



305E

کد کنترل

305

E

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی - کد (۲۳۲۲)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - مکانیک محیط پیوسته - تئوری الاستیسیته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید (σ_1, y_1) و (σ_2, y_2) دو جواب غیربدیهی (غیرصفر) از مسئله مقدار مرزی

$$\begin{cases} y'' - 2xy' + \sigma y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

با شرط $\sigma_1 \neq \sigma_2$ باشند. کدام مورد درست است؟

$$\int_0^1 e^{-x^2} y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (1)$$

$$\int_0^1 e^{-x^2} y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (2)$$

$$\int_0^1 y_1''(x) dx = \int_0^1 y_2''(x) dx = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\int_0^1 y_1(x) y_2(x) dx = 0 \quad (4)$$

۲- فرض کنید $u = u(x, t)$ جواب مسئله مقدار مرزی زیر باشد:

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \cos x, x \geq 0 \\ u_t(x, 0) = 1, x \geq 0 \\ u(0, t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

در این صورت، مقدار $u(2, 1)$ ، کدام است؟

$$1 - \frac{1}{2} \cos 4 \quad (1)$$

$$1 + \frac{1}{2} \cos 4 \quad (2)$$

$$1 + \cos^2 2 \quad (3)$$

$$1 - \cos^2 2 \quad (4)$$

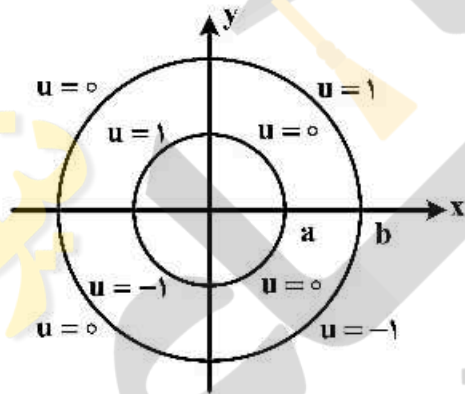
۳- مسئله ارتعاش موج داده شده زیر را در نظر بگیرید. شتاب ارتعاش در $x = \frac{3}{4}$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} + 6 = u_{xx}, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u_t(x, 0) = 0 \\ u(x, 0) = 3x(x+1), u(1, t) = 6 \end{cases}$$

- (۱)
- ۶ (۲)
- ۶ (۳)
- $\frac{63}{16}$ (۴)

۴- مقدار پتانسیل u در ربع دایره‌های مرزی مطابق شکل زیر داده شده است. اگر تابع پتانسیل u به صورت زیر باشد، آنگاه کدام مقدار $|A|, |B|, |C_4|$ یا $|E_4|$ بزرگتر است؟

$$u(\rho, \varphi) = A \ln \rho + B + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \rho^n + D_n \rho^{-n}) \cos(n\varphi) + (E_n \rho^n + F_n \rho^{-n}) \sin(n\varphi)$$



- |A| (۱)
- |B| (۲)
- |C₄| (۳)
- |E₄| (۴)

۵- فرض کنید در معادله انتگرالی $h(x) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g(t) \sin(wx) \sin(wt) dw dt$ $g(t) = \begin{cases} \cos t & -\pi < t < 0 \\ \sin t & 0 < t < \pi \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$

باشد. مقدار $h\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱)
- $-\frac{\pi}{2}$ (۲)
- $\frac{\pi}{2}$ (۳)
- $\frac{\pi}{4}$ (۴)

۶- اگر $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt$ تبدیل فوریة سیگنال $f(t) = \frac{1}{\gamma} e^{-|t|}$ باشد، آنگاه حاصل $\int_{-\infty}^{+\infty} |F(w)|^2 dw$ کدام است؟ ($i^2 = -1$)

- (۱) $\frac{1}{\pi}$
- (۲) $\frac{2}{\pi}$
- (۳) $\frac{\pi}{2}$
- (۴) π

۷- مسئله انتقال حرارت یک بعدی $u_t = a^2 u_{xx}$ ($x > 0, t > 0$) با شرط اولیه $u(x, 0) = A$ و شرط کرانه‌ای $u(0, t) = B(1 - H(t - t_0))$ که در آن H تابع پله واحد (هوی ساید) و $t_0 > 0$ است، را در نظر بگیرید. اگر $U(x, s)$ تبدیل لاپلاس $u(x, t)$ باشد، آنگاه $U(x, s)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{(B - A - Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} - \frac{A}{s}$
- (۲) $\frac{(B - A + Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} - \frac{A}{s}$
- (۳) $\frac{(B - A - Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} + \frac{A}{s}$
- (۴) $\frac{(B - A + Be^{-t_0 s})}{s} e^{-\frac{\sqrt{s}x}{a}} + \frac{A}{s}$

۸- نقاط غیر تحلیلی شاخه اصلی تابع $f(z) = \log(1 - iz^2)$ ، کدامند؟

- (۱) $\left\{ z = x + iy \mid y = x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
- (۲) $\left\{ z = x + iy \mid y = x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
- (۳) $\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
- (۴) $\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

۹- حاصل عبارت $\int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\pi}{6} + ze^{i\theta}\right) d\theta$ ، کدام است؟ ($i^2 = -1$)

(۱) π

(۲) $2\pi i$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{2} i$

۱۰- فرض کنید $a \in (-1, 1)$ یک عدد حقیقی و $z = ae^{i\theta}$ باشد. با استفاده از سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$ حاصل سری

کدام است؟ $\sum_{n=1}^{\infty} a^n \cos \frac{n\pi}{3}$

(۱) $\frac{a - 2a^2}{(1-a)^2}$

(۲) $\frac{2a^2 - a}{(1-a)^2}$

(۳) $\frac{2a^2 - a}{2(1-a+a^2)}$

(۴) $\frac{a - 2a^2}{2(1-a+a^2)}$

۱۱- مسئله پواسن زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \nabla^2 u = \begin{cases} 2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}, & 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 \end{cases}$$

اگر $U_w(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{-iwx} dx = c_1 e^{-wy} + c_2 e^{wy} + B_w$ تبدیل فوریته $u(x, y)$ باشد، مقدار c_1

کدام است؟

(۲) $\frac{(e^{\pi w} - 1) \sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$

(۱) $\frac{(e^{-\pi w} - 1) \sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$

(۴) $\frac{(1 - e^{\pi w}) \sin w}{\pi w^2 \sinh(w)}$

(۳) $\frac{(1 - e^{-\pi w}) \sin(\pi w)}{\pi w^2 \sinh(w)}$

۱۲- فرض کنید $f(x) = (\cos x + 2\sin x - 2)^2$ در $-\pi < x < \pi$ تعریف شده و متناوب با دوره تناوب 2π باشد. اگر

$$\frac{1}{\pi} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

سری فوری تابع f باشد، مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{153}{8}$

(۲) $\frac{153}{4}$

(۳) $\frac{77}{2}$

(۴) $\frac{39}{2}$

۱۳- ضریب z^{-2} در بسط لوران تابع $f(z) = z \sin\left(z - \frac{1}{z}\right)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!6!} + \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} + \dots$

(۲) $\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} - \frac{1}{3!4!} + \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots$

(۳) $-\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!4!} - \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} - \dots$

(۴) $-\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!4!} - \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots$

۱۴- فرض کنید $f(z) = (1 + z^2 + z^3)e^z$ باشد. حاصل انتگرال $\oint_{|z|=2} \frac{f(z) dz}{z^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{7\pi i}{3}$

(۲) $\frac{14\pi i}{3}$

(۳) $\frac{25\pi i}{12}$

(۴) $\frac{25\pi i}{24}$

۱۵- حاصل انتگرال $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x^2 + 1} dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi(e^2 + 2)}{4e^2}$

(۲) $\frac{\pi(2e^2 + 1)}{4e^2}$

(۳) $\frac{\pi(e^2 + 2)}{4e^2}$

(۴) $\frac{\pi(2e^2 + 1)}{4e^2}$

۱۶- اگر $T_{ij} = x_i x_j$ و دلتای کرانکر δ_{ij} باشد، $(\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_k}) \delta_{ij}$ ، کدام است؟

(۱) δ_{ik}

(۲) $2x_k$

(۳) x_k

(۴) $(x_i + x_k) \delta_{ij}$

۱۷- اگر تانسور مرتبه دوم متقارنی در یک نقطه از محیط پیوسته به صورت زیر و حاصل ضرب مقادیر اصلی آن برابر ۱۲۰ باشد، مقدار x برابر کدام است؟

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 6 & x & x \\ x & 8 & 4 \\ x & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

(۱) $\pm\sqrt{24}$

(۲) ± 6

(۳) $\pm\sqrt{20}$

(۴) ± 5

۱۸- اگر مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطه P به صورت زیر باشد:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

مؤلفه قائم تراکشن (t^n) در نقطه P و در صفحه $2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{9}{17}$

(۲) $\frac{17}{9}$

(۳) $\frac{16}{9}$

(۴) $\frac{9}{16}$

۱۹- میدان سرعت اولبری در یک محیط پیوسته به صورت زیر است:

$$v_1 = ax_1 - bx_2 \quad v_2 = bx_1 + ax_2 \quad v_3 = c\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

اگر ρ_0 چگالی در زمان صفر باشد، چگالی در زمان t ، کدام است؟ (a, b و c ثابت)

(۱) $\rho = \rho_0 e^{-2bt}$

(۲) $\rho = \rho_0 e^{yat}$

(۳) $\rho = \rho_0 e^{-yat}$

(۴) $\rho = \rho_0 e^{ybt}$

۲۰- چنانچه تانسور گرادیان تغییر شکل به فرم زیر باشد، تانسور کرنش گرین، کدام است؟

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۲) $E = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 1/25 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۱) $E = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $E = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $E = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1/25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۲۱- موقعیت ذره در زمان t برابر $x_1 = X_1 + kX_3$ و $x_2 = X_2 + kX_3$ و $x_3 = X_3$ است (k ثابت). مؤلفه‌های تانسور کرنش برابر کدام است؟

(۲) $[E] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k}{2} \\ 0 & \frac{k}{2} & 0 \\ \frac{k}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $[E] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $[E] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k}{2} \\ 0 & k & 0 \\ \frac{k}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $[E] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & \frac{k}{2} & 0 \\ k & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۲۲- در میدان جابه جایی به صورت: $u_x = 0$ ، و $u_y = k(X_1^2 - X_2^2)$ ، $u_z = k(2X_1 + X_2^2)$ ، $u_1 = k(2X_1 + X_2^2)$ (k عدد مثبت کوچکی است)، افزایش واحد طول و تغییر زاویه المان های مادی $dX^{(1)} = dX_1 e_1$ ، $dX^{(2)} = dX_2 e_2$ که از نقطه ای با بردار $X = e_1 - e_2$ رسم شده اند، برابر کدام است؟

- (۱) 90° زاویه بین $dX^{(1)}$ ، $dX^{(2)}$ و $k^2 =$ افزایش واحد طول $dX^{(2)}$ و $2k =$ افزایش واحد طول $dX^{(1)}$
- (۲) $90^\circ >$ زاویه بین $dX^{(1)}$ ، $dX^{(2)}$ و $k^2 =$ افزایش واحد طول $dX^{(2)}$ و $2k =$ افزایش واحد طول $dX^{(1)}$
- (۳) $0 =$ تغییر زاویه و $k =$ افزایش واحد طول $dX^{(2)}$ و $k =$ افزایش واحد طول $dX^{(1)}$
- (۴) $0 =$ تغییر زاویه و $2k =$ افزایش واحد طول $dX^{(2)}$ و $2k =$ افزایش واحد طول $dX^{(1)}$

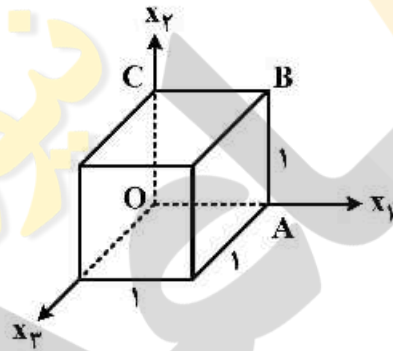
۲۳- کدام گزینه رابطه بین کرنش نامی یا کرنش مهندسی $\epsilon_1 = \frac{L - L_0}{L_0}$ را با مولفه ϵ_{11} تانسور کرنش درست نشان می دهد؟

(ϵ تانسور کرنش گرین فرض شده است.)

- (۱) $\epsilon_1 = \epsilon_{11}$
- (۲) $\epsilon_1 = \sqrt{1 + 2\epsilon_{11}} - 1$
- (۳) $\epsilon_1 = \sqrt{2\epsilon_{11} - 1} + 1$
- (۴) $\epsilon_1 = \frac{1}{2}\epsilon_{11}$

۲۴- در تغییر شکل $x_1 = \lambda_1 X_1$ ، $x_2 = -\lambda_3 X_3$ ، $x_3 = \lambda_2 X_2$ ، حجم تغییر شکل یافته مکعبی به ابعاد واحد، برابر کدام است؟

- (۱) $\Delta V = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$
- (۲) $\Delta V = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$
- (۳) $\Delta V = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$
- (۴) $\Delta V = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_3$

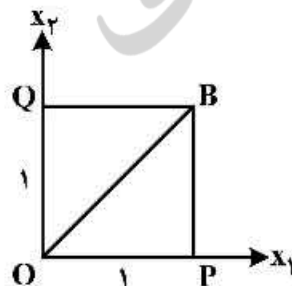


۲۵- در یک تغییر شکل همگن، سطح کروی به شعاع واحد و به مرکز مبدأ مختصات به سطح $x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 = 1$ تبدیل شده است. کشیدگی پاره خط در راستای $e_1 + e_2 + e_3$ در این تغییر شکل برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۶- در میدان تغییر شکل $x_1 = 3X_1$ ، $x_2 = 4X_2$ ، $x_3 = X_3$ ، کشش های خطوط مادی OP، OQ و OB در شکل زیر به ترتیب برابر کدام است؟

- (۱) $\lambda_{OP} = 4$ ، $\lambda_{OQ} = 3$ ، $\lambda_{OB} = 3/54$
- (۲) $\lambda_{OP} = 1$ ، $\lambda_{OQ} = 1$ ، $\lambda_{OB} = \sqrt{2}$
- (۳) $\lambda_{OP} = 3$ ، $\lambda_{OQ} = 4$ ، $\lambda_{OB} = 3/54$
- (۴) $\lambda_{OP} = \sqrt{2}$ ، $\lambda_{OQ} = 1$ ، $\lambda_{OB} = 1$



۲۷- میدان جابه جایی نسبت به مختصات کارتیزین راست گوش X_j عبارتند از:

$$u_1 = -AX_2X_3, u_2 = AX_1X_3, u_3 = 0$$

مؤلفه های جابه جایی برای مختصات فضایی استوانه ای x کدام است؟ هر دو دستگاه مبدأ مشترک دارند.

$$u_1 = 0, u_2 = AX_1X_3, u_3 = 0 \quad (1)$$

$$u_1 = AX_2X_3, u_2 = AX_1X_3, u_3 = 0 \quad (2)$$

$$u_1 = AX_2^T, u_2 = -AX_1X_3, u_3 = A \quad (3)$$

$$u_1 = 0, u_2 = AX_1^T, u_3 = 0 \quad (4)$$

۲۸- با استفاده از رابطه تنش و کرنش خطی برای مواد همسان گرد $\sigma_{ij} = 2\mu \epsilon_{ij} + \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij}$ که در آن λ, μ ثوابت Lamé و δ_{ij} دلتای کرونگر است، کدام دسته از روابط زیر بیان کننده رابطه بین S_{ij} (قسمت انحرافی تانسور تنش) و e_{ij} (قسمت انحرافی تانسور کرنش) است؟ $(\epsilon = \frac{1}{3} \epsilon_{kk})$

$$S_{ij} = 2\mu e_{ij} + 3k \epsilon \delta_{ij} \quad (1)$$

$$S_{ij} = 4\mu e_{ij} + k \epsilon \delta_{ij} \quad (2)$$

$$S_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (3)$$

$$S_{ij} = 4\mu e_{ij} \quad (4)$$

۲۹- اگر I_1, I_2, I_3 پایاهای تانسور تنش و I_{S1}, I_{S2}, I_{S3} پایاهای بخش انحرافی تنش باشند، کدام رابطه صحیح است؟

$$I_{S2} = I_2 - \frac{1}{3} I_1^2 \quad (2)$$

$$I_{S2} = I_2 \quad (1)$$

$$I_{S2} = I_2 + I_1^2 \quad (4)$$

$$I_{S2} = I_2 + \frac{1}{3} I_1^2 \quad (3)$$

۳۰- در یک حرکت همگن در محیط تراکم ناپذیر، گرادیان تغییر شکل به شرح زیر است. بیش ترین نرخ تغییر زاویه در این حرکت، کدام است؟

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2t & 0 \\ -3t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f(t) \end{pmatrix}$$

$$\frac{5}{t} \quad (4)$$

$$\frac{2}{t} \quad (3)$$

$$\frac{3}{t} \quad (2)$$

$$\frac{4}{t} \quad (1)$$

۳۱- تغییر مکان های صفحه ای در حالت کرنش صفحه ای نسبت به حال تنش صفحه ای:

(۲) کوچک تر است.

(۱) بزرگ تر است.

(۴) تابع نسبت پواسون است.

(۳) مساوی است.

۳۲- میدان کرنش صفحه ای $e_x = ax^2 + by^2, e_y = ax^2 - by^2, e_{xy} = 2bxy$ (a و b ثابت) در یک جامد الاستیک

برقرار است. تحت کدام شرط، میدان تغییر مکان پیوسته است؟

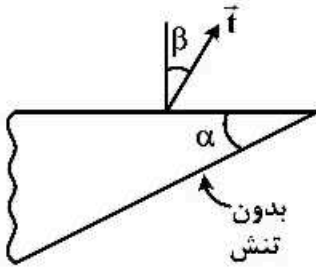
$$b = 0 \quad (2)$$

$$a = 0 \quad (1)$$

$$a = b \quad (4)$$

$$a = -b \quad (3)$$

۳۳- در نقطه‌ای از یک جسم الاستیک، وضعیت تنش رویه دو وجه گذرنده از این نقطه به صورت شکل زیر است. بین α و β کدام رابطه برقرار است؟



(۱) $\alpha = \beta$

(۲) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

(۳) $\beta = 0$

(۴) $\beta = \frac{\pi}{2}$

۳۴- در تحلیل دو بُعدی یک جامد الاستیک، میدان کرنش‌ها به صورت زیر است:

$\epsilon_{11} = 3kx_2$, $\epsilon_{22} = -7kx_2$, $\epsilon_{12} = 8kx_1$

k یک ثابت است. λ و μ ضرایب لامه ماده هستند. با فرض $\lambda = \mu$ ، تنش σ_{22} ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $18\mu kx_2$

(۳) $-4\mu kx_2$

(۴) $-18\mu kx_2$

۳۵- اگر ورق نازکی تحت تنش‌های $\sigma_x = 2\sigma_y$ قرار گیرد، در حالت تنش صفحه‌ای، شیب منحنی $\sigma_x - \epsilon_x$ برابر کدام است؟

(۱) E

(۲) 2E

(۳) $\frac{2E}{2-\nu}$

(۴) $\frac{E}{2(1-\nu)}$

۳۶- در تانسور تنش $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، تنش‌ها در صفحه هشت وجهی برابر کدام است؟

(۲) $N = \frac{\sqrt{6}}{2}\tau, S = 0$

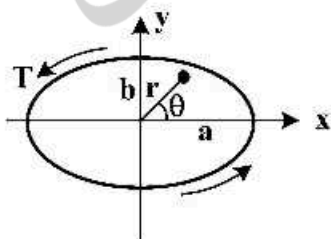
(۱) $N = 0, S = \frac{\sqrt{6}}{2}\tau$

(۴) $N = \tau, S = \frac{\sqrt{6}}{2}\tau$

(۳) $N = \frac{\sqrt{6}}{2}\tau, S = \tau$

۳۷- اگر تنش‌های برشی حاصل از کویل پیچش T در مقطع بیضی به صورت زیر باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد $\frac{\tau_{zx}}{\tau_{zy}}$ صحیح است؟

$\tau_{zx} = -\frac{T_y}{2I_x}, \tau_{zy} = \frac{T_x}{2I_y}$



(۱) تابع فاصله زاویه‌ای از محور x یعنی θ است.

(۲) تابع فاصله شعاعی (r) از مرکز بیضی است.

(۳) مستقل از فاصله زاویه‌ای (0) است.

(۴) مقدار ثابت است.

۳۸- در میدان تنش ئیدرواستاتیک به صورت $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix}$ که $p = p(x, y, z)$ است، اگر \vec{F}

نیروی حجمی باشد، آنگاه در وضعیت تعادل کدام مورد برقرار است؟

(۱) $\nabla p = -\vec{F}$

(۲) $p = \text{div}(\vec{F})$

(۳) $p = -\text{div}(\vec{F})$

(۴) $\nabla p = \vec{F}$

۳۹- تانسور تنش در نقطه P، به صورت $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ است. اندازه بردار ترکشن (Traction)، t^n ، در صفحه‌ای

با راستای $n = \frac{2}{3}\hat{e}_1 - \frac{2}{3}\hat{e}_2 + \frac{1}{3}\hat{e}_3$ و همچنین زاویه t^n با n ، کدام است؟

(۲) $|t^n| = \frac{\sqrt{240}}{15}, \cos\theta = \frac{\sqrt{240}}{15}$

(۱) $|t^n| = \frac{\sqrt{424}}{3}, \cos\theta = \frac{11\sqrt{424}}{183}$

(۴) $|t^n| = \frac{\sqrt{424}}{5}, \cos\theta = \frac{\sqrt{424}}{183}$

(۳) $|t^n| = \frac{\sqrt{244}}{3}, \cos\theta = \frac{11\sqrt{244}}{183}$

۴۰- در نقطه‌ای از یک جسم الاستیک، وضعیت تنش صفحه‌ای به صورت بر هم نهی دو وضع نشان داده شده است.

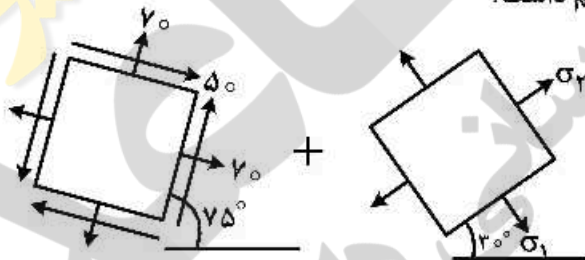
به ازای چه مقدار σ_1 و σ_2 هیچ تنشی در این نقطه نخواهیم داشت؟

(۱) $\sigma_1 = -20, \sigma_2 = 120$

(۲) $\sigma_1 = -20, \sigma_2 = -120$

(۳) $\sigma_1 = 20, \sigma_2 = -120$

(۴) $\sigma_1 = 20, \sigma_2 = 120$



۴۱- تابع تنش ایری $\phi = \frac{\sigma_0}{12}(x^4 - y^4)$ در ناحیه الاستیک مربعی شکل $-1 \leq x, y \leq 1$ مفروض است. تنش برشی

حداکثر در این وضعیت، چند برابر حالتی است که بارگذاری روی لبه‌های ناحیه با همان برایند به صورت یکنواخت

روی لبه‌ها عمل کنند؟

(۱) ۳

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{1}{3}$

۴۲- اگر میدان جابه‌جایی در جسم الاستیک به صورت زیر باشد، میدان تنش آن، کدام است؟

$$u = -\frac{M(1-\nu^2)}{EI}xy, v = \frac{M(1+\nu)}{2EI}y^2 + \frac{M(1-\nu^2)}{2EI}\left(x^2 - \frac{L^2}{4}\right), w = 0$$

$$\sigma_x = \frac{My}{I}, \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_y = -\frac{My}{I}, \sigma_x = \tau_{xy} = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{My}{I}, \sigma_x = \tau_{xy} = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_x = -\frac{My}{I}, \sigma_y = \tau_{xy} = 0 \quad (3)$$

۴۳- وضعیت کرنش صفحه‌ای حجم ثابت در صفحه xy در یک ناحیه الاستیک برقرار است. شرط لازم برای اینکه تعادل برقرار باشد، کدام است؟ (قانون هوک $\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}e_{kk} + 2\mu e_{ij}$)

$$e_{xy} = 0 \quad (1)$$

$$v^2 e_y = v^2 e_x \quad (2)$$

$$\nabla^2 e_y = -\nabla^2 e_x \quad (3)$$

$$\nabla^2 e_x = \nabla^2 e_y = \nabla^2 e_{xy} = 0 \quad (4)$$

۴۴- میدان تنش برای یک محیط پیوسته ایزوتروپیک الاستیک خطی به صورت زیر است. در صورتی که از نیروهای حجمی صرف‌نظر شود و محیط پیوسته در تعادل استاتیکی قرار داشته باشد، ϵ_{12} برابر با کدام است؟ (c ثابت دلخواه است)

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} x+y & \tau_{12} & 0 \\ \tau_{12} & x-y & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$$

$$\frac{1+\nu}{E}(y-x+c) \quad (2)$$

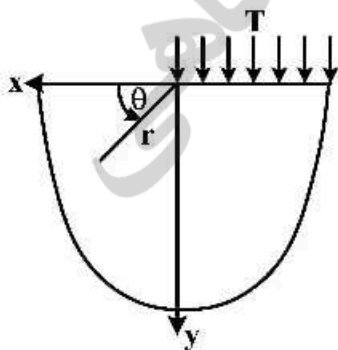
$$\frac{1+\nu}{E}(x+y+c) \quad (1)$$

$$\frac{1-\nu}{E}(2x+y+c) \quad (4)$$

$$\frac{1+\nu}{E}(x-y+c) \quad (3)$$

۴۵- مطابق شکل زیر، نیم‌صفحه بی‌نهایت را تحت اعمال بار گسترده در نظر بگیرید. تابع تنش به فرم $\phi = ar^2\theta + br^2 \sin 2\theta$ است. با اعمال شرایط مرزی مناسب، $\sigma_r + \sigma_\theta$ برابر کدام است؟

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}, \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}, \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)$$



$$\frac{2 \sin 2\theta}{\pi} T \quad (1)$$

$$-\frac{2\theta}{\pi} T \quad (2)$$

$$\frac{2\theta}{\pi} T \quad (3)$$

$$-\frac{2 \sin 2\theta}{\pi} T \quad (4)$$





