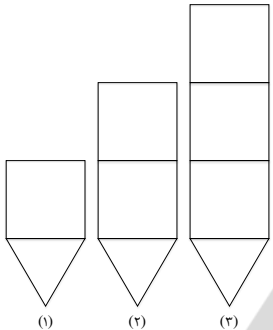
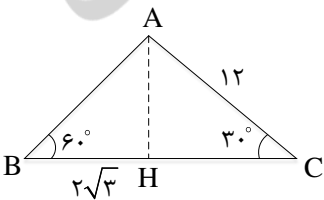
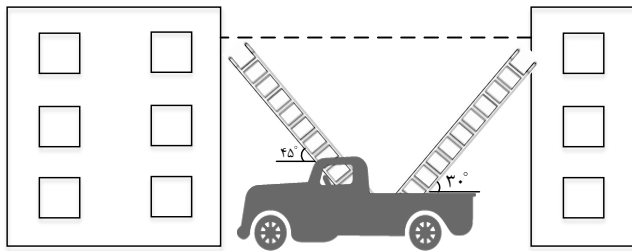


محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
تاریخ و امضا:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:
۱	سؤالات	۲
۱	گزینه مناسب را انتخاب نمایید(راه حل الزامی است) الف- اگر عدد $4 + m$ متعلق به بازه $(m - 1, m + 4)$ باشد، حدود m در کدام گزینه است؟ (۱) $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} \leq m \leq 5$ (۳) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۴) $(0, 5)$ ب- اگر A, B دو مجموعه جدا از هم باشند آن گاه کدام گزاره نادرست است؟ (۱) $A \subseteq B'$ (۲) $A \cap B' = A$ (۳) $A \cup B' = B$ (۴) $A \cap B = \emptyset$ ج- اگر $\cos \theta = \frac{1}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم باشد، $\tan \theta$ کدام است؟ (۱) $-2\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $-2\sqrt{5}$ د- حاصل عبارت $(\sin 30^\circ + \sin 60^\circ)(\cos 180^\circ + \sin 90^\circ)$ در کدام گزینه به درستی اشاره شده است؟ (۱) -1 (۲) 1 (۳) 0 (۴) $\frac{1}{2}$	۲
۲	جاهای خالی را با کلمات و یا عبارات مناسب کامل کنید. الف- اگر $\tan \alpha > 0$ و $\cot \alpha < 0$ ، آنگاه α در ناحیه مثلثاتی قرار دارد. ب- تعداد زیر مجموعه های ناسره یک مجموعه A عضو برابر است با ج- اگر A یک مجموعه نامتناهی و B یک مجموعه متناهی باشد، آن گاه مجموعه $A - B$ ، مجموعه ای است. د- واسطه هندسی بین دو عدد $(1 + \sqrt{3})^2$ و $(1 - \sqrt{3})^2$ می باشد.	۲
۳	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید؛ چنانچه یک عبارت نادرست است، آن را تصحیح نمایید. الف- اگر α در ربع دوم مثلثاتی باشد، آنگاه همواره $\sin \alpha > \cos \alpha$ ب- مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد گنگ، هیچ اشتراکی با هم ندارند. ج- هرگاه دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه اند. د- در دنباله حسابی که جملات هفتم و پانزدهم آن به ترتیب ۲۳ و ۶۳ است، جمله چهارم برابر ۱۴۹ می باشد.	۲

۱	<p>اگر $A = (-2, 7)$ و $B = [-3, 6]$، آنگاه مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.</p> <p>الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ پ) $B' - A$</p>	۴
۱	<p>هر یک از بازه های زیر را به صورت یک مجموعه بنویسید:</p> <p>الف) $(-\infty, 3] \cap (-2, 2)$ ب) $(-4, 7) \cup (7, 10)$</p>	۵
۱	<p>الگوی زیر را در نظر گرفته و با توجه به آن به سوالات زیر پاسخ دهید:</p> <p>الف) جمله ی عمومی این الگو را مشخص کنید.</p> <p>ب) در مرحله ی هفدهم، تعداد پاره خط ها را بیابید.</p> 	۶
۰/۷۵	<p>رشد گونه ای از ویروس به نحوی یافت شده است که در هر ساعت، دو برابر می شود تعداد ویروس در نمونه اول آزمایشگاهی ۸ عدد است. بعد از گذشت پنج شبانه روز، تعداد ویروس چقدر خواهد شد؟</p>	۷
۱	<p>مجموعه ۴ جمله اول یک دنباله هندسی را حساب کنید به طوری که جمله سوم آن ۳۶ و جمله ششم آن ۹۷۲ باشد.</p>	۸
۰/۷۵	<p>بین ۳ و ۵ واسطه حسابی درج کنید؛ چنانچه دنباله ایجاد شده را تا جمله دهم ادامه دهیم، جمله دهم را بیابید.</p>	۹
۱	<p>در یک کلاس ۳۷ نفره، ۲۲ نفر فوتبال و ۱۲ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر ۸ نفر به هر دو ورزش علاقمند باشند؛</p> <p>الف) تعداد دانش آموزانی که فقط به فوتبال علاقه دارند چند برابر تعداد دانش آموزانی است که فقط به والیبال علاقه دارند؟</p> <p>ب) چند دانش آموز وجود دارند که به فوتبال و والیبال علاقه ای ندارند؟</p>	۱۰
۱/۲۵	<p>در شکل زیر محیط و مساحت مثلث ABC را به دست آورید.</p> 	۱۱

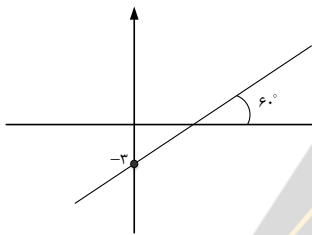
در شکل زیر، دو نردبان به طول های ۱۰ متر به صورت زیر میان دو ساختمان قرار گرفته اند. فاصله این دو ساختمان از یک دیگر چقدر است؟

۰/۷۵



۱۲

۰/۷۵



معادله خط d را به دست آورید.

۱۳

۰/۷۵

نقطه روی دایره مثلثاتی با مختصات $P(\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ وجود دارد. نسبت های مثلثاتی متناظر با این نقطه را به دست آورید.

۱۴

حدود زاویه θ را با توجه به شرایط گفته شده زیر به دست آورید: (|| علامت اندازه یا همان قدر مطلق است)

- الف) $|\sin \theta| > |\cos \theta|$ ، $\sin \theta < 0$ ، $\cos \theta < 0$
 ب) $\sin \theta < 0$ ، $\tan \theta > 0$

۱۵

مقدار هر یک از عبارت های زیر را بدست آورید.

- الف) $4\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 30^\circ + 2\sin 45^\circ$
 ب) $\frac{\sin 0^\circ + \sin 270^\circ - \cos 90^\circ}{\tan 180^\circ + \sin 90^\circ}$

۱۶

درستی هر یک از عبارات زیر را اثبات کنید(در صورت نادرستی تساوی، دلیل آن را بیان کنید).

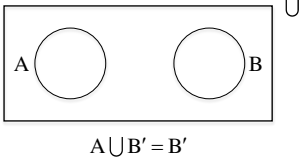
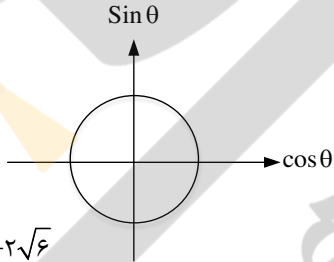
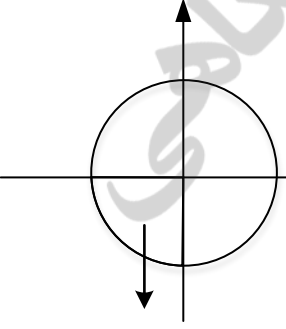
- الف) $\sin^2 \beta - \cos^2 \beta = \frac{\tan \beta - \cot \beta}{\tan \beta + \cot \beta}$
 ب) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$
 ج) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = 1$

۱۷



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
کلید سوالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۹-۹۸

نام درس: ریاضی ۱
 نام دبیر: محمد علی جعفری
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ **صبح / عصر**
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	<p>(۱) گزینه «۴»</p> $m - 1 < 4 < 3m + 4 \begin{cases} m - 1 < 4 \rightarrow m < 5 \\ 4 < 3m + 4 \rightarrow 3m > 0 \end{cases} \rightarrow m \in (0, 5)$ <p>(۲) گزینه «۳» دو مجموعه جدا از هم هیچ گونه اشتراکی ندارند یعنی اگر B, A دو مجموعه جدا از هم باشند آنگاه، $A \cap B = \emptyset$ بنابراین $A \subseteq B'$ $B \subseteq A'$</p>  <p>(۳) گزینه «۱» در ربع چهارم:</p>  <p> $\sin \theta < 0$ $\cos \theta > 0$ $\tan \theta < 0$ $\cot \theta < 0$ </p> <p> $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\sin^2 \theta + (\frac{1}{5})^2 = 1 \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{24}}{5}$ </p> <p> غیر قابل قبول (upward arrow) قابل قبول (downward arrow) </p> $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{24}}{5}}{\frac{1}{5}} = -\sqrt{24} = -2\sqrt{6}$ <p>(۴) گزینه «۳»</p> $(\cos 180^\circ + \sin 90^\circ)(\sin 30^\circ + \sin 60^\circ) = 0 \times (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$	<p>محل مهر یا امضاء مدیر</p>
۲	<p>(۱) سوم</p>  <p> $\sin \theta < 0$ $\cos \theta < 0$ $\tan \theta > 0$ </p> <p>ربع سوم</p> <p>(۲) 2^8</p> <p>(۳) نامتناهی</p> <p>(۴)</p> $b^2 = (1 - \sqrt{3})^2 (1 + \sqrt{3})^2 = [(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})]^2$ $(1)^2 - (\sqrt{3})^2 = -2$ $b^2 = (-2)^2 = 4 \rightarrow b = 2$	<p>محل مهر یا امضاء مدیر</p>

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{63 - 23}{15 - 7} = \frac{40}{8} = 5$$

$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 23 = a_1 + 6(5) \Rightarrow a_1 = -7$ نادرست (۴) درست (۳) درست (۲)

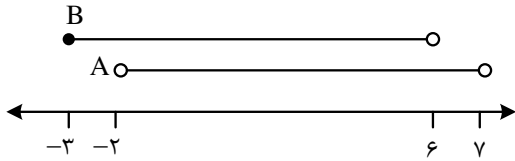
$a_{40} = a_1 + (40 - 1)d \Rightarrow a_{40} = -7 + 39(5) = 188$

۳

پاسخ کامل

ت

الف) $A \cup B = (-2, 7) \cup [-3, 6] = [-3, 7)$



ب) $A \cap B = (-2, -7) \cap [-3, 6] = [-2, 6)$

ج) $B' - A = [(-\infty, -3) \cup [6, +\infty)] - (-2, 7) = (-\infty, -3) \cup [7, +\infty)$

۴

(الف)



$(-\infty, 3] \cap (-2, 3) = (-2, 3)$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$

(ب)



$(-4, 7] \cup (7, 10) = (-4, 10) - \{7\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 7 \cup 7 < x < 10\}$

۵

(الف)

مرحله	۱	۲	۳	...
تعداد پاره خط	۶	۹	۱۲	...

$a_n = 3 + 3n = 3(n + 1)$

$a_{17} = 3(17 + 1) = 3 \times 18 = 54$

$a_1 = 8$

$q = 2$

$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_{12} = 8 \times 2^{(12-1)} = 8 \times 2^{11} = 2^3 \times 2^{11} = 2^{14}$

$n = 5$ ساعت = $5 \times 24 = 120$ شبانه روز

$a_6 = 972$

$a_7 = 36 \Rightarrow \frac{a_6}{a_7} = \frac{q^6}{q^7} = \frac{972}{36} \Rightarrow q^7 = 27 \Rightarrow q = \sqrt[7]{27} = 3$

$a_7 = a_1 q^7 \Rightarrow 36 = a_1 (3)^7 \Rightarrow a_1 = 4$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 = a_1 (1 + q + q^2 + q^3)$

$= 4 \left(\frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3}{4} \right) = 160$

۶

(ب)

۷

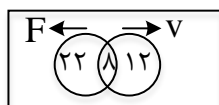
۸

$d = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{n+1} = \frac{51-3}{5+1} = 8, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, 51$

$a_{10} = a_1 + (10 - 1)d \Rightarrow a_{10} = 3 + (9 \times 8) = 75$

۹

(الف)



F: فقط فوتبال = $22 - 8 = 16$

V: فقط فوتبال = $12 - 8 = 4$

$\frac{F}{V} = \frac{16}{4} = 4$

۱۰

(ب)

$37 - (22 + 12 - 8) = 1$

$$\underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{BH}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{AB}$$

$$AB = 2\sqrt{3} \times 2 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

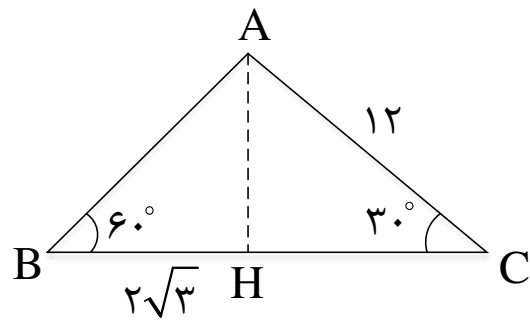
$$\underbrace{\sin 60^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow 2 \times AH = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = 6$$

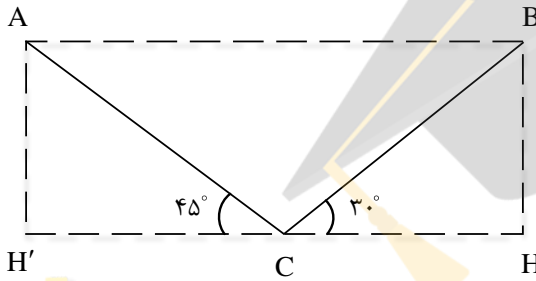
$$\underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{HC}{\underbrace{AC}_{12}} = 2 \times HC = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HC = 6\sqrt{3}$$

$$\text{محيط} = \underbrace{6\sqrt{3}}_{BC} + \underbrace{2\sqrt{3}}_{AB} + \underbrace{4\sqrt{3}}_{AC} + 12 = 12 + 12\sqrt{3} = 12(1 + \sqrt{3})$$

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3}$$



11



$$BC = 10 \cdot \underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{HC}{10} \Rightarrow HC = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$AC = 10 \cdot \underbrace{\cos 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{H'C}{10} \Rightarrow H'C = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$AB = H'C + HC = 5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 5(\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

12

$$\theta = 60^\circ \text{ زاویه } d \text{ با } \tan \theta = \text{شیب} \Rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3} = m$$

جهت مثبت

فرم کلی
محور x ها

$$A(0, -3), m = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-3) = \sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3$$

13

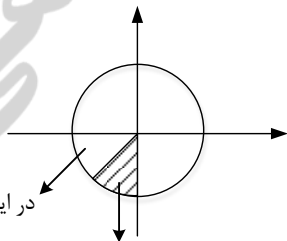
$$P\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \begin{cases} \cos \theta > 0 \\ \sin \theta < 0 \end{cases} \rightarrow \theta \text{ در ربع چهارم} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

قرار دارد.

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

14

$$|\sin \theta| > |\cos \theta|, \sin \theta < 0, \cos \theta < 0$$

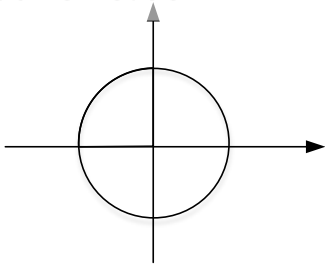


در این نقطه $|\sin \theta| = |\cos \theta|$

محدوده مورد نظر سوال $225^\circ < \theta < 270^\circ$

ب)

15



$\sin \theta > 0, \tan \theta < 0$
 $\cos \theta < 0$ باید $\sin \theta > 0, \tan \theta > 0$

پس θ در ربع دوم قرار دارد

$$4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{3}{9}\right) + \sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ الف}$$

$$\frac{0 + (-1) - 0}{0 + 1} = \frac{-1}{1} = -1 \text{ ب)}$$

۱۶

$$\frac{\tan \beta - \cot \beta}{\tan \beta + \cot \beta} = \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \frac{\cos \beta}{\sin \beta}}{\frac{\sin \beta}{\cos \beta} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}} = \frac{\frac{\sin^2 \beta - \cos^2 \beta}{\cos \beta \sin \beta}}{\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos \beta \sin \beta}} = \sin^2 \beta - \cos^2 \beta \text{ الف)}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \text{ ب)}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \\ 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1 - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) = \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) = 1 \text{ ج)}$$

۱۷

نام و نام خانوادگی مصحح :

امضاء:

جمع بارم : ۲۰ نمره