقه R، عضو $x \in R$ را خودتوان گویند هرگاه $x^2 = x$. فرض کنید $e, f \in R$ دو خودتوان متمایز باشند، کدام گزینه صحیح است؟

۱) ef خودتوان است.

۲) $e + f$ خودتوان است.

۳) اگر ef خودتوان باشد، آنگاه $e + f$ نیز خودتوان است.

۴) اگر $e + f$ خودتوان باشد، آنگاه ef نیز خودتوان است.

۹۸- فرض کنید $\mathbb{Z}[x]$ حلقه چند جمله‌ای‌ها با ضرایب صحیح باشد. تعریف می‌کنیم $I = \{f(x) \in \mathbb{Z}[x] \mid f(-2) = 0\}$ در این‌صورت:

۱) I یک ایده‌آل اول $\mathbb{Z}[x]$ است.

۲) $I \cap \mathbb{Z}$ ایده‌آل ماکسیمالی از $\mathbb{Z}$ است.

۳) $I \cap \mathbb{Z} = 2\mathbb{Z}$.

۴) I ایده‌آلی از $\mathbb{Z}[x]$ نیست.

۹۹- حلقه R چند عضوی باشد تا تعداد اعضای R با مشخصه حلقه R برابر باشد؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۹

saednews.com

۱۰۰- اگر a و b به‌ترتیب بیانگر تعداد اعضای وارون‌پذیر و اعضای خودتوان در حلقه $\frac{\mathbb{Z}[x]}{(x^2,5x)}$ باشند، آنگاه مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۲

۲) ۱۰

۳) ۸

۴) ۷

۱۰۱- به چند طریق می‌توان اعداد صحیح از -5 تا ۱۰۰ را در یک دنباله قرار داد که قدر مطلق جملات دنباله، تشکیل یک دنبالهٔ نانزولی (صعودی) دهند؟

۱) 2^{106}

۲) 2^{10}

۳) 2^5

۴) 2^4

۱۰۲- ضریب x^{10} در $x^4(5x^{-1}+3x)^{10}$ کدام است؟

۱) $3^{10}\times 125$

۲) $3^{11}\times 125$

۳) $3^{10}\times 25$

۴) $3^{11}\times 25$

۱۰۳- تعداد درخت‌های فراگیر برچسب‌گذاری شدهٔ گراف زیر برابر است با:

۱) $2\times 3^2\times 4^3\times 5^4$

۲) $2\times 3\times 4^2\times 5^4$

۳) $3^2\times 4^2\times 5^4$

۴) $3^2\times 4\times 5^2$

۱۰۴- از بین یک تیم ۸ نفره به چند طریق می‌توان ۳ گروه ۲ نفره تشکیل داد؟

۱) ۴۲۰

۲) ۸۴۰

۳) ۱۲۶۰

۴) ۲۵۲۰

saednews.com

۱۰۵- رئوس درختی با درجاتشان، به شرح زیر می‌باشند:
«چهار رأس از درجه ۲، دو رأس از درجه ۳، یک رأس از درجه ۴ و دو رأس از درجهٔ ۵ و t برگ».
مقدار t، برابر است با:

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۱۰۶- چه تعداد زیرمجموعه ۴ عضوی از $\{1,2,\cdots,1399\}$ موجودند که شامل اعداد متوالی نیستند؟

۱) $\binom{1391}{4}$
۲) $\binom{1392}{4}$
۳) $\binom{1395}{4}$
۴) $\binom{1396}{4}$

۱۰۷- چند گراف همبند با مجموعهٔ رئوس $\{V_1, V_2, \cdots, V_7\}$ وجود دارد به‌طوری‌که $\deg(V_1) = 4$، $\deg(V_2) = 3$ و برای هر $3 \le i \le 7$، $\deg(V_i) = 1$؟

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۲۰

۱۰۸- تاسی را ۱۰ بار می‌ریزیم و می‌خواهیم تعداد حالت‌هایی که شماره‌های ظاهر شده مجموعشان ۲۸ می‌شود را بیابیم. ضریب x^{28} در کدام‌یک از توابع مولد زیر این عدد را می‌دهد؟

۱) $(1-x^7)^{10}(1-x)^{-10}$
۲) $x^{10}(1-x^6)^{10}(1-x)^{-10}$
۳) $(1-x^7)^{10}(1-x)^{10}$
۴) $x^{10}(1-x^6)^{10}(1-x)^{10}$

۱۰۹- چه تعداد دنباله ۵ رقمی از d، c، b، a موجوداند که d در سمت چپ a نباشد؟

۱) ۸۸۰
۲) ۶۸۰
۳) ۵۸۰
۴) ۷۸۰

saednews.com

۱۱۰- در مغازه‌ای شش نوع ساندویچ وجود دارد که قیمت ۵ نوع از آن‌ها ۳ تومان و یکی از آن‌ها ۵ تومان است. برای خریدی به مبلغ ۴۲ تومان چند امکان وجود دارد؟

۱) $\binom{۱۵}{۴}+\binom{۱۹}{۴}$

۲) $\binom{۱۴}{۴}+\binom{۱۸}{۴}$

۳) $\binom{۱۵}{۴}+\binom{۱۹}{۴}+\binom{۲۰}{۴}$

۴) $\binom{۱۴}{۴}+\binom{۱۸}{۴}+\binom{۱۹}{۴}$

جبر خطی عددی، بهینه‌سازی خطی و نظریه مقدماتی معادلات دیفرانسیل:

۱۱۱- فرض کنید $n \geq ۳$ عددی طبیعی است، $v_i \in R^n$ ها $\{v_۱, v_۲, ..., v_n\}$، مستقل خطی هستند. اگر A یک ماتریس دلخواه، $n \times n$، وارون‌پذیر باشد، کدام مجموعه مستقل خطی نیست؟

۱) $\{Av_۱, Av_۲, ..., Av_n\}$

۲) $\{A^{-۱}v_۱, A^{-۱}v_۲, ..., A^{-۱}v_n\}$

۳) $\{v_۱ + Av_۱, v_۲ + Av_۲, ..., v_n + Av_n\}$

۴) $\{v_۱^T A + v_۲^T A, ..., v_n^T A\}$، که v_i^T ترانهاده v_i است.

۱۱۲- فرض کنید A یک ماتریس متقارن است. اگر $A = QR$، که در آن Q یک ماتریس متعامد نرمال و R یک ماتریس بالا مثلثی است، آن‌گاه QRQ یک ماتریس ..... است.

۱) بالا مثلثی ۲) پایین مثلثی ۳) متقارن ۴) ناتکین (وارون‌پذیر)

۱۱۳- Q یک ماتریس متعامد حقیقی و $n \times n$ است $(QQ^T = I)$، کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\det(Q) = ۱$

۲) $Q^{-۱} = Q^T$ (T معرف ترانهاده است)

۳) برای هر x از R^n، $\|Qx\|_۲ = \|x\|_۲$

۴) اگر λ مقدار ویژه Q باشد، آن‌گاه $|\lambda| = ۱$

۱۱۴- فرض کنید $\bar{x}$ یک جواب محاسبه شده برای یک دستگاه خطی و Δx تخمینی برای خطای $\bar{x}$ است. آزمون همگرایی برای توقف الگوریتم مربوط را به‌صورت $\|\Delta x\| \leq \varepsilon + \delta \|\bar{x}\|$ در نظر بگیرید. مقادیر مناسب به‌ترتیب برای ε و δ کدام هستند؟

۱) هر دو نزدیک به روند عدد یک در کامپیوتر

۲) هر دو نزدیک به کوچک‌ترین عدد قابل نمایش در کامپیوتر

۳) کوچک‌ترین عدد مثبت قابل نمایش و روند عدد یک در کامپیوتر

۴) روند عدد یک و کوچک‌ترین عددمثبت قابل نمایش در کامپیوتر

saednews.com

۱۱۵- x^* جواب مسأله $\min_x(\| A^T x \|_2^2 - 2b^T A^T x)$، جواب کدام مسأله است؟

۱) $\min_x \| A^T x - b \|_2$.

۲) $\min_x \| Ax - b \|_2$ اگر A یک ماتریس مربعی باشد.

۳) $\min_x \| A^T Ax - b \|_2$ اگر A یک ماتریس مربعی باشد.

۴) $\min_x \| AA^T x - b \|_2$ اگر A یک ماتریس مربعی باشد.

۱۱۶- در روش توانی به‌صورت $X^{(k+1)} = Ax^{(k)}$, $k = 0,1,...$، برای محاسبه یک بردار ویژه ماتریس A، یک تخمین مناسب برای مقدار ویژه در تکرار $(k+1)$ ام برابر است با: (قرار دهید $p = x^{(k)}$, $q = x^{(k+1)}$)

۱) $\frac{\| q \|_2^2}{p^T q}$

۲) $\frac{\| p \|_2}{\| q \|_2}$

۳) $\frac{\| q \|_2}{\| p \|_2}$

۴) $\frac{p^T q}{\| p \|_2^2}$

۱۱۷- جواب درست برای دستگاه $Ax = b$ که در آن، A، $m \times n$، $m < n$، b، $m \times 1$ و x، $n \times 1$ هستند، کدام است؟

۱) تنها یک جواب دارد.

۲) بی‌نهایت جواب دارد.

۳) دقیقاً یک جواب دارد، وقتی m = رتبه (A).

۴) بی‌نهایت جواب دارد، وقتی رتبه $(A) = m$.

۱۱۸- مقدار بهینه مسئله زیر برابر است با .....

$$\max x_1 + x_2$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_1 \le 2,$$
$$x_2 \le 2,$$
$$|x_1 + x_2| \ge 2$$

۱) ۴-

۲) ۲-

۳) ۴

۴) ۲

saednews.com

۱۱۹- فرض کنید جدول متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس برای حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی مینیمم‌سازی (p) به‌صورت زیر است و در این جدول $c_B^T B^{-1} = (-1, 0, 0)$. مقدار α برابر است با .....

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	RHS
z	۱	۰	۰	−۱	۰	۰	α
x_4	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۲
x_5	۰	−۱	۰	−۱	۰	۱	۰
x_2	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۲

$$\min z = c^T x$$
$$\text{s.t.}$$
$$Ax = b \quad (p)$$
$$x \geq 0$$

۱) −۲
۲) −۱
۳) ۱
۴) ۲

۱۲۰- فرض کنید جدول زیر متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس برای حل یک مسئله مینیمم‌سازی استاندارد (P) به صورت زیر است. تحت کدام شرایط، جدول بعدی تباهیده (تبهگن) است؟

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
z	۱	۰	+۱	۰	۰	−۱	−۲	u
x_1	۰	۱	−۱	۰	۰	β_1	γ_1	u_1
x_3	۰	۰	۱	۱	۰	β_2	γ_2	u_2
x_4	۰	۰	۱	۰	۱	β_3	γ_3	u_3

$$\min z = c^T x$$
$$\text{s.t.}$$
$$Ax = b \quad (P)$$
$$x \geq 0$$

۱) $u_1 = 0$
۲) $u_1 = u_2$
۳) $u = 0$
۴) $u_2 = u_3$

۱۲۱- مقدار تابع هدف در اولین جدول روش M− بزرگ برای حل‌مسئله زیر برابر است با .....

$$\min 2x_1$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_1 + x_2 \geq 4,$$
$$x_1 + x_2 \leq 2,$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

۱) $4M$
۲) $4M + 2$
۳) $4M - 2$
۴) ۰

saednews.com

۱۲۲- اگر مسئله

$$\min T = \sum_{i=1}^{m} y_i$$

s.t.

$$Ax + y = b,$$
$$x \geq 0,$$
$$y \geq 0$$

که در آن y_iها درایه‌های y هستند، دارای جواب بهینه با مقدار بهینه $T = 0$ باشد، آن‌گاه جواب صحیح در مورد مسئله (P) به‌صورت زیر، کدام است؟

$$\min z = c^T x$$
s.t.
$$Ax = b, \quad (P)$$
$$x \geq 0$$

۱) می‌تواند ناشدنی باشد.
۲) شدنی و بی‌کران است.
۳) شدنی است و جواب بهینه دارد.
۴) شدنی است ولی ممکن است جواب بهینه نداشته باشد.

۱۲۳- مسئله اولیه (P) را به‌صورت

$$\min z = x_1 - x_2$$
s.t.
$$x_1 + x_2 = 1, \quad (P)$$
$$-x_1 - x_2 = -1,$$
$$x_1 \geq 0,$$
$$x_2 \leq 0$$

در نظر بگیرید و دوگان (P) را (D) بنامید. گزینه صحیح کدام است؟

۱) (P) بی‌کران است.
۲) (D) بی‌کران است.
۳) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند.
۴) (D) می‌تواند شدنی یا ناشدنی باشد.

۱۲۴- مسئله اولیه (P) را به‌صورت

$$\min z = c^T x$$
s.t.
$$Ax \leq 0, \quad (P)$$
$$x \leq 0$$

در نظر بگیرید. اگر دستگاه $Ax \leq 0$، $x \leq 0$، $c^T x < 0$ جواب نداشته باشد، آنگاه .....

۱) (P) بی‌کران است.
۲) (P) جواب بهینه دارد.
۳) دوگان (P) ناشدنی است.
۴) دوگان (P) می‌تواند بی‌کران باشد.

saednews.com

۱۲۵- اگر $A(t)=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۲t\end{bmatrix}$ آنگاه کدام گزینه می‌تواند ماتریس اساسی دستگاه خطی $X'=AX$ باشد؟

۱) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & e^{۲}\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}e & ۰\\ ۰ & e^{۲t}\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}e^{t} & ۰\\ ۰ & e^{t^{۲}}\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}e & ۰\\ ۰ & e^{t}\end{bmatrix}$

۱۲۶- درباره دستگاه $\begin{cases}x'=۲x-x^{۳}+xy^{۲}\\ y'=۲y-y^{۳}-x^{۲}y\end{cases}$ کدام گزینه درست است؟

۱) جواب تناوبی یکتا دارد.

۲) فقط جواب بدیهی دارد.

۳) بی‌نهایت جواب تناوبی دارد.

۴) جواب تناوبی ندارد ولی جواب غیرتناوبی دارد.

۱۲۷- اگر $x(t,y)$ جواب معادلهٔ $x'=x^{۲}$ با شرط اولیه $x(۰)=y$ باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱) $\frac{\partial x}{\partial y}(t,۱)=\frac{۱}{۱-t^{۲}}$

۲) $\frac{\partial x}{\partial y}(t,۱)=\frac{۱}{(۱-t)^{۲}}$

۳) $\frac{\partial x}{\partial y}(t,۱)=\frac{۱}{۱-t}$

۴) $\frac{\partial x}{\partial y}(t,۱)=\frac{t}{۱-t}$

۱۲۸- فرض کنید $f:\mathbb{R}^{۳}\to\mathbb{R}^{۳}$، $f(x_۱,x_۲,x_۳)=x_۱\sin(x_۲x_۳)+x_۲\sin(x_۱x_۲)+x_۳\sin(x_۱x_۲)$، بازه ماکسیمال جواب معادلهٔ $X'=f(x)$ کدام است؟

۱) $(۰,\infty)$

۲) $(-۱,۱)$

۳) $(-\infty,۰)$

۴) $\mathbb{R}$

saednews.com

۱۲۹- فرض کنید توابع $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ و $g:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ به‌طور پیوسته مشتق‌پذیر هستند و $f(\circ)=\circ, h(\circ)>\circ$.
گزاره‌های زیر را در نظر بگیرید:
الف) مبدأ در $x'=f(x)$ پایدارنمایی است.
ب) مبدأ در $x'=h(x)f(x)$ پایدارنمایی است.
کدام گزینه درست است؟
۱) الف $\Leftarrow$ ب ولی عکس این گزاره شرطی لزوماً برقرار نیست.
۲) ب $\Leftarrow$ الف ولی عکس این گزاره شرطی لزوماً برقرار نیست.
۳) الف و ب مستقل از یکدیگر هستند.
۴) الف $\Leftrightarrow$ ب

۱۳۰- دستگاه معادله‌های (۱) و (۲) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} X'=A(t)X & (1)\\ Y'=\big(A(t)+B(t)\big)Y & (2)\end{cases} \qquad t\in[\circ,\infty)$$

اگر $A(t)$ و $B(t)$ ماتریس‌های پیوسته و همهٔ جواب‌های دستگاه معادله (۱) کران‌دار و $\phi(t)$ ماتریس اساسی دستگاه (۱) باشد که $\phi(t)^{-1}$ کران‌دار است و $\int_\circ^\infty |B(t)|\,dt<\infty$، کدام گزینه درست است؟
۱) $\liminf_{t\to\infty}\int_\circ^t \mathrm{tr}\,(A(t))\,dt=-\infty$.
۲) دستگاه (۲) حداقل یک جواب بی‌کران دارد.
۳) دستگاه (۱) یک جواب غیربدیهی دارد که در شرط $\lim_{t\to\infty}X(t)=\circ$ صدق می‌کند.
۴) به‌ازای هر جواب $y(t)$ از دستگاه (۲) جواب $X(t)$ از دستگاه (۱) وجود دارد که $\lim_{t\to\infty}X(t)-y(t)=\circ$.

احتمال (۱ و ۲) و فرایندهای تصادفی (۱):

۱۳۱- فرض کنید X یک متغیر تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. مقدار $E(X|X>n)$، $n>\circ$، کدام است؟

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x}\quad,\quad x>\circ$$

۱) $\dfrac{\lambda+n}{n}$
۲) $\dfrac{\lambda-n}{n}$
۳) $\dfrac{\lambda n-1}{\lambda}$
۴) $\dfrac{\lambda n+1}{\lambda}$

saednews.com

۱۳۲- فرض کنید تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی X، $M_X(t)$، در رابطهٔ زیر صدق کند. مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$M_X(t) = e^t M_X(-t) \quad , \quad t \in \mathbb{R}$$

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) ۱

۴) ۲

۱۳۳- فرض کنید متغیر تصادفی X همواره بزرگ‌تر از ۱۰۰- باشد. اگر بدانیم $E(X) = -60$ است، کران بالا برای $P(X \geq -20)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۴- فرض کنید X زمان تعمیر یک تلویزیون برحسب ساعت باشد که دارای توزیع نمایی با میانگین ۲ ساعت است. اگر در یک روز یک تعمیرکار تلویزیون‌ها را یک‌به‌یک و مستقل ازهم تعمیر کند، احتمال این‌که سومین تلویزیون تعمیری اولین تلویزیونی باشد که قبل از ۲ ساعت تعمیر می‌شود کدام است؟

۱) $\left(1-e^{-1}\right)$

۲) $\left(1-e^{-1}\right)e^{-2}$

۳) $\left(1-e^{\frac{1}{2}}\right)e^{-1}$

۴) $\left(1-e^{-2}\right)e^{-4}$

۱۳۵- احتمال این‌که معادلهٔ $x^2 - 2Ux + 1 = 0$ که در آن $U \sim U(0,2)$ و x ثابت مجهولی است، دارای ریشه حقیقی باشد کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{8}$

saednews.com

۱۳۶- شش تاس را آن‌قدر پرتاب می‌کنیم تا تاس‌ها همه اعداد متمایز را نشان دهند. متوسط تعداد کل پرتاب‌های لازم کدام است؟

۱) ۶۵

۲) ۳۶۰

۳) ۷۲۰

۴) ۱۳۰

۱۳۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. مقدار $P([X]=3)$ کدام است؟ ($[x]$ = جزء صحیح x)

$$F(x)=1-\frac{1}{1+x}\ ,\ x>0$$

۱) $\frac{1}{12}$

۲) $\frac{1}{15}$

۳) $\frac{1}{20}$

۴) $\frac{1}{25}$

۱۳۸- فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y دارای تابع چگالی احتمال توأم زیر باشند. مقدار $E\left(X\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

$$f(x,y)=2,\ 0<x<y<1$$

۱) $\frac{1}{32}$

۲) $\frac{1}{16}$

۳) $\frac{1}{8}$

۴) $\frac{1}{4}$

۱۳۹- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با توزیع توأم باشند. اگر $Y\sim N(2,4)$ و $E\left(e^{tX}|Y\right)=e^{3t^2+tY}$ باشند، توزیع X کدام است؟

۱) $N(2,5)$

۲) $N(3,5)$

۳) $N(2,10)$

۴) $N(3,10)$

saednews.com

۱۴۰- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با توزیع توأم باشند. اگر $E(Y|X=x)=bx$، $b\neq 0$، مقدار $Cov(X,Y)$ کدام است؟

۱) $bVar(Y)$

۲) $bVar(X)$

۳) $2bVar(X)$

۴) $2bVar(Y)$

۱۴۱- فرض کنید تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به‌صورت زیر باشد. ضریب همبستگی بین $X+Y$ و $X-Y$ کدام است؟

$$f(x,y)=2e^{-(2x+y)} \quad , \quad x>0 \quad , \quad y>0$$

۱) $-\frac{1}{5}$

۲) $-\frac{2}{5}$

۳) $-\frac{3}{5}$

۴) $-\frac{4}{5}$

۱۴۲- فرض کنید $(X,Y)\sim N_2(2,3,9,16,0)$ و $P(X+Y<a)=\frac{3}{2}-2P(X+Y>a)$، مقدار a کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۱۴۳- یک سکه اریب با احتمال مشاهده شیر برابر p را ۷ بار پرتاب می‌کنیم. اگر X نمایانگر تعداد شیرها در سه پرتاب اول و Y نمایانگر تعداد شیرها در ۷ بار پرتاب باشد، ضریب همبستگی X و Y کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{1}{7}}$

۲) $\sqrt{\frac{2}{7}}$

۳) $\sqrt{\frac{3}{7}}$

۴) $\sqrt{\frac{4}{7}}$

saednews.com

۱۴۴- فرض کنید $(X,Y) \sim N_2(1,2,1,4,\frac{1}{2})$ باشد. توزیع توأم $U=X+Y$ و $V=X-Y$ کدام است؟

۱) $N_2\left(3,-1,7,3,-\frac{3}{\sqrt{21}}\right)$

۲) $N_2\left(3,-1,3,7,-\frac{3}{\sqrt{21}}\right)$

۳) $N_2\left(3,-1,9,16,-\frac{1}{6}\right)$

۴) $N_2\left(3,-1,16,9,-\frac{1}{6}\right)$

۱۴۵- فرض کنید: $\{X_n : n \geq 1\}$ یک فرایند گام‌برداری ساده با $X_0=0$ باشد. مقدار $P(X_2 > X_3)$ کدام است؟

۱) p

۲) q

۳) $p+q^2$

۴) $q+p^2$

۱۴۶- فرض کنید $N(t)$ یک فرایند پواسون با نرخ $\lambda=3$ و X یک متغیر تصادفی مستقل از $N(t)$ با تابع توزیع $F(x)=x^2$, $0<x<1$ باشد. مقدار $Var(N(X))$ کدام است؟

۱) ۳

۲) ۳/۵

۳) ۲/۵

۴) ۴

۱۴۷- فرض کنید $\{N(t) : t \geq 0\}$ یک فرایند پواسون با نرخ ۲ باشد. مقدار $P\left(N(\frac{3}{4})=3 \mid N(\frac{1}{4})=1\right)$ کدام است؟

۱) e^{-1}

۲) $\frac{3}{4}e^{-1}$

۳) $\frac{1}{4}e^{-1}$

۴) $\frac{1}{2}e^{-1}$

saednews.com

۱۴۸- فرض کنید $N(t)$ یک فرایند پوآسن با نرخ $\lambda = 5$ باشد. اگر T_1 زمان اولین رخداد باشد، مقدار $E(T_1^2 \mid N(t) = 1)$ کدام است؟

۱) $\frac{t^2}{3}$

۲) $\frac{2t^2}{3}$

۳) $\frac{t^2}{5}$

۴) $\frac{3t^2}{5}$

۱۴۹- فرض کنید $\{X_n : n \geq 1\}$ یک زنجیر مارکوف مانا با فضای وضعیت $S = \{1,2\}$ و ماتریس احتمال‌های تغییر وضعیت $P = \begin{bmatrix} 0/2 & 0/8 \\ 0/7 & 0/3 \end{bmatrix}$ باشد. مقدار $P(X_{n+2} = 2 \mid X_n = 1)$ کدام است؟

۱) $0/80$

۲) $0/45$

۳) $0/40$

۴) $0/30$

۱۵۰- فرض کنید $\{X_n : n \geq 0\}$ یک زنجیره مارکوف با فضای وضعیت $S = \{1,2,3\}$ و احتمالات تغییر وضعیت $P_{11} = \frac{1}{3}$, $P_{12} = \frac{2}{3}$, $P_{31} = P_{23} = 1$ باشد. مقدار میانگین تعداد گام‌ها برای اولین بازگشت به وضعیت ۱ با شروع از وضعیت ۱ (μ_{11}) کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$

۲) $\frac{7}{3}$

۳) $\frac{5}{3}$

۴) $\frac{4}{3}$

saednews.com

سراسری
سامانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی
نیمه

saednews.com

سامانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی