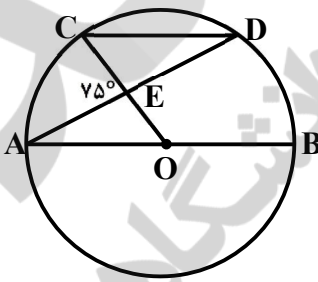
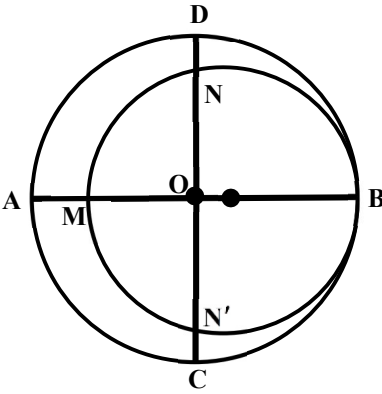
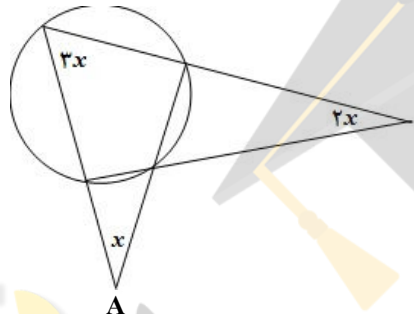
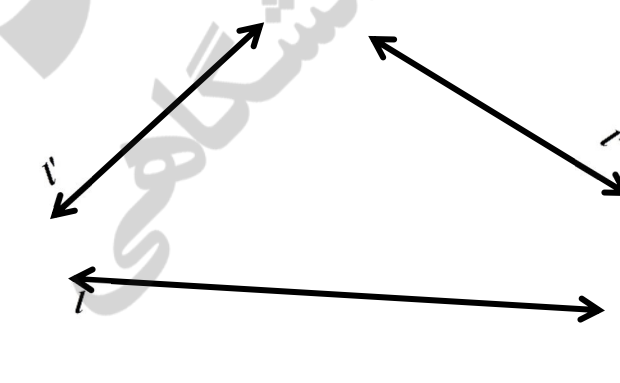


مهر آموزشگاه	مدیریت آموزش و پرورش آبادان دبیرستان		
	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	آزمون درس: هندسه (۲)
امتحان: نوبت دوم سال ۹۶-۹۷	مدت: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	روز و تاریخ:
نام دبیر: عادل محمدی	شماره کارت:	نام پدر:	نام و نام خانوادگی:

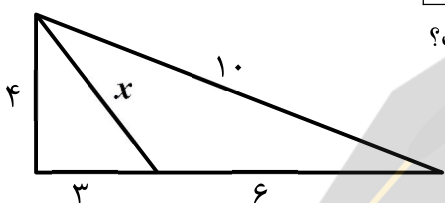
بارم	متن سوالات	شماره
۰/۷۵	۱ مفاهیم زیر را تعریف کنید . الف: چند ضلعی محاطی:..... ب: تبدیل:.....	۱
۲	۲ قضیه: اگر در یک چهار ضلعی مجموع طول های اضلاع مقابل هم ، دو به دو مساوی یکدیگر باشند. آنگاه آن چهار ضلعی ، محیطی است.	۲
۱	۳ در شکل مقابل O مرکز دایره است اگر قطر AB و وتر CD موازی باشند . اندازه کمان CD و زاویه $\angle OCD$ بر حسب درجه چقدر است ؟ 	۳

ردیف	صفحه ی ۲	بارم
۴	در شکل مقابل دو دایره مماس درون و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند اگر $AM = ۱۶, ND = ۱۰$ نسبت مساحت دایره کوچکتر به مساحت دایره بزرگتر چقدر است؟ 	۱/۲۵
۵	جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب پر کنید. الف : مساحت قطعه ای از دایره $C(O, ۶)$ که روبروی زاویه محاطی ۳۰ درجه می باشد برابر است با ب : در شکل مقابل اندازه زاویه A برابر درجه می باشد.  پ : تبدیلی که در آن طول هر پاره خط با طول تصویرش برابر باشد را می نامند. ت : یک تجانس با مقیاس یک تبدیل همانی است .	۱
۶	قضیه : در هر تبدیل طولیا اندازه هر زاویه با اندازه تصویرش برابر است.	۱
۷	قضیه : در هر انتقال ، اندازه ی هر پاره خط و اندازه ی تصویر آن با هم برابرند.(قضیه را فقط درحالتی که بردار انتقال با پاره خط در یک راستا نباشند بررسی کنید).	۱/۵

مهر آموزشگاه	مدیریت آموزش و پرورش آبادان دیپستان		
	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	آزمون درس: هندسه (۲)
امتحان: نوبت دوم سال ۹۶-۹۷	مدت: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	روز و تاریخ:
نام دبیر: عادل محمدی	شماره کارت:	نام پدر:	نام و نام خانوادگی:

بارم	صفحه ی ۳	شماره
۰/۵	درستی یا نادرستی جمله های زیر را تعیین کنید.(صحیح-غلط) الف: دوران همواره شیب خط را حفظ نمی کند. (.....) ب: انتقال طولیا است شیب خط را حفظ می کند ولی نمی تواند همانی باشد. (.....)	۸
۱/۷۵	خط d و دو نقطه A, B در یک طرف آن در یک صفحه قرار دارند نقطه های M, N را روی خط d چنان تعیین کنید که مسیر $AMNB$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد.(روش کار را توضیح دهید.) 	۹
۱/۲۵	سه خط دو به دو ناموازی l, l', l'' در یک صفحه مفروض اند. پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l, l' بوده و با l موازی باشد. (روش کار را توضیح دهید.) 	۱۰

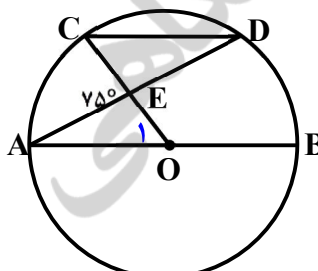
ردیف	صفحه ی ۴	بارم
۱۱	قضیه : در هر مثلث مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه ی دو ضلع زاویه ، منهای حاصل ضرب اندازه ی دو قطعه ای که آن نیمساز روی ضلع مقابلش ایجاد می کند.	۱/۵
۱۲	در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ ، $\angle A = 60^\circ$ مطلوب است محاسبه اندازه های $\angle B, \angle C, BC$	۲
۱۳	در مثلث ABC ، نقطه ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است . به کمک قضیه کسینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = BC \cdot (AD^2 + BD \cdot DC)$	۲

مدیریت آموزش و پرورش آبادان		دبیرستان	
مهر آموزشگاه	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	آزمون درس: هندسه (۲)
	امتحان: نوبت دوم سال ۹۶-۹۷	مدت: ۱۲۰ دقیقه	روز و تاریخ:
	نام دبیر: عادل محمدی	نام پدر:	نام و نام خانوادگی:
بارم	صفحه ی ۵		
۱	سوال های چهار گزینه ای (فقط یک گزینه صحیح است). الف: مساحت مثلثی به اضلاع ۱۰، ۹، ۷ کدام است ؟ (۱) $\sqrt{94}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) $9\sqrt{5}$ (۴) $6\sqrt{26}$ ب: با توجه به اندازه های مشخص شده در شکل مقابل، اندازه x کدام است؟ (۱) ۴ (۲) $\sqrt{26}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{34}$ 		
۱/۵	اگر در مثلث ABC داشته باشیم: $BC = a, AC = b, AB = c$ و نیمساز $AD = d_a$ نشان دهید: $d_a = \frac{2bc \cdot \cos \frac{A}{2}}{b + c}$		

موفق باشید.

تهیه کننده: گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

		مدیریت آموزش و پرورش آبادان	
		دبیرستان	
پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک	پاسخنامه آزمون درس: هندسه (۲)
امتحان: نوبت دوم سال ۹۶-۹۷	مدت: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	روز و تاریخ:
نام دبیر: عادل محمدی	شماره کارت:	نام پدر:	نام و نام خانوادگی:

بارم	متن سوالات	شماره
۰/۷۵	۱ مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف: چند ضلعی محاطی: یک چند ضلعی را محاطی می نامند اگر و تنها اگر دایره ای باشد که از تمام رؤس آن بگذرد. (۰/۲۵) ب: تبدیل: تبدیل T در صفحه P تابعی است که به هر نقطه از صفحه P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه P نظیر می کند و برعکس هر نقطه از صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه از صفحه A است. (۰/۵)	۱
۲	۲ قضیه: اگر در یک چهار ضلعی مجموع طول های اضلاع مقابل هم، دو به دو مساوی یکدیگر باشند. آنگاه آن چهار ضلعی، محیطی است. فرض: $AB + CD = AD + BC$ حکم: $ABCD$ محیطی است. اثبات: فرض کنیم نیمسازهای زاویه های B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. از نقطه O عمودهای OM, ON, OP را بر اضلاع AB, BC, CD وارد می کنیم. با توجه به ویژگی نیمساز: $OM = ON, ON = OP \Rightarrow OM = ON = OP = R$ (۰/۵) پس اضلاع AB, BC, CD بر دایره $C(O, R)$ مماس اند. اگر AD نیز بر این دایره مماس باشد درستی حکم برقرار است. بنابراین فرض کنیم AD بر این دایره مماس نیست. از رأس A مماسی بر دایره رسم نموده تا CD را در E قطع کند چهار ضلعی $ABCE$ محیطی است. (۰/۵) پس: $AB + CE = BC + AE \Rightarrow AB - BC = AE - CE$ (۱) $AB + CD = BC + AD \Rightarrow AB - BC = AD - CD$ (۲) $(۱), (۲) \Rightarrow AE - CE = AD - CD \Rightarrow AE - CE + CD = AD$ $\Rightarrow AE + DE = AD$ که رابطه اخیر با نامساوی مثلث در تناقض است (۰/۷۵)	۲
۱	۳ در شکل مقابل O مرکز دایره است اگر قطر AB و وتر CD موازی باشند. اندازه کمان CD و زاویه $\angle OCD$ بر حسب درجه چقدر است؟  $AB \parallel CD \Rightarrow AC = BD = 2\alpha$ (۰/۲۵) $\triangle AEO; \angle AEC = \angle A + \angle O_1 \Rightarrow \alpha + 2\alpha = 75^\circ \Rightarrow \alpha = 25^\circ$ (۰/۵) $\Rightarrow AC = BD = 2 \times 25^\circ = 50^\circ \Rightarrow CD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ (۰/۲۵)	۳

ردیف	صفحه ی ۲	بارم
۴	در شکل مقابل دو دایره مماس درون و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند اگر $AM = ۱۶$, $ND = ۱۰$ نسبت مساحت دایره کوچکتر به مساحت دایره بزرگتر چقدر است؟ فرض کنیم شعاع دایره بزرگتر R و شعاع دایره کوچکتر r باشد. $MB \perp NN' \Rightarrow ON = ON' = R - ۱۰ \quad (۰/۲۵)$ $ON \times ON' = OM \times OB \Rightarrow (R - ۱۰)^2 = R(R - ۱۶) \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow R^2 - ۲۰R + ۱۰۰ = R^2 - ۱۶R \Rightarrow R = ۲۵ \quad (۰/۲۵)$ $BM = OM + OB \Rightarrow ۲r = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \Rightarrow r = ۱۷ \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۵	جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب پر کنید. (هرکدام ۰/۲۵) الف: مساحت قطعه ای از دایره $C(O, ۶)$ که روبروی زاویه محاطی ۳۰° درجه می باشد برابر است با $۹\sqrt{۳} - ۶\pi$ ب: در شکل مقابل اندازه زاویه A برابر ۲۰° درجه می باشد. پ: تبدیلی که در آن طول هر پاره خط با طول تصویرش برابر باشد را طولیا یا ایزومتري می نامند. ت: یک تجانس با مقیاس $k = ۱$ یک تبدیل همانی است.	۱
۶	قضیه: در هر تبدیل طولیا اندازه هر زاویه با اندازه تصویرش برابر است. برهان: فرض کنیم T یک تبدیل طولیا و تصویر زاویه AOB تحت تبدیل T زاویه $A'O'B'$ باشد یعنی $T(A) = A', T(O) = O', T(B) = B' \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow T(OA) = O'A', T(OB) = O'B', T(AB) = A'B' \quad (۰/۲۵)$ T یک تبدیل طولیا است پس: $OA = O'A', OB = O'B', AB = A'B' \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle O'A'B' \Rightarrow \angle AOB \cong \angle A'O'B' \quad (۰/۵)$	۱
۷	قضیه: در هر انتقال، اندازه ی هر پاره خط و اندازه ی تصویر آن با هم برابرند. (قضیه را فقط درحالتی که بردار انتقال با پاره خط در یک راستا نباشند بررسی کنید). برهان: فرض کنیم T یک انتقال تحت بردار $\vec{v}$ در صفحه p و AB پاره خطی در این صفحه باشد. سه حالت زیر را به تفکیک در نظر بگیرید (۰/۵) الف: اگر $AB \parallel \vec{v}$: بنا به تعریف انتقال داریم $T(A) = A', T(B) = B' \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{BB'} = \vec{v} \Rightarrow AA' = BB', AA' \parallel BB' \quad (۰/۵)$ پس چهارضلعی $AA'B'B$ متوازی الاضلاع است لذا (۰/۲۵)	۱/۵

شماره	صفحه ی ۳	بارم
۸	درستی یا نادرستی جمله های زیر را تعیین کنید. (صحیح-غلط) الف : دوران همواره شیب خط را حفظ نمی کند. (.....غلط.....) ب : انتقال طولیا است شیب خط را حفظ می کند ولی نمی تواند همانی باشد. (.....غلط.....)	۰/۵
۹	خط d و دو نقطه A, B در یک طرف آن در یک صفحه قرار دارند نقطه ی M را روی خط d چنان تعیین کنید که مسیر AMB کوتاهترین مسیر ممکن باشد. (روش کار را توضیح دهید). پاسخ : قرینه نقطه B نسبت به خط d را B' نامیده سپس پاره خط AB' را رسم نموده تا d را در نقطه M قطع کند. (۰/۲۵) d عمود منصف BB' است پس : $MB = MB' \Rightarrow AM + MB = AM + MB' \Rightarrow AM + MB = AB' \quad [۱] \quad (۰/۲۵)$ فرض کنیم نقطه ای دلخواه (متمايز با M) روی d باشد به طرق مشابه و با توجه به نامساوی مثلث: (۰/۲۵) $NB = NB' \Rightarrow AN + NB = AN + NB' \Rightarrow AN + NB > AB' \quad [۲] \quad (۰/۲۵)$ $[۱], [۲] \Rightarrow AN + NB > AM + MB \quad (۰/۲۵)$ پس نقطه M همان نقطه ی مطلوب است. (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۰	سه خط دو به دو ناموازی l, l', l'' در یک صفحه مفروض اند. پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l, l'' بوده و با l موازی باشد. (روش کار را توضیح دهید). پاسخ : نقاط دلخواه A و B را روی خط l را چنان اختیار می کنیم که $AB = 5 \text{ cm}$ (۰/۲۵) خط l' را به کمک بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال داده و تصویر آن را l'_1 می نامیم. (۰/۲۵) محل تقاطع l'_1, l'' را N نامیده سپس از N خطی موازی l رسم می کنیم تا l' را در M قطع کند. (۰/۲۵) پاره خط MN پاسخ مساله است. (۰/۲۵) (رسم شکل ۰/۲۵ نمره)	۱/۲۵

۱/۵

قضیه : در هر مثلث مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه ی دو ضلع زاویه ، منهای حاصل ضرب اندازه ی دو قطعه ای که آن نیمساز روی ضلع مقابلش ایجاد می کند.

فرض : AD نیمساز زاویه ی A از مثلث ABC

حکم : $AD^2 = AB.AC - BD.DC$

اثبات : فرض کنیم امتداد AD دایره محیطی مثلث ABC را در نقطه E قطع کند. (۰/۲۵)
در دو مثلث ABE و ADC داریم :

$$\left. \begin{array}{l} \angle A_1 = \angle A_2 \\ \angle E = \angle C = \frac{AB}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow AD.AE = AB.AC \Rightarrow AD.(AD + DE) = AB.AC \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB.AC - AD.AE \Rightarrow AD^2 = AB.AC - BD.DC \quad (۰/۲۵)$$



۲

در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ ، $\angle A = 60^\circ$ مطلوب است محاسبه اندازه های $\angle B$ ، $\angle C$ ، BC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 - 2(2\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{6})\cos 60^\circ \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 8 + 8 + 4\sqrt{3} - 4 - 4\sqrt{3} = 12 \Rightarrow BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad (۰/۵)$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin C = \frac{2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \angle C = 45^\circ \\ \angle C = 135^\circ \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \angle B = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ \quad (۰/۲۵)$$

۲

در مثلث ABC ، نقطه ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است . به کمک قضیه کسینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$AB^2.DC + AC^2.DB = BC.(AD^2 + BD.DC)$$

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD.BD.\cos \alpha \quad (۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{\times DC} AB^2.DC = AD^2.DC + BD^2.DC - 2DC.AD.BD.\cos \alpha \quad [۱] \quad (۰/۲۵)$$

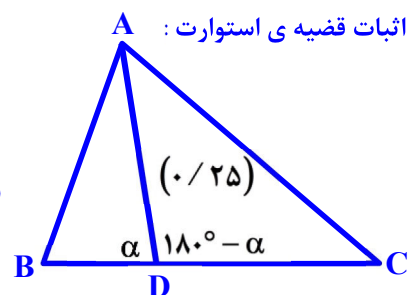
$$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD.CD.\cos(180^\circ - \alpha) \quad (۰/۲۵)$$

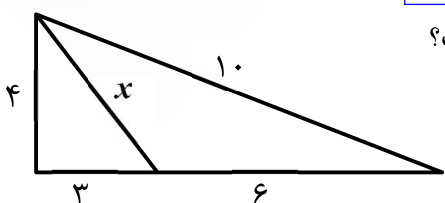
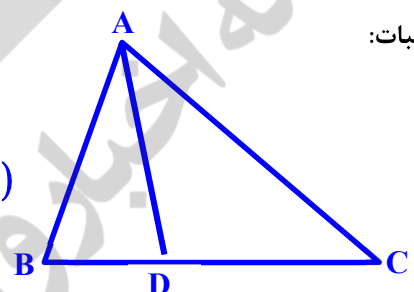
$$\xrightarrow{\times DB} AC^2.DB = AD^2.DB + CD^2.DB + 2DB.AD.CD.\cos \alpha \quad [۲] \quad (۰/۲۵)$$

$$[۱] + [۲] \Rightarrow AB^2.DC + AC^2.DB = AD^2.DC + BD^2.DC - 2DC.AD.BD.\cos \alpha + AD^2.DB + CD^2.DB + 2DB.AD.CD.\cos \alpha \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AB^2.DC + AC^2.DB = AD^2(DC + DB) + BD.CD(BD + DC) \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AB^2.DC + AC^2.DB = AD^2.BC + BD.CD.BC = BC.(AD^2 + BD.CD) \quad (۰/۲۵)$$



شماره	صفحه ی ۵	بارم
۱۴	سوال های چهار گزینه ای (فقط یک گزینه صحیح است). الف : مساحت مثلثی به اضلاع ۷, ۹, ۱۰ کدام است ؟ ب : با توجه به اندازه های مشخص شده در شکل مقابل ، اندازه x کدام است ؟	۱  ☒ $6\sqrt{26}$ (۴) ☐ $9\sqrt{5}$ (۳) ☐ $8\sqrt{3}$ (۲) ☐ $\sqrt{94}$ (۱) ☐ $\sqrt{34}$ (۴) ☐ $6\sqrt{2}$ (۳) ☒ $\sqrt{26}$ (۲) ☐ ۴ (۱)
۱۵	اگر در مثلث ABC داشته باشیم : $AB = c, AC = b, BC = a$ و نیمساز $AD = d_a$ نشان دهید : اثبات:  $d_a = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}$ $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta ACD} \quad (\cdot / ۲۵)$ $\Rightarrow \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot \sin \frac{A}{2} \quad (\cdot / ۲۵)$ $\Rightarrow AB \cdot AC \cdot \sin A = (AB + AC) \cdot AD \cdot \sin \frac{A}{2} \quad (\cdot / ۲۵)$ $\Rightarrow 2 AB \cdot AC \cdot \cancel{\sin \frac{A}{2}} \cos \frac{A}{2} = (AB + AC) \cdot AD \cdot \cancel{\sin \frac{A}{2}} \quad (\cdot / ۲۵)$ $\Rightarrow 2bc \cos \frac{A}{2} = (b+c) d_a \quad (\cdot / ۲۵) \Rightarrow d_a = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} \quad (\cdot / ۲۵)$	۱/۵

موفق باشید.

تهیه کننده : گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان