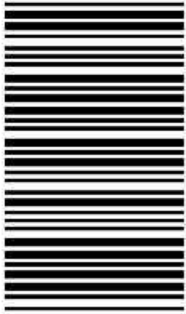


کد کنترل

312

E



312E

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل - کد (۲۳۳۴)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز بیشرفته ۱ - تئوری کنترل پهنه	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $u = u(x, t)$ جواب مسئله مقدار مرزی زیر باشد:

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \cos x, x \geq 0 \\ u_t(x, 0) = 1, x \geq 0 \\ u(0, t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

در این صورت، مقدار $u(2, 1)$ کدام است؟

(۱) $1 - \frac{1}{2} \cos 4$

(۲) $1 + \frac{1}{2} \cos 4$

(۳) $1 + \cos^2 2$

(۴) $1 - \cos^2 2$

۲- مسئله ارتعاش موج داده شده زیر را در نظر بگیرید. شتاب ارتعاش در $x = \frac{3}{4}$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} + 6 = u_{xx}, 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u_t(x, 0) = 0 \\ u(x, 0) = 3x(x+1), u(1, t) = 6 \end{cases}$$

(۱) ۰

(۲) -۶

(۳) ۶

(۴) $\frac{63}{16}$

۳- اگر $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt$ تبدیل فوری سیگنال $f(t) = \frac{1}{2}e^{-|t|}$ باشد، آنگاه حاصل $\int_{-\infty}^{+\infty} |F(w)|^2 dw$ کدام است؟ ($i^2 = -1$)

(۱) $\frac{1}{\pi}$

(۲) $\frac{2}{\pi}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) π

۴- مسئله انتقال حرارت یک بعدی $(x > 0, t > 0)$ با شرط اولیه $u(x, 0) = A$ و شرط کرانه‌ای $u(0, t) = B(1 - H(t - t_0))$ که در آن H تابع پله واحد (هوی ساید) و $t_0 > 0$ است، را در نظر بگیرید. اگر $U(x, s)$ تبدیل لاپلاس $u(x, t)$ باشد، آنگاه $U(x, s)$ کدام است؟

(۱) $\frac{(B - A - Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} - \frac{A}{s}$

(۲) $\frac{(B - A + Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} - \frac{A}{s}$

(۳) $\frac{(B - A - Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} + \frac{A}{s}$

(۴) $\frac{(B - A + Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} + \frac{A}{s}$

۵- نقاط غیر تحلیلی شاخه اصلی تابع $f(z) = \log(1 - iz^2)$ ، کدامند؟

(۱) $\left\{ z = x + iy \mid y = x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

(۲) $\left\{ z = x + iy \mid y = x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

(۳) $\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

(۴) $\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

۶- حاصل عبارت $\int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\pi}{6} + ze^{i\theta}\right) d\theta$ ، کدام است؟ ($i^2 = -1$)

(۱) π

(۲) $2\pi i$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{2} i$

۷- فرض کنید $a \in (-1, 1)$ یک عدد حقیقی و $z = ae^{i\theta}$ باشد. با استفاده از سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$ حاصل سری

کدام است؟ $\sum_{n=1}^{\infty} a^n \cos \frac{n\pi}{3}$

(۱) $\frac{a - 2a^2}{(1-a)^2}$

(۲) $\frac{2a^2 - a}{(1-a)^2}$

(۳) $\frac{2a^2 - a}{2(1-a+a^2)}$

(۴) $\frac{a - 2a^2}{2(1-a+a^2)}$

۸- مسئله پواسن زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \nabla^2 u = \begin{cases} 2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}, & 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 \end{cases}$$

اگر $U_w(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{-iwx} dx = c_1 e^{-wy} + c_2 e^{wy} + B_w$ تبدیل فوریه $u(x, y)$ باشد، مقدار c_1

کدام است؟

(۲) $\frac{(e^{\pi w} - 1) \sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$

(۱) $\frac{(e^{-\pi w} - 1) \sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$

(۴) $\frac{(1 - e^{\pi w}) \sin w}{\pi w^2 \sinh(w)}$

(۳) $\frac{(1 - e^{-\pi w}) \sin(\pi w)}{\pi w^2 \sinh(w)}$

۹- ضریب z^{-2} در بسط لوران تابع $f(z) = z \sin\left(z - \frac{1}{z}\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!6!} + \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} + \dots$
- (۲) $\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} - \frac{1}{3!6!} + \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots$
- (۳) $-\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!6!} - \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} - \dots$
- (۴) $\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!6!} - \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots$

۱۰- حاصل انتگرال $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^3 x}{x^2 + 1} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi(e^2 + 3)}{4e^2}$
- (۲) $\frac{\pi(3e^2 + 1)}{8e^2}$
- (۳) $\frac{\pi(e^2 + 3)}{8e^2}$
- (۴) $\frac{\pi(3e^2 + 1)}{4e^2}$

۱۱- از دمپرهای زیر در چه شرایطی در پرواز استفاده می کنیم؟

الف: Yaw Damper	ب: Roll Damper	ج: Pitch Damper
(۱) بهبود استهلاک مود Dutch Roll	ب: بهبود استهلاک مود Roll	ج: بهبود فرکانس طبیعی مود Short period
(۲) بهبود استهلاک مود Dutch Roll	ب: بهبود ثابت زمانی مود Roll	ج: بهبود استهلاک مود Short period
(۳) بهبود فرکانس طبیعی مود Dutch Roll	ب: بهبود استهلاک مود Roll	ج: بهبود استهلاک مود Short period
(۴) بهبود فرکانس طبیعی مود Dutch Roll	ب: بهبود ثابت زمانی مود Roll	ج: بهبود فرکانس طبیعی مود Short period

۱۲- برای معادلات حرکت پریود کوتاه (short period) هواپیما به فرم زیر، اگر ورودی $\delta_E = 10^\circ$ اعمال گردد، مقدار q بعد از 30 ثانیه چقدر است؟ (واحد q درجه بر ثانیه است).

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -6\alpha + q \\ \dot{q} = -5\alpha - 0.6q - 2\delta_E \end{cases}$$

- (۱) ۳۴ (۲) ۲۴ (۳) ۱۴ (۴) ۰

۱۳- با داشتن مقدار زاویه حمله α و ضرایب آیرودینامیکی C_x و C_z ، مقدار ضریب لیفت C_L چگونه محاسبه می‌شود؟

$$C_L = -C_z \sin \alpha - C_x \cos \alpha \quad (۲) \quad C_L = -C_z \cos \alpha + C_x \sin \alpha \quad (۱)$$

$$C_{L_i} = +C_z \sin \alpha - C_x \cos \alpha \quad (۴) \quad C_{L_i} = C_z \cos \alpha + C_x \sin \alpha \quad (۳)$$

۱۴- هواپیمایی دارای زوایای اوپلر و نرخ زوایای اوپلر زیر است؟

$$\psi = 0 \quad \dot{\psi} = 0$$

$$\theta = 0 \quad \dot{\theta} = 30 \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$$

$$\phi = 90 \quad \dot{\phi} = 0$$

در چنین شرایطی خلبان چه نرخ‌های چرخش زوایای را حس می‌کند؟

$$P = 0 \quad Q = 30 \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad R = 0 \quad (۲) \quad P = 30 \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad Q = 0 \quad R = 0 \quad (۱)$$

$$P = 0 \quad Q = 0 \quad R = -30 \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad (۴) \quad P = 0 \quad Q = 0 \quad R = +30 \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad (۳)$$

۱۵- در یک هواپیمای متعارف، کدام پارامتر کم‌ترین تأثیر را بر میرایی مود پرئود بلند دارد؟

$$C_{m\alpha} \quad (۲) \quad C_{D\alpha} \quad (۱)$$

$$C_{m_u} \quad (۴) \quad C_{D_u} \quad (۳)$$

۱۶- در کدام یک از حالت زیر عدم تقارن شرایط پرواز در وسایل با تقارن محوری باعث کوبلینگ و رول می‌شود؟

$$\alpha \neq 0, \beta = 0 \quad (۲) \quad \alpha = \beta = 0 \quad (۱)$$

$$\alpha \neq \beta \neq 0 \quad (۴) \quad \alpha = 0, \beta \neq 0 \quad (۳)$$

۱۷- کدام یک از شرایط زیر در پرواز بیانگر قرار گرفتن مرکز ثقل بر روی نقطه خنثی (Neutral Point) هواپیما است؟

$$\frac{\partial \delta_e}{\partial CL} = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial \delta_e}{\partial n} = 0 \quad (۲)$$

$$CL_\alpha + C_{m_\alpha} = 0 \quad (۳)$$

$$C_{m_e} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + C_{m_{i_{11}}} i_{11} = 0 \quad (۴)$$

۱۸- کدام یک از مشتقات آیرودینامیکی زیر برای تنظیم کردن هواپیما در راستای باند پرواز در حین فرود مؤثرتر است؟

$$C_{n_r} \quad (۲) \quad C_{n_p} \quad (۱)$$

$$C_{y_\beta} \quad (۴) \quad CL_\alpha \quad (۳)$$

۱۹- نصب بال هواپیما به صورت هفتی یا هشتی (anhedral or dihedral) بیش‌ترین تأثیر را روی دینامیک کدام حرکت می‌گذارد؟

(۱) حرکت دورانی حول محور طولی (محور X)

(۲) حرکت دورانی حول محور عرضی (محور Y)

(۳) حرکت دورانی حول محور عمودی (محور Z)

(۴) نحوه نصب بال تأثیری بر روی حرکت دورانی هواپیما ندارد.

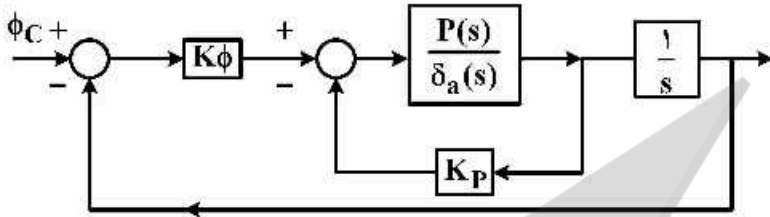
- ۲۰- کدام یک از موارد زیر با داشتن توابع تبدیل یک هواپیما قابل محاسبه نیست؟
 (۱) Stability
 (۲) Flying Quality
 (۳) Handling Quality
 (۴) Steady state Response
- ۲۱- کدام عبارت در مبحث ایروالاستیک صحیح است؟
 (۱) مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک تحت تأثیر ارتفاع پرواز نیستند.
 (۲) مشتق $Cm_{\dot{\alpha}}$ هم در هواپیمای صلب و هم در هواپیمای الاستیک تأثیری ندارد.
 (۳) نیروهای اینرسی باعث تغییر شکل سازه و لذا تغییر نیروهای ایرودینامیکی می‌شوند.
 (۴) با استفاده از معادلات اختلالی خطی یک هواپیمای الاستیک می‌توان به شبیه‌سازی مسیر پرواز پرداخت.
- ۲۲- استفاده از فرکانس مکانی (Ω) در بررسی توربولانس اتفاقی امکان بررسی مستقل از کدام یک از شرایط زیر را می‌دهد؟
 (۱) زمان وقوع در طول شبانه‌روز و سرعت پرنده
 (۲) وسیله پرنده و سرعت پرواز آن
 (۳) وسیله پرنده و فصل از سال
 (۴) سرعت پرنده و فصل از سال
- ۲۳- یک هواپیمای متعارف در حال پرواز کروز است که با یک باد معین (deterministic) مواجه می‌شود. فرض کنید که مؤلفه باد در جهت عمود بر افق رو به بالا (w_g) به صورت زیر باشد، با افزایش d_m میزان تحریک مود پیچود کوتاه و پیچود بلند هواپیما ناشی از باد به ترتیب چگونه است؟

$$W_g = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{V_m}{2} (1 - \cos \frac{\pi x}{d_m}) & 0 \leq x \leq 2d_m \\ 0 & x > 2d_m \end{cases}$$
 (۱) کم - زیاد (۲) کم - کم (۳) زیاد - زیاد (۴) زیاد - کم
- ۲۴- در مسئله کنترل زاویه رول یک هواپیمای متعارف با سیستم کنترل از نوع برگشت‌ناپذیر، توسط خلبان، شرط لازم برای این که خلبان بتواند وظیفه کنترلی خود را به خوبی انجام دهد این است که پهنای باند خلبان:
 (۱) به مراتب از پهنای باند ایرفریم بیشتر باشد.
 (۲) در حدود پهنای باند ایرفریم باشد.
 (۳) به مراتب از پهنای باند سنسور زاویه رول بیشتر باشد.
 (۴) به مراتب از پهنای باند سرومکانیزم ایرون بیشتر باشد.
- ۲۵- خلبان در حین پرواز قادر به تغییر کدام یک از مشخصه‌های خود نیست؟
 (۱) صفرهای تابع تبدیل
 (۲) قطب‌های تابع تبدیل
 (۳) تأخیر عصبی - ماهیچه‌ای
 (۴) رفتار فرکانسی
- ۲۶- سیستم تعمیم پایداری (SAS) در کدام یک از حلقه‌های زیر استفاده می‌شود؟
 (۱) داخلی کنترل
 (۲) خارجی کنترل
 (۳) خلبان خودکار حفظ ارتفاع
 (۴) خلبان خودکار حفظ سمت

۲۷- در هواپیمایی که در ارتفاع ثابت پرواز می‌کند، تابع تبدیل نرخ زاویه غلت به ورودی ایلران به صورت

$$\frac{P(s)}{\delta_a(s)} = \frac{L_{\delta a}}{s - L_p} \text{ است که در آن } L_{\delta a} = \frac{\bar{q}sb}{J_{xx}} C_{\ell \delta a} \text{ و } L_p = \frac{\bar{q}sb}{J_{xx}} \frac{b}{\bar{u}} C_{\ell p} \text{ است. در صورتی که بخواهیم}$$

سیستم کنترل زاویه غلت به گونه‌ای باشد که رفتار زیر میرا با ضریب دمپینگ ζ و فرکانس طبیعی ω_n داشته باشد، ضرایب کنترلی کدام است؟



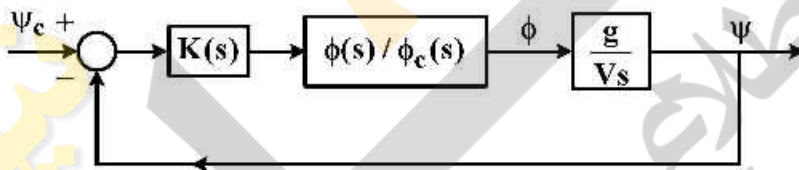
$$K_\phi = \frac{\gamma \zeta}{\omega_n}, K_p = \frac{\gamma \zeta \omega_n + L_{\delta a}}{L_p} \quad (1)$$

$$K_\phi = \frac{\gamma \zeta \omega_n}{L_{\delta a}}, K_p = \frac{\omega_n \gamma + L_{\delta a}}{L_p} \quad (2)$$

$$K_\phi = \frac{\omega_n \gamma}{L_{\delta a}}, K_p = \frac{\gamma \zeta \omega_n + L_p}{L_{\delta a}} \quad (3)$$

$$K_\phi = \frac{\omega_n \gamma}{L_{\delta a}}, K_p = \frac{\gamma \zeta \omega_n + L_{\delta a}}{L_p} \quad (4)$$

۲۸- حلقه زیر، حلقه اتوپایلنت هدینگ هواپیما است. در صورتی که تابع تبدیل $\frac{\phi(s)}{\phi_c(s)}$ دارای دو قطب پایدار و فاقد صفر باشد، کدام کنترل کننده نسبت به افزایش ضریب کنترل کننده پایدار است؟



P (۱)

PD (۲)

PI (۳)

Lead compensator (۴)

۲۹- در مسئله کنترل زاویه رول یک هواپیمای متعارف توسط خلبان، اگر اندازه پاسخ فرکانسی خلبان در فرکانس‌های کم بزرگ و در فرکانس‌های بزرگ کوچک باشد، خطای ماندگار در صفر نگه داشتن زاویه رول و خطای ماندگار در حذف اغتشاش پله به ترتیب کدام است؟

- (۱) بزرگ، بزرگ (۲) بزرگ، کوچک (۳) کوچک، بزرگ (۴) کوچک، کوچک

۳۰- کدام عبارت در مورد استفاده از فیلتر washout در حلقه damper صحیح است؟

- (۱) مانع اعمال اغتشاشات فرکانس بالا از سوی خلبان می‌شود.
 (۲) تأثیری بر موقعیت قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته ندارد.
 (۳) مانع اعمال اغتشاشات جوی فرکانس بالا می‌شود.
 (۴) تأثیری بر رفتار سیستم حلقه بسته ندارد.

۳۱- در سیستم زیر شرط مشاهده پذیری کدام است؟

$$x' = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} x$$

$$y = [C_1 \ C_2 \ C_3] x$$

$$\lambda_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (1)$$

$$C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\lambda_i \neq 0 \text{ یا } C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\lambda_i \neq 0 \text{ و } C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (3)$$

۳۲- در مسئله:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$J = \frac{1}{2} x^T H x + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

که A و B و Q و R و H ماتریس‌های ثابت می‌باشند، به دست می‌آید که $u = -kx$. در چه صورت ماتریس k به سمت یک ماتریس ثابت میل می‌کند؟

- (۱) در صورتی که $H = 0$
 (۲) در صورتی که $t_f \rightarrow \infty$
 (۳) در صورتی که $k(t_f) = H$
 (۴) در صورتی که $H = 0$ و $t_f \rightarrow \infty$

۳۳- در حل مسئله زیر:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad H = g + J_x^* T a$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) H x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

R (۴) Q (۳)

عبارت $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}$ برابر کدام مورد است؟
 A (۱) H (۲)

۳۴- در مسئله زیر:

$$\dot{x} = -x + u$$

$$J = \int_0^T \left(\frac{u}{2} \right)^2 dt \quad J_x^* = \frac{\partial J^*}{\partial x}, \quad J_t^* = \frac{\partial J^*}{\partial t}$$

x و u مقید نمی‌باشند. u بهینه برابر کدام مورد است؟ (راهنمایی: $H = g + J_x^* T a$)

- (۱) $-2J_x^*$ (۲) $-2J_t^*$
 (۳) $-2J_x^* - 2J_t^*$ (۴) $J_x^* - J_t^*$

۳۵- برای یک پروسه دو مرحله‌ای داریم:

$$x(k+1) = x(k) + u(k) \quad k = 0, 1$$

$$J = \sum_{k=1}^2 [2|x(k) - 0.1k|^2 + |u(k-1)|]$$

J_{12} برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $J - |u(2)|$
 (۲) $2|x(2) - 0.4| + |u(1)|$
 (۳) $2|x(2) - 0.4| + |u(2)| + 2|x(1) - 0.1|$
 (۴) $2|x(2) - 0.4| + |u(1)| + 2|x(1) - 0.1| + |u(0)|$

۳۶- در مسئله حداقل زمان زیر، معادله منحنی سوئیچینگ کدام گزینه است؟ (می دانیم کنترل بهینه برای این سیستم به صورت Bang-Bang است.)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} ; J = \int_0^{t_f} dt ; |u(t)| \leq 1$$

$$\bar{x}(0) = \bar{x}_0 ; \bar{x}(t_f) = 0$$

$$S(\bar{x}) = x_2 + \frac{1}{\gamma} x_1 |x_1| \quad (۲)$$

$$S(\bar{x}) = x_1 - \frac{1}{\gamma} x_2 |x_2| \quad (۱)$$

$$S(\dot{x}) = x_2 - \frac{1}{\gamma} x_1 |x_1| \quad (۴)$$

$$S(\dot{x}) = x_1 + \frac{1}{\gamma} x_2 |x_2| \quad (۳)$$

۳۷- با فرض این که ورودی کنترلی در طول زمان متغیر است، کدام یک از گزینه های زیر در مورد کنترل بهینه سیستم خطی نامتغیر با زمان (LTI) یک ورودی یک خروجی (SISO) با تابع هدف زیر صحیح است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + c|u|).dt$$

(۱) همواره دارای منحنی تکینه است.

(۲) دارای منحنی تکینه نیست.

(۳) در صورت مشاهده پذیری کامل حالت، منحنی تکینه وجود نخواهد داشت.

(۴) در صورت کنترل پذیری کامل حالت، منحنی تکینه وجود نخواهد داشت.

۳۸- برای سیستم دینامیکی زیر معادلات حالت و شبه حالت برای تابع هدف $J = \int_0^1 \frac{1}{2} u^2 dt$ با قید $x_1 - 1 \leq 0$ کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}$$

$\Pi(x)$ تابع پله هوساید است.)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & x_1 \leq 1 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}, \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = 0 \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \end{cases}, u = -\lambda_2 \quad (۱)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + (1-x_1)^r \Pi(x_1-1) \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}, \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -2(1-x_1)\Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \end{cases}, u = -\lambda_2 \quad (۲)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_2 = (1-x_1)^r \Pi(x_1-1) \end{cases}, \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -2\lambda_2(1-x_1)\Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \\ \dot{\lambda}_2 = 0 \end{cases}, u = -\lambda_2 \quad (۳)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_2 = (1-x_1)\Pi(x_1-1) \end{cases}, \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\lambda_2 \Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \\ \dot{\lambda}_2 = 0 \end{cases}, u = -\lambda_2 \quad (۴)$$

۳۹- در صورتی که معادلات سیستم و تابع هزینه به صورت زیر باشد، معادلات دیفرانسیل شبه حالت برای حل این مسئله کدام است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\alpha \dot{x}_1^2 + \beta \dot{x}_2^2 + \gamma \delta u^2) dt \quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\sin x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\delta x_1(t) - \gamma \tan x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) + p_1(t) \cos x_1(t) - \delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) + \gamma p_2(t) + \gamma p_2(t) (\tan x_2(t))^{\gamma} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) - p_1(t) \cos x_1(t) - \delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) - \gamma p_2(t) - \gamma p_2(t) (\tan x_2(t))^{\gamma} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) + p_1(t) \cos x_1(t) - \delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) + \gamma p_2(t) (1 + \tan x_2^{\gamma}(t)) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) - p_1(t) \cos x_1(t) - \delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) - \gamma p_2(t) (1 + \tan x_2^{\gamma}(t)) \end{cases} \quad (4)$$

۴۰- قانون کنترل بهینه برای مسئله زیر براساس رویکرد حساب تغییرات به چه شکل است؟ (p متغیر شبه حالت است).

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + u \\ x(t_0) = x_0 \\ x(t_f) = 0 \end{cases} ; \begin{cases} J = \int_{t_0}^{t_f} (\gamma + |u(t)|) dt \\ t_f \text{ is free} \\ |u(t)| \leq 1 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} 1 & p < -1 \\ 0 & -1 < p < 1 \quad (1) \\ -1 & p > 1 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} 1 & p > 1 \\ 0 & -1 < p < 1 \quad (2) \\ -1 & p < -1 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} 1 & p < 0 \\ \text{undetermined} & p = 0 \quad (3) \\ -1 & p > 0 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} 1 & p < -1 \\ 0 & -1 < p < 1 \\ -1 & p > 1 \quad (4) \\ \text{undetermined (non-negative)} & p = -1 \\ \text{undetermined (non-positive)} & p = 1 \end{cases}$$

۴۱- معادله اویلر برای تابعی $J(x(t)) = \int_{t_0}^{t_f} g(\dot{x}(t), \ddot{x}(t)) dt$ کدام است؟

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} \right) = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} \right) = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} = 0 \quad (4)$$

۴۲- تابع $x(t)$ برای کمینه کردن تابعی $J = \int_{t_1}^{t_2} (t\dot{x}^2 - x\ddot{x} + x) dt$ کدام است؟

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 e^t + c_2 \quad (1)$$

$$x^*(t) = \frac{t}{2} + c_1 \ln t + c_2 \quad (2)$$

$$x^*(t) = \frac{t}{2} + c_1 e^t + c_2 \quad (3)$$

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 \ln t + c_2 \quad (4)$$

۴۳- کنترل بهینه برای سیستم دینامیکی با تابع هدف زیر با قید $|u(t)| \leq 1$ کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) + [1 - x_1^2(t)] x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

$$J = \int_0^1 \frac{1}{2} [2x_1^2(t) + x_2^2(t) + u^2(t)] dt$$

$$u^*(t) = \begin{cases} -x_1(t) & \lambda_2^* > 1 \\ -\lambda_2^*(t) & -1 \leq \lambda_2^* \leq 1 \\ x_1(t) & \lambda_2^* < -1 \end{cases} \quad (1)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} -1 & \lambda_2^* > 1 \\ -\lambda_2^*(t) & -1 \leq \lambda_2^* \leq 1 \\ +1 & \lambda_2^* < -1 \end{cases} \quad (2)$$

(۳) تا شرایط مرزی مشخص نباشد، کنترل بهینه قابل محاسبه نیست.

(۴) مسئله کنترل پذیر نبوده و بنابراین کنترل بهینه‌ای نیز وجود ندارد.

۴۴- برای یک سیستم غیر خطی نامتغیر با زمان که از شرایط اولیه مشخص به شرایط نهایی مشخص می‌رود و تابع

$$J = \int_{t_0}^{t_f} g(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) dt$$

هدف زیر را کمینه می‌کند می‌توان گفت:

(۱) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه علاوه بر $\bar{u}(t)$ به قیود حالت نیز بستگی دارد.

(۲) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه برابر با مقدار مشخصی نیست.

(۳) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه به $\bar{u}(t)$ بستگی دارد.

(۴) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه برابر با مقدار ثابت است.

۴۵- منحنی که تابعی $J = \int_0^1 x^{-2} dt$ را با شرط مرزی $x(0) = 0, x(1) = 2$ با قید انتگرال $\int_0^1 x dt = A$ که در آن

A مقدار ثابتی است را اکستریم می‌کند کدام است؟

(۱) نیم‌دایره‌ای به شعاع A است.

(۲) یک کثیرالجزئه است که به $e^{\Lambda t}$ همگرا می‌شود.

(۳) یک خط راست است که شیبی برابر با Λ دارد.

(۴) یک چند جمله‌ای درجه دوم است که به Λ بستگی دارد.





