saednews.com

کد کنترل
474
A

474A

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۴۰۰

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه
۹۹/۱۲/۱۵

رشتهٔ فیزیک ـ (کد ۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ـ مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک ـ ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

saednews.com

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- پرتویی از اتم‌های خنثی (از لحاظ الکتریکی) از دستگاه آزمایش اشترن ـ گرلاخ عبور می‌کند. روی صفحه آشکارساز پنج خط دیده می‌شود. $\mathbf{J}$ تکانهٔ زاویه‌ای کل این اتم‌ها کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۲}$

۲- هامیلتونی یک سیستم در سه بعد $\mathbf{H}=\frac{\hat{\mathbf{p}}_x^۲+\hat{\mathbf{p}}_y^۲+\hat{\mathbf{p}}_z^۲}{۲\mathbf{m}}+\frac{۱}{۲}\mathbf{m}\omega^۲(\hat{\mathbf{x}}^۲+\hat{\mathbf{y}}^۲+\hat{\mathbf{z}}^۲)-\mathbf{m}\omega^۲\mathbf{x}_۰\hat{\mathbf{x}}$ است که $\mathbf{m}$، ω و $\mathbf{x}_۰$ مقادیر ثابت حقیقی و ψ_nها ویژه‌حالت‌های هامیلتونی هستند. کدام رابطه در مورد این سیستم نادرست است؟

۱) $\langle\psi_n|\hat{x}|\psi_n\rangle=x_۰$

۲) $\langle\psi_n|\hat{p}_x+\hat{p}_y+\hat{p}_z|\psi_n\rangle=۰$

۳) $\langle\psi_n|\hat{p}_x|\psi_n\rangle=۰$

۴) $\langle\psi_n|\hat{x}+\hat{y}+\hat{z}|\psi_n\rangle=۰$

۳- نیروی $\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}})=-\vec{\nabla}\,\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}})$ به ذره‌ای به جرم $\mathbf{m}$ وارد می‌شود. اگر تابع موج این ذره در فضای تکانه در معادله $\left(\frac{\mathbf{p}^۲}{۲\mathbf{m}}-\mathbf{a}\nabla_{\mathbf{p}}^۲\right)\phi(\vec{\mathbf{p}},\mathbf{t})=\mathbf{i}\hbar\frac{\partial\phi(\vec{\mathbf{p}},\mathbf{t})}{\partial\mathbf{t}}$ صدق کند که $\mathbf{a}$ ضریب ثابت مثبتی است، نیروی $\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}})$ کدام است؟

۱) $-\frac{\mathbf{a}\hbar^۲}{۲}|\vec{\mathbf{r}}|\vec{\mathbf{r}}$

۲) $\frac{۲\mathbf{a}}{\hbar^۲}\vec{\mathbf{r}}$

۳) $\frac{\mathbf{a}\hbar^۲}{۲}|\vec{\mathbf{r}}|\vec{\mathbf{r}}$

۴) $-\frac{۲\mathbf{a}}{\hbar^۲}\vec{\mathbf{r}}$

saednews.com

۴- تابع موج بهنجار یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به‌صورت $\psi(x)=A\psi_0(x)+B\psi_1(x)$ است که توابع بهنجار $\psi_0(x)$ و $\psi_1(x)$ به ترتیب حالت پایه و اولین حالت برانگیخته‌ی این نوسانگرند. به ازای چه مقادیری از A و B مقدار میانگین عملگر مکان $\hat{x}$ بیشینه است؟(A و B ضرایب حقیقی‌اند.)

۱) $A=0\ ,\ B=1$

۲) $A=1\ ,\ B=0$

۳) $A=B=\frac{1}{\sqrt{2}}$

۴) $A=\frac{1}{2}\ ,\ B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

۵- ذره‌ای به جرم m تحت تاثیر پتانسیل یک‌بعدی $V(x)=bV_0\delta(x)+\frac{m\omega^2}{2}x^2$ حرکت می‌کند، که V_0 و b مقادیر ثابت مثبتی هستند. برای گذار این ذره از حالت برانگیخته دوم به حالت برانگیخته سوم چه مقدار انرژی لازم است؟

۱) $\hbar\omega$

۲) $2\hbar\omega$

۳) $1/5\hbar\omega$

۴) $0/5\hbar\omega$

۶- بردار حالت $|\psi\rangle$ ویژه‌حالت مشترک عملگر خطی A و عملگر پاریته π است. اگر A و π با یکدیگر پادجابه‌جا شوند $(A\pi+\pi A=0)$ حاصل $A|\psi\rangle$ کدام است؟

۱) صفر

۲) $|\psi\rangle$

۳) $-|\psi\rangle$

۴) $\frac{1}{2}|\psi\rangle$

۷- عملگر دوران حول محور y به اندازه زاویه θ یعنی عملگر $d(\theta)=e^{-i\theta J_y}$ در فضای هیلبرتی‌که شرط $J_y^3=J_y$ برقرار است، به چه شکلی در می‌آید؟

۱) $\cos\theta J_y+i\sin\theta J_y^2$

۲) $1+(\cos\theta-1)J_y+i\sin\theta J_y^2$

۳) $\cos\theta J_y-i\sin\theta J_y^2$

۴) $1+(\cos\theta-1)J_y-i\sin\theta J_y^2$

saednews.com

۸- برای ذره‌ی آزاد، در تصویر هایزنبرگ حاصل ضرب عدم قطعیت مکان ذره در لحظه‌ی $t=0$ در عدم قطعیت مکان ذره در لحظه‌ی دلخواه $t>0$ یعنی کمیت $\sigma=\left\langle (\Delta x_i)_t^2 \right\rangle \left\langle (\Delta x_i)_{t=0}^2 \right\rangle$ در کدام رابطه صدق می‌کند؟

۱) $\sigma \geq \frac{\hbar t}{2m}$

۲) $\sigma \leq \frac{\hbar^2 t^2}{8m^2}$

۳) $\sigma \geq \frac{\hbar^2 t^2}{4m^2}$

۴) $\sigma \leq \frac{\hbar t}{m}$

۹- اگر U عملگر تحول زمانی شرودینگری، بالانویس H نشان‌گر دیدگاه هایزنبرگی و بالانویس S نشان‌گر دیدگاه شرودینگری باشد، کدام دسته از چهار گزاره‌های زیر درست هستند؟

الف) در دیدگاه هایزنبرگی پایه‌های فضای هیلبرت در طول زمان با عملگر U^{-1} متحول می‌شوند.

ب) در دیدگاه شرودینگری پایه‌های مکان یا تکانه در فضای هیلبرت در طول زمان ثابت هستند.

ج) اگر $A^{(H)}$ مشاهده‌پذیری در دیدگاه هایزنبرگی و $\{|\alpha_i,0\rangle\}$ ویژه‌حالت‌های آن در لحظه $t=0$ با ویژه‌مقادیر α_i باشند، حالت‌های $\{U^\dagger|\alpha_i,0\rangle\}$ نیز ویژه‌حالت‌های همان عملگر در لحظه دلخواه $t>0$ با همان ویژه‌مقادیر هستند.

د) در دیدگاه شرودینگری، یک مشاهده‌پذیرِ تابع زمان همواره دارای ویژه مقادیری مستقل از زمان است.

۱) الف، ب و ج

۲) ب، ج و د

۳) فقط الف و ب

۴) فقط ب و د

۱۰- انرژی‌های یک سامانه چهار ترازه به ترتیب $E_1=-14eV$، $E_2=-9eV$، $E_3=-7eV$ و $E_4=-5/5eV$ است. اگر آهنگ گذار از تراز سوم به ترازهای اول و دوم به‌ترتیب $A_{31}=7\times10^7 s^{-1}$ و $A_{32}=1/3\times10^8 s^{-1}$ و آهنگ گذار از تراز چهارم به تراز سوم $A_{43}=3\times10^8 s^{-1}$ باشد، طول عمر تابشی تراز سوم چند ثانیه است؟

۱) $2/0\times10^{-9}$

۲) $4/5\times10^{-8}$

۳) $1/0\times10^{-8}$

۴) $5/0\times10^{-9}$

saednews.com

۱۱- یک مولکول دو اتمی متشکل از دو اتم با جرم یکسان M و فاصله‌ی D از یکدیگر حول محور تقارن عمود بر $\vec{D}$ دوران می‌کند. اختلاف انرژی دو خط متوالی در طیف تابشی دورانی این مولکول کدام است؟

۱) $\frac{\hbar^2 J}{2MD^2}$

۲) $\frac{2\hbar^2 J}{MD^2}$

۳) $\frac{J(J+1)\hbar^2}{2MD^2}$

۴) $\frac{2(J+1)\hbar^2}{MD^2}$

۱۲- انرژی پتانسیل الکترونی که در فاصلهٔ x از سطح آزاد یک مایع هیدروژن قرار دارد به شکل $V(x)=\begin{cases}-\frac{\lambda}{x} & x>0\\ \infty & x\le 0\end{cases}$ است که λ ضریب ثابت مثبت و محور x عمود بر سطح مایع است. اگر میدان الکتریکی ثابت $\vec{E}=E_0\hat{i}$ روشن شود و الکترون فقط بتواند در راستای x حرکت کند، انرژی حالت پایه الکترون تا مرتبه‌ی اول از E_0 کدام است؟

(تابع موج شعاعی اتم هیدروژن به شکل $R_{1,0}(r)=\frac{\chi(r)}{r}=\frac{2}{a_0^{3/2}}e^{-r/a_0}$ است که $a_0=\frac{\hbar^2}{me^2}$)

۱) $-\frac{m_e\lambda^2}{2\hbar^2}-\frac{3\hbar^2 eE_0}{4m_e\lambda}$

۲) $-\frac{m_e\lambda^2}{2\hbar^2}+\frac{3\hbar^2 eE_0}{2m_e\lambda}$

۳) $-\frac{m_e\lambda^2}{\hbar^2}+\frac{\hbar^2 eE_0}{2m_e\lambda}$

۴) $-\frac{m_e\lambda^2}{\hbar^2}-\frac{2\hbar^2 eE_0}{3m_e\lambda}$

saednews.com

۱۳- بنابر داده‌های تجربی سه نوع نوترینوی ν_e، ν_μ و ν_τ در طبیعت وجود دارد که جرم ناچیزی دارند و در طول زمان این نوترینوها به یکدیگر تبدیل می‌شوند. در فضای هیلبرتی که پایه آن به‌ترتیب از سه حالت نوترینوی نامبرده در بالا تشکیل شده است، هامیلتونی حاکم بر این رویداد به شکل $\mathbf{H}=\begin{pmatrix} m_0c^2 & \hbar\omega & \hbar\omega \\ \hbar\omega & m_0c^2 & \hbar\omega \\ \hbar\omega & \hbar\omega & m_0c^2 \end{pmatrix}$ است. m_0 و ω مقادیر ثابت مثبتی هستند. E_iها، ویژه مقدارهای این هامیلتونی، کدامند؟

۱) $E_1=m_0c^2+3\hbar\omega$ ، $E_2=m_0c^2-\hbar\omega$ ، $E_3=m_0c^2+\hbar\omega$

۲) $E_1=m_0c^2-2\hbar\omega$ ، $E_2=E_3=m_0c^2+\hbar\omega$

۳) $E_1=m_0c^2+2\hbar\omega$ ، $E_2=E_3=m_0c^2-\hbar\omega$

۴) $E_1=m_0c^2-3\hbar\omega$ ، $E_2=m_0c^2-\hbar\omega$ ، $E_3=m_0c^2-2\hbar\omega$

۱۴- در سوال ۱۳ اگر در لحظه $t=0$ یک نوترینوی ν_e به وجود آمده باشد، احتمال آن‌که این نوترینو در زمان دلخواه $t>0$ به نوترینوی ν_μ تبدیل شود، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{9}(1-\cos 2\omega t)$

۲) $\frac{2}{9}(1-\cos 3\omega t)$

۳) $\frac{2}{3}(1-\cos 4\omega t)$

۴) $\frac{1}{3}(1-\cos \omega t)$

۱۵- ذره‌ای به جرم m و انرژی $E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ از پتانسیل کروی $V(r)=V_0e^{-\lambda r^2}$ به طور کشسان پراکنده می‌شود. V_0 و λ مقادیر ثابت مثبتی هستند. سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است.)

۱) $\frac{\pi m^2V_0^2}{4\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{2k^2\sin^2(\theta/2)}{\lambda}\right)$

۲) $\frac{m^2V_0^2}{2\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{k^2\sin^2(\theta/2)}{2\lambda}\right)$

۳) $\frac{\pi m^2V_0^2}{4\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{2k^2\sin^2\theta}{\lambda}\right)$

۴) $\frac{m^2V_0^2}{2\hbar^4\lambda^3}\exp\left(-\frac{k^2\sin^2\theta}{2\lambda}\right)$

saednews.com

۱۶- بار الکتریکی به صورت سطحی با چگالی $\sigma(r,\theta)$ روی نیم‌صفحه نامتناهی $\varphi=\varphi_\circ$ توزیع شده است که (r,θ,φ) مختصات کروی یک نقطه در فضا است. معادله پواسون برای پتانسیل الکتریکی $\Phi(r,\theta,\varphi)$ کدام است؟

۱) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{2\pi\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r^2\sin\theta}$

۲) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r\sin\theta}$

۳) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{2\pi\varepsilon_\circ}\frac{\delta(\varphi-\varphi_\circ)}{r^2\sin\theta}$

۴) $\nabla^2\Phi(r,\theta,\varphi)=-\frac{\sigma(r,\theta)}{\varepsilon_\circ}\delta(\varphi-\varphi_\circ)$

۱۷- یک پوسته کروی فرضی به مرکز O و شعاع R در فضایی که در آن بار الکتریکی ساکن وجود دارد در نظر بگیرید. اگر $\overline{\Phi}_S$ پتانسیل الکتریکی متوسط روی سطح این پوسته و Φ_o پتانسیل الکتریکی در مرکز این پوسته باشد، کدام عبارت همواره درست است؟ (Q_{in} بار الکتریکی خالص داخل پوسته و Q_{out} بار الکتریکی خالص خارج پوسته است.)

۱) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_o=\overline{\Phi}_S$.

۲) اگر بار الکتریکی داخل پوسته وجود نداشته باشد $\Phi_o=\overline{\Phi}_S/4\pi$.

۳) اگر $Q_{in}\neq\circ$ و $Q_{out}\neq\circ$ در این صورت $\overline{\Phi}_S=Q_{in}/4\pi\varepsilon_\circ R$.

۴) اگر $Q_{in}\neq\circ$ و $Q_{out}\neq\circ$ در این صورت $\overline{\Phi}_S=Q_{out}/4\pi\varepsilon_\circ R$.

۱۸- پتانسیل الکتریکی در داخل یک ناحیه استوانه‌ای به شعاع R متشکل از دو نیم پوسته نازک رسانای نامتناهی استوانه‌ای به شعاع R (که محور آن در راستای z است) با شرایط مرزی $\Phi(\rho=R,\varphi)=\begin{cases}V_\circ & \circ\le\varphi\le\pi\\ -V_\circ & \pi\le\varphi\le 2\pi\end{cases}$ به صورت $\Phi(\rho,\varphi)=\frac{2V_\circ}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{2\rho R\sin\varphi}{R^2-\rho^2}\right)$ است. چگالی بار سطحی روی سطح داخلی دو نیم استوانه کدام است؟

۱) $-\frac{2\varepsilon_\circ V_\circ\sin\varphi}{\pi R}$

۲) $-\frac{2\varepsilon_\circ V_\circ}{\pi R\sin\varphi}$

۳) $\frac{2\varepsilon_\circ V_\circ\sin\varphi}{\pi R}$

۴) $\frac{2\varepsilon_\circ V_\circ}{\pi R\sin\varphi}$

saednews.com

۱۹- تابع گرین $G(\vec{x},\vec{x}')=\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{4\pi}{2\ell+1}\left(\frac{r_<^{\ell}}{r_>^{\ell+1}}-\frac{r_<^{\ell}r_>^{\ell}}{R^{2\ell+1}}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)Y_{\ell m}^{*}(\theta',\varphi')$ مربوط به ناحیه داخلی یک مرز کروی به شعاع R با شرط مرزی دیریشله است. پتانسیل الکتریکی در ناحیه بین یک پوسته کروی عایق به شعاع a با توزیع بار سطحی $\sigma(a,\theta,\varphi)$ و یک پوسته رسانای کروی به شعاع b که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده کدام است؟ (دو پوسته به‌صورت هم مرکز قرار گرفته اند و $b>a$ و $A_{\ell m}=\int_{\theta'=0}^{\pi}\int_{\varphi'=0}^{2\pi}\sigma(a,\theta',\varphi')Y_{\ell m}^{*}(\theta',\varphi')a^2d\Omega'$ است.)

۱) $\Phi(\vec{x})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{4\pi}{2\ell+1}\left(\frac{r}{b}\right)^{\ell}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{2\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۲) $\Phi(\vec{x})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{lm}\frac{4\pi}{2\ell+1}\left(\frac{r}{a}\right)^{\ell}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{b}\left(\frac{r}{b}\right)^{2\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۳) $\Phi(\vec{x})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{4\pi}{2\ell+1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\ell}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{b}\left(\frac{r}{b}\right)^{2\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۴) $\Phi(\vec{x})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}A_{\ell m}\frac{4\pi}{2\ell+1}\left(\frac{a}{b}\right)^{\ell}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r}\left(\frac{b}{r}\right)^{2\ell}\right)Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$

۲۰- توزیع باری در کل فضا با چگالی $\rho(\vec{x})=\frac{1}{16}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}\frac{e}{a_0^3}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\exp(-r/a_0)Y_{22}(\theta,\varphi)$ وجود دارد. اگر در هر نقطه پتانسیل الکتریکی را به صورت $\Phi(\vec{x})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}\frac{4\pi}{2\ell+1}q_{\ell m}\frac{Y_{\ell m}(\theta,\varphi)}{r^{\ell+1}}$ بنویسیم، ضریب‌های $q_{\ell m}$ کدام‌اند؟ (a_0 مقدار ثابتی است.)

۱) $q_{\ell m}=45\sqrt{\frac{2}{15\pi}}ea_0^2\delta_{\ell 2}\delta_{m2}$

۲) $q_{\ell m}=315\sqrt{\frac{2}{15\pi}}ea_0^2\delta_{\ell 2}\delta_{m2}$

۳) $q_{\ell m}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}ea_0^3\delta_{\ell 3}\delta_{m2}$

۴) $q_{\ell m}=\frac{15}{2}\sqrt{\frac{2}{15\pi}}ea_0^3\delta_{\ell 3}\delta_{m2}$

saednews.com

۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

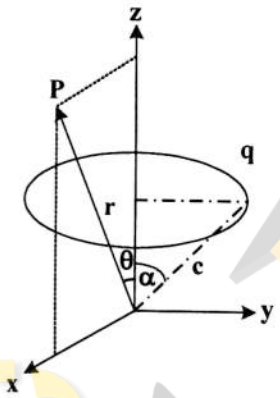
۱) برای هر توزیع بار دلخواه، تعداد عناصر دکارتی مستقل تانسور 2^{ℓ} قطبی الکتریکی برابر $2\ell+1$ است.

۲) رد تانسور Q_{ij}، تانسور چهارقطبی الکتریکی دکارتی، برای هر توزیع بار دلخواه صفر است.

۳) برای یک توزیع بار دلخواه، ممان‌های چند قطبی الکتریکی دکارتی مرتبه ℓ مستقل از مبدأ مختصات‌اند.

۴) برای هر توزیع بار دلخواه، تانسور دکارتی 2^{ℓ} قطبی الکتریکی نسبت به تعویض هر دو اندیس دلخواه متقارن است.

۲۲- **مرکز یک حلقه دایره‌ای مطابق شکل زیر روی محور z و صفحه حلقه موازی صفحه $x-y$ است. شعاع حلقه $c\sin\alpha$ است و بار الکتریکی q به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. در نقطه P واقع در صفحه $x-z$ با مختصات کروی (r,θ) پتانسیل الکتریکی کدام است؟ ($r_>$ ($r_<$) طول بزرگتر (کوچک‌تر) بین r و c است.)**



۱) $$\Phi(r,\theta)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^{\ell}}{r_<^{\ell+1}}\right)P_\ell(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$$

۲) $$\Phi(r,\theta)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_<^{\ell}}{r_>^{\ell+1}}\right)P_\ell(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$$

۳) $$\Phi(r,\theta)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^{\ell}}{r_<^{\ell+1}}-\frac{r_<^{\ell}}{a^{\ell+1}}\right)P_{\ell+1}(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$$

۴) $$\Phi(r,\theta)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(\frac{r_>^{\ell}}{a^{\ell+1}}-\frac{r_<^{\ell}r_>^{\ell}}{a^{2\ell+1}}\right)P_{\ell+1}(\cos\alpha)P_\ell(\cos\theta)$$

saednews.com

۲۳- یک کره دی‌الکتریک خطی و همسانگرد به شعاع R و ثابت دی‌الکتریک K در هوا (با ثابت دی‌الکتریک تقریبی $K_{air}=1$) در حضور میدان الکتریکی ثابت خارجی $\vec{E}=E_\circ \hat{z}$ در نظر بگیرید. میدان الکتریکی در نقاط خارج از کره معادل مجموع میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان الکتریکی یک دوقطبی با ممان دوقطبی $\vec{p}$ است. اندازه بردار $\vec{p}$ کدام است؟

۱) $4\pi\varepsilon_\circ\left(\frac{K-1}{K+3}\right)E_\circ R^3$

۲) $4\pi\varepsilon_\circ\left(\frac{K-1}{2K+1}\right)E_\circ R^3$

۳) $4\pi\varepsilon_\circ\left(\frac{K-1}{3K+1}\right)E_\circ R^3$

۴) $4\pi\varepsilon_\circ\left(\frac{K-1}{K+2}\right)E_\circ R^3$

۲۴- پتانسیل نرده‌ای مغناطیسی در نقطه $\vec{x}$ داخل و خارج کره‌ای به شعاع R با مغناطش یکنواخت $\vec{M}=M_\circ \hat{z}$ در مختصات کروی کدام است؟

۱) $\Phi_M(\vec{x})=\frac{1}{3}M_\circ R^2\frac{r_<^2}{r_>^3}P_2(\cos\theta)$

۲) $\Phi_M(\vec{x})=\frac{1}{3}M_\circ R^2\frac{r_>}{r_<^2}P_1(\cos\theta)$

۳) $\Phi_M(\vec{x})=\frac{1}{3}M_\circ R^2\frac{r_<}{r_>^2}P_1(\cos\theta)$

۴) $\Phi_M(\vec{x})=\frac{1}{3}M_\circ R^2\frac{r_>^2}{r_<^3}P_2(\cos\theta)$

۲۵- یک سیم‌لوله استوانه‌ای نامتناهی به شعاع R که در واحد طول آن n دور سیم حامل جریان I وجود دارد در نظر بگیرید. در مختصات استوانه‌ای که محور z آن منطبق بر محور سیم‌لوله است پتانسیل برداری در داخل و خارج سیم‌لوله کدام است؟ (ρ فاصله یک نقطه از محور z و $\hat{\varphi}$ بردار یکه در مختصات استوانه‌ای است. $\rho_>$ ($\rho_<$) طول بزرگتر (کوچک‌تر) بین ρ و R است.)

۱) $\mu_\circ nIR\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)\hat{\varphi}$

۲) $\frac{1}{2}\mu_\circ nIR\left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right)\hat{\varphi}$

۳) $\mu_\circ nIR\left(\frac{\rho_>}{\rho_<}\right)\hat{\varphi}$

۴) $\frac{1}{2}\mu_\circ nIR\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)\hat{\varphi}$

saednews.com

۲۶- اگر $F^{\mu\nu}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی باشد، حاصل عبارت $\sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ متناسب با کدام کمیت است؟ $(c=1)$

۱) E^2-B^2

۲) E^2+B^2

۳) $\vec{E}\times\vec{B}$

۴) $(\vec{E}\times\vec{B})\cdot(\vec{E}\times\vec{B})$

۲۷- یک موج الکترومغناطیسی تخت که در جهت $\hat{z}$ منتشر می‌شود از ناحیه $z<0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_1 است به‌صورت عمود وارد ناحیه $z>0$ که عایق و دارای ضریب شکست n_2 است، می‌شود. ضریب عبور کدام است؟

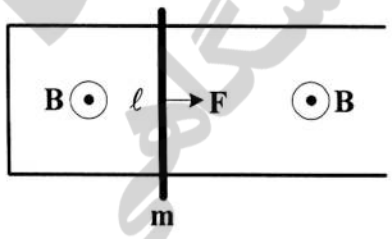
۱) $\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2$

۲) $\frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}$

۳) $\frac{2n_2}{n_1+n_2}$

۴) $\frac{2n_1}{n_1+n_2}$

۲۸- سیمی به جرم m و طول ℓ می‌تواند بدون اصطکاک روی ریل افقی U شکل رسانای بدون اصطکاکی بلغزد. از لحظه $t=0$ سیم تحت تاثیر نیروی ثابت F که همواره به صورت افقی به آن وارد می‌شود از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر مطابق شکل زیر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود بر صفحه ریل اعمال شود، جریان القایی گذرنده از سیم کدام است؟ (مقاومت الکتریکی سیم را R فرض کنید و از مقاومت الکتریکی ریل و خودالقایی سیم صرف‌نظر کنید.)



۱) $\frac{FB\ell}{mR}t\exp\left(-\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)$

۲) $\frac{F}{B\ell}\left[1-\cos\left(\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)\right]$

۳) $\frac{F}{B\ell}\left[1-\exp\left(-\frac{B^2\ell^2}{mR}t\right)\right]$

۴) $\frac{FB\ell}{mR}t$

saednews.com

۲۹- در ناحیه بین دو پوسته استوانه‌ای هم‌محور نامتناهی به شعاع‌های a و b ($b>a$) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ\rho}\hat{\rho}$ و $\hat{B}=\frac{\mu_\circ I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}$ ایجاد شده است. محور z منطبق بر محور مشترک استوانه‌ها و $(\hat{\rho},\hat{\varphi},\hat{z})$ بردارهای یکه در مختصات استوانه‌ای هستند. مقدار تکانه خطی الکترومغناطیسی ذخیره شده در واحد طول استوانه برای فضای میان دو پوسته کدام است؟

۱) $\frac{\mu_\circ\lambda I}{8\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

۲) $\frac{\mu_\circ\lambda I}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

۳) $\frac{\mu_\circ\lambda I}{8\pi}\left[\frac{b}{a}-\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$

۴) $\frac{\mu_\circ\lambda I}{2\pi\varepsilon_\circ}\left[\frac{b}{a}-\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$

۳۰- $\vec{E}$ و $\vec{B}$ به ترتیب بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی در چارچوب مرجع S اند. از دید ناظری در چارچوب مرجع S' که با سرعت $\vec{v}$ ($\vec{\beta}=\vec{v}/c$) نسبت به S در حرکت است، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E}'$ و $\vec{B}'$ چه رابطه‌ای با $\vec{E}$ و $\vec{B}$ دارند؟

۱) $\vec{E}'=\gamma(\vec{E}-\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}'=\gamma(\vec{B}+\vec{\beta}\times\vec{E})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۲) $\vec{E}'=\gamma(\vec{E}+\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}'=\gamma(\vec{B}+\vec{\beta}\times\vec{E})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۳) $\vec{E}'=\gamma(\vec{E}+\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}'=\gamma(\vec{B}-\vec{\beta}\times\vec{E})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۴) $\vec{E}'=\gamma(\vec{E}-\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\vec{\beta}$ و $\vec{B}'=\gamma(\vec{B}-\vec{\beta}\times\vec{E})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}(\vec{\beta}\cdot\vec{B})\vec{\beta}$

۳۱- شرایط پایداری حالت تعادل ترمودینامیکی یک سیستم کدام است؟ (C_V گرمای ویژه در حجم ثابت، C_P گرمای ویژه در فشار ثابت، κ_T ضریب فشردگی در دمای ثابت و κ_S ضریب فشردگی در آنتروپی ثابت هستند.)

۱) $\kappa_T\geq\kappa_S\geq\circ\ ,\ C_P\geq C_V\geq\circ$

۲) $\kappa_S\geq\kappa_T\geq\circ\ ,\ C_P\geq C_V\geq\circ$

۳) $\circ\geq\kappa_T\geq\kappa_S\ ,\ \circ\leq C_P\leq C_V$

۴) $\circ\geq\kappa_S\geq\kappa_T\ ,\ \circ\leq C_V\leq C_P$

saednews.com

۳۲- یک میله مغناطیسی با حجم $۰/۲\,m^۳$ در دمای ثابت $۶\,K$ قرار دارد. میدان مغناطیسی خارجی H به آرامی از مقدار صفر تا $۱۰^۸\,\frac{A}{m}$ افزایش می‌یابد. اگر رفتار مغناطیسی میله براساس معادله کوری و ضریب کوری برابر $۵\times۱۰^{-۹}\,K$ باشد، مقدار کار انجام شده روی میله در این فرایند تقریباً چند ژول است؟

۱) ۲/۶۲

۲) ۰/۵۲

۳) ۱/۰۴

۴) ۵/۲۴

۳۳- سیستمی متشکل از N اتم در نظر بگیرید که هر اتم دارای ممان معناطیسی ذاتی μ است. در حضور میدان مغناطیسی خارجی H ممان مغناطیسی القایی در این سیستم به شکل $M = N\mu(\coth\theta - \theta^{-۱})$ است که $\theta = \mu\frac{H}{(k_B T)}$. در حد دماهای بالا χ پذیرفتاری مغناطیسی سیستم چگونه تابعی از دمای T است؟

۱) $\frac{N\mu^۳H}{۳k_B^۲T^۲}$

۲) $\frac{N\mu^۲}{۲k_BT}$

۳) $\frac{N\mu^۳H}{۲k_B^۲T^۲}$

۴) $\frac{N\mu^۲}{۳k_BT}$

۳۴- معادله حالت ماده‌ای به شکل $P(v-b)\exp(a/(RTv)) = RT$ است، که P، T و v به‌ترتیب فشار، دما و حجم مولی ماده و R، a و b ضریب‌های ثابت مثبتی هستند. فشار و دمای بحرانی این ماده کدام است؟

۱) $P_c = \frac{a}{۲e^۲b^۲}$ ، $T_c = \frac{a}{۲Rb}$

۲) $P_c = \frac{a}{۴b^۲}$ ، $T_c = \frac{a}{۴Rb}$

۳) $P_c = \frac{a}{۲b^۲}$ ، $T_c = \frac{a}{۲Rb}$

۴) $P_c = \frac{a}{۴e^۲b^۲}$ ، $T_c = \frac{a}{۴Rb}$

saednews.com

۳۵- انرژی داخلی یک گاز معین با معادله تجربی $U = aT + bP$ داده می‌شود، که P و T به‌ترتیب فشار و دمای گاز و a و b ضریب‌های ثابت مثبتی هستند. ضریب انبساط حجمی در فشار ثابت گاز برابر $\frac{1}{T}$ و ضریب فشردگی در دمای ثابت آن برابر $\frac{1}{P}$ است. ظرفیت گرمایی گاز در حجم ثابت کدام است؟

۱) $C_v = b - \frac{aP}{T}$

۲) $C_v = a + \frac{bP}{T}$

۳) $C_v = a - \frac{bP}{T}$

۴) $C_v = b + \frac{aP}{T}$

۳۶- اگر P فشار، V حجم، T دما، β ضریب انبساط حجمی در فشار ثابت و κ ضریب فشردگی در دمای ثابت یک ماده باشند، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\beta}{\kappa}$

۲) $\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)_P$

۳) $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\kappa}{\beta}$

۴) $\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)_P$

۳۷- در محدوده‌ای از دما، فشار بخار آب تابعی از دما به شکل $P = \kappa \exp\left(\frac{A+BT}{C+DT}\right)$ است که A، B، C، D و κ مقادیر ثابتی هستند. اگر حجم ویژهٔ مایع ناچیز و بخار را بتوان گازی کامل در نظر گرفت، گرمای نهان تبخیر چگونه تابعی از دما است؟ (R ثابت عمومی گازها است.)

۱) $R(BC - AD)(T/(C+DT))^2$

۲) $RT(BC - AD)(A+BT)^2/(C+DT)^2$

۳) $R(BC + AD)(T/(C+DT))^2$

۴) $RT(BC + AD)(A+BT)^2/(C+DT)^2$

saednews.com

۳۸- در اتم هلیم تفاوت انرژی میان حالت پایه (حالت $^1S_0$) و اولین حالت برانگیخته (حالت $^3S_1$) برابر $1/6\times10^5\ cm^{-1}$ است. در دمای $6000K$ نسبت تعداد اتم‌های هلیم در حالت $^3S_1$ به حالت $^1S_0$ به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ $(k_B = 1/4\times10^{-23}\ J/K)$

۱) e^{-5}

۲) e^{-6}

۳) e^{-4}

۴) e^{-3}

۳۹- گاز الکترونی آزاد غیرنسبیتی با تعداد N الکترون در حجم V و انرژی شیمیایی μ با تابع توزیع $\langle n_\varepsilon\rangle = \left(1+e^{\beta(\varepsilon-\mu)}\right)^{-1}$ را در نظر بگیرید که $\beta=(k_BT)^{-1}$. مقدار μ در دمای صفر مطلق کدام است؟ (h ثابت پلانک و m_e جرم الکترون است.)

۱) $\frac{h^2}{m_e}\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{1}{2}}$

۲) $\frac{h^2}{2m_e}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{3}{5}}$

۳) $\frac{h^2}{2m_e}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{2}{3}}$

۴) $\frac{h^2}{m_e}\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{V}{N}\right)^{\frac{1}{3}}$

۴۰- کدام عبارت در مورد a_2 ضریب ویریال دوم برای یک گاز فرمیونی ایده‌ال و یک گاز بوزونی ایده‌ال درست است؟ (بسط ویریال به شکل $\frac{P}{k_BT}=\sum_{\ell=1}^{\infty}a_\ell n^\ell$ است که n تعداد ذرات گاز در واحد حجم است.)

۱) برای گاز فرمیونی $a_2<0$ و برای گاز بوزونی $a_2>0$ است.

۲) برای هر دو نوع گاز $a_2>0$ است.

۳) برای هر دو نوع گاز $a_2<0$ است.

۴) برای گاز فرمیونی $a_2>0$ و برای گاز بوزونی $a_2<0$ است.

saednews.com

۴۱- Z تابع پارش کانونی بزرگ یک گاز الکترونی با حجم V و دمای T در حضور میدان مغناطیسی ثابت B توسط رابطه $\ln Z = \frac{zVeB}{\hbar^2 c}\left(\frac{mk_BT}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sinh\frac{e\hbar B}{2mck_BT}\right)^{-1}$ داده شده است. ممان مغناطیسی این گاز کدام است؟ (z فوگاسیته گاز، $\lambda^2 = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_BT}\right)$ و $x = \frac{e\hbar B}{2mck_BT}$ است.)

۱) $\frac{zV}{\lambda^3}\left(\frac{e\hbar}{2mc}\right)\left(\cosh x - x\frac{\cosh x}{\sinh^2 x}\right)$

۲) $\frac{zV}{\lambda^3}\left(\frac{e\hbar}{mc}\right)\left(\frac{1}{\cosh x} - \frac{\cosh x}{\sinh^2 x}\right)$

۳) $\frac{zV}{\lambda^3}\left(\frac{e\hbar}{2mc}\right)\left(\frac{1}{\sinh x} - x\frac{\cosh x}{\sinh^2 x}\right)$

۴) $\frac{zV}{\lambda^3}\left(\frac{e\hbar}{mc}\right)\left(\sinh x - \frac{\cosh x}{\sinh^2 x}\right)$

۴۲- کدام عبارت در مورد $C_V(N,T)$ گرمای ویژه در حجم ثابت یک گاز ایده‌ال فرمیونی و یک گاز ایده‌ال بوزونی برای تمام مقادیر N و T درست است؟ (N تعداد ذرات گاز و T دمای آن است.)

۱) در دو بعد و در حد غیرنسبیتی، گرمای ویژه این دو گاز با هم برابر است.

۲) در یک بعد و در حد غیرنسبیتی، گرمای ویژه این دو گاز با هم برابر است.

۳) در دو بعد و در حد فوق نسبیتی، گرمای ویژه گاز فرمیونی دو برابر گاز بوزونی است.

۴) در یک بعد و در حد فوق نسبیتی، گرمای ویژه گاز بوزونی دو برابر گاز فرمیونی است.

۴۳- در دماهای بسیار پایین (نزدیک صفر مطلق)، تابعیت دمایی گرمای ویژه در حجم ثابت ^4He و ^3He به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) T^3 ، T^2

۲) T ، T^3

۳) T ، T^2

۴) T ، T

saednews.com

۴۴- سیستمی متشکل از N ذره کلاسیکی غیریکسان در سه بعد در دمای T در نظر بگیرید. هامیلتونی این سیستم $H=\sum_{i=1}^{N} A_i|\vec{p}_i|^s + B_i|\vec{q}_i|^t$ است که در آن $\vec{q}_i$ و $\vec{p}_i$ مختصه و تکانه ذره iام، A_i و B_i ضریب‌های مشخصهٔ ذره i ام و s و t عددهای صحیح مثبتی هستند. سیستم در دمای T قرار دارد. انرژی متوسط این سیستم کدام است؟

۱) $\frac{3N}{4}\left(s^2+t^2\right)k_BT$

۲) $3N\left(\frac{1}{s^2}+\frac{1}{t^2}\right)k_BT$

۳) $3N\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{t}\right)k_BT$

۴) $\frac{3N}{4}\left(s+t\right)k_BT$

۴۵- گازی متشکل از N ذره آزاد با انرژی داخلی E ظرفی به حجم V را پر کرده است. آنتروپی سیستم توسط رابطه $S(E,V,N)=Nk_B\left\{\frac{5}{2}-\ln\left[\lambda N^{\frac{5}{2}}V^{-1}E^{-\frac{3}{2}}\right]\right\}$ داده می‌شود که در آن $\lambda=\left(\frac{3\pi\hbar^2}{m}\right)^{\frac{3}{2}}$ است. انرژی آزاد هلمهولتز این گاز $F(T,V,N)$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}Nk_BT\left\{\ln\left[\lambda N/V\right]+1\right\}$

۲) $Nk_BT\left\{\ln\left[\lambda N/V\right]-1\right\}$

۳) $\frac{3}{2}Nk_BT\left\{-\ln\left[\lambda\left(N/V\right)^{\frac{1}{3}}\right]+1\right\}$

۴) $Nk_BT\left\{\ln\left[\lambda\left(N/V\right)^{\frac{1}{3}}\right]-1\right\}$

saednews.com

سراسری
سامانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی
نیمه

saednews.com

سامانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی
سراسر نیمه

saednews.com

سامانه اخبار و اطلاع رسانی دانشگاهی