

فصل سوم - اعداد اعشاری

یادآوری

به کسرهایی که مخرج آن ها ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ و ... باشند کسرهایی اعشاری می گویند، کسرهایی اعشاری را می توان به صورت عدد اعشاری نوشت.

مثال: کسر اعشاری $\frac{273}{100}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

پاسخ: $\frac{273}{100} = 2/73$

هر عدد اعشاری از دو جزء یا دو قسمت تشکیل شده است: جزء صحیح یا قسمت صحیح عدد و جزء اعشاری یا قسمت اعشاری عدد.

برای مثال در عدد $2/73$ داریم:

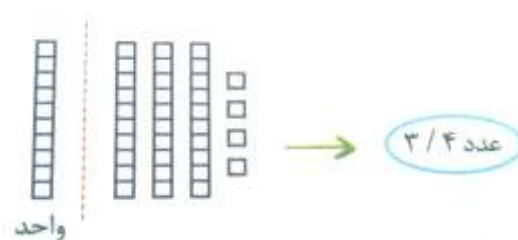
قسمت اعشاری عدد $2/73$ قسمت صحیح عدد

اگر این عدد را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم، به صورت زیر است:

قسمت صحیح عدد			قسمت اعشاری عدد			
صدگان	دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم	ده هزارم
		۲	۷	۳		

مثال: عدد $3/4$ را به وسیله ی شکل نمایش دهید.

پاسخ: در این عدد، واحد به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده، یعنی $\frac{10}{10} = 1$ واحد.



$$3/4 = 3 + 0/4 = 3 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1$$

نوشتن عددهای اعشاری از رقم به حروف

برای خواندن عددهای اعشاری، ابتدا قسمت صحیح عدد را مانند عددهای طبیعی معمولی می خوانیم، سپس قسمت اعشاری را نیز مانند عدد صحیح می خوانیم اما با توجه به تعداد رقم های اعشار آن در انتهای عبارت کلمه ی دهم یا صدم یا هزارم و ... را قرار می دهیم. برای مثال اگر عدد دارای دو رقم اعشار باشد، پس از خواندن قسمت اعشاری کلمه ی صدم و اگر عدد دارای سه رقم اعشاری باشد، پس از خواندن قسمت اعشاری کلمه ی هزارم را به کار می بریم.

مثل: عدد $۴۹۳/۰۵۹$ را بخوانید. (به حروف بنویسید).

پاسخ:

هزارم صدم دهم
 $۴۹۳/۰۵۹$
 پنجاه و نه
 و نود و سه
 چهارصد

«چهارصد و نود و سه و پنجاه و نه هزارم»
 چون عدد دارای سه رقم اعشار است.

نکته: به روش خواندن این دو عدد دقت کنید.

$۰/۵۹$ → پنجاه و نه صدم
 $۵۰/۰۹$ → پنجاه عدد صحیح و نه صدم

اگر عدد قسمت ب را بخواییم به روش گفته شده بخوانیم، ممکن است دچار اشتباه شویم و هر یک از عددهای قسمت الف یا ب را بنویسیم. برای جلوگیری از این اشتباه، اگر در این گونه موارد، عدد صحیح صفر نبود، بعد از خواندن عدد قسمت صحیح، عبارت «عدد صحیح» را می نویسیم.

مثال:

$۰/۲۵$ → بیست و پنج صدم

$۰/۰۸۶$ → هشتاد و شش هزارم

$۲۰/۰۵$ → بیست عدد صحیح و پنج صدم

$۸۰/۰۰۶$ → هشتاد عدد صحیح و شش هزارم

نوشتن اعداد اعشاری از حروف به رقم

در این حالت بهتر است از جدول ارزش مکانی استفاده کنیم و هر رقم را در مرتبه ی خودش قرار دهیم.

مثال: عدد صد و سی و چهار و هفتاد و شش صدم را به رقم بنویسید.

پاسخ:

هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان	صدگان
	۶	۷	۴	۳	۱

خط ممیز

۱۳۴ / ۷۶

نوشتن عددهای اعشاری به صورت کسر

ابتدا کل رقم های عدد را بدون ممیز در صورت کسر قرار می دهیم و سپس در مخرج کسر، عدد ۱ را قرار می دهیم و در سمت راست عدد ۱ به تعداد رقم های اعشار، صفر قرار می دهیم.

۵۲۱۹۵
۱۰۰۰
سه تا صفر

مثال عدد ۵۲ / ۱۹۵ به این صورت می شود:
سه رقم اعشار

نوشتن کسرها به صورت عددهای اعشاری

الف: اگر مخرج کسر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... باشد، ابتدا عدد صورت کسر را می نویسیم و سپس به تعداد صفرهای مخرج از سمت راست، ممیز می زنیم.

مثال: عدد $\frac{۴۲۷۳}{۱۰۰۰}$ را به صورت اعشاری بنویسید.

پاسخ:

$$\frac{۴۲۷۳}{۱۰۰۰} = ۴ / ۲۷۳$$

سه رقم اعشار
سه تا صفر

ب: اگر مخرج کسر ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ یا ... نبود، برای تبدیل کسر به عدد اعشاری، ابتدا باید با ضرب صورت و مخرج در عدد مناسب، مخرج کسر را به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ و سپس کسر اعشاری را به صورت عدد اعشاری بنویسیم. برای راحتی کار بهتر است که ضرب های مقابل را به خاطر بسپارید.

$$2 \times 5 = 10$$

$$4 \times 25 = 100$$

$$8 \times 125 = 1000$$

مثال: کسرهایی زیر را به عدد اعشاری تبدیل کنید.

نکته: گاهی اوقات ممکن است که نتوانیم مخرج را با ضرب عددها به ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ تبدیل کنیم و در این صورت یا باید ابتدا در صورت امکان کسر را ساده کنیم و یا اگر این کار ممکن نباشد، با تقسیم صورت کسر بر مخرج، آن را به عدد اعشاری تبدیل کنیم.

مثال: عدد $\frac{21}{12}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

پاسخ:

$$\frac{21 \div 3}{12 \div 3} = \frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4} \rightarrow 1 \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = 1 \frac{75}{100} = 1.75$$

مقایسه ی عددهای اعشاری

برای مقایسه ی اعداد اعشاری، ابتدا قسمت صحیح آن ها را مقایسه می کنیم، هر عددی که قسمت صحیح آن بزرگ تر باشد، آن عدد بزرگ تر است. اگر قسمت های صحیح دو عدد مساوی باشند، به ترتیب دهم، صدم و هزارم و ... آن ها را مقایسه می کنیم، دهم هر عددی که بزرگ تر بود، آن عدد بزرگ تر است و اگر دهم ها نیز مساوی باشند، صدم هر عددی که بزرگ تر باشد، آن عدد بزرگ تر است و ...

مثال: عددهای اعشاری زیر را مقایسه می کنیم.

$$9/0.1 \text{ (red circle)} \quad 8/9873 \quad \rightarrow \quad 9/0.1 > 8/9873$$

چون عدد صحیح ۹ بزرگ تر از عدد صحیح ۸ است، پس عدد ۹/۰۱ از عدد ۸/۹۸۷۳ بزرگ تر است.

$$19/3874 \text{ (green circle)} \quad 19/3859 \quad \rightarrow \quad 19/3874 > 19/3859$$

چون قسمت های صحیح و رقم های دهم و صدم دو عدد مساوی است، بنابراین رقم هزارم آن ها را مقایسه می کنیم:

$$19/3874 > 19/3859$$

نکته: اگر رقم دهم یک عدد اعشاری کوچک تر از یک، از ۴ بیشتر باشد، آن عدد از نصف کم تر نیست (یا مساوی نصف است و یا از نصف بیشتر است)؛

مانند:

نصف = ۰/۵۰۰

۰/۶ , ۰/۸۰۰۰۰۲ , ۰/۷۳

بزرگ تر از نصف هستند.

جمع و تفریق عددهای اعشاری

در جمع و تفریق عددهای اعشاری باید دقت کنیم که ممیزها خیلی دقیق زیر هم قرار گیرند. به این ترتیب رقم های هم مرتبه نیز زیر هم قرار می گیرند؛ یعنی یکان ها زیر هم، دهم ها زیر هم، صدم ها زیر هم و ...

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را حساب کنید.

$$18/29 + 3/4 =$$

$$7/1 - 2/76 =$$

پاسخ: ابتدا عددها را در جدول ارزش مکانی قرار می دهیم تا رقم های هم مرتبه زیر هم قرار گیرند.

ممیز				
دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۸	۲	۹	
+	۳	۴	۰	
۲	۱	۶	۹	

ممیز				
یکان	دهم	صدم	هزارم	
۶	۱۰	۱۰		
×	×	×		
-	۲	۷	۶	
۴	۳	۴		

یادآوری ۲

در سال های قبل با اعداد اعشاری آشنا شدید و دیدید که این اعداد کاربردهای زیادی در زندگی روزمره ی ما و در زمینه های مختلف دارند. به طور مثال، برای بیان رکوردهای ورزشی از عددهای اعشاری استفاده می شود. همچنین از این اعداد در بیان ارتفاع، وزن، نمره ی درسی و ... هم استفاده می کنیم.

هر عدد اعشاری دارای دو قسمت است:

۱- قسمت صحیح: این قسمت در سمت چپ خط اعشار (ممیز) قرار می گیرد. مانند: $۷۰۴/۰۲۸$ یا $۱۳/۶۹$

۲- قسمت اعشاری: این قسمت در سمت راست خط اعشار (ممیز) قرار می گیرد. مانند: $۷۰۴/۰۲۸$ یا $۱۳/۶۹$

به کسرهایی که مخرج آن ها ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ یا ... باشد، کسر اعشاری می گویند. مانند: $\frac{۱۳۵}{۱۰}$ ، $\frac{۱۳۵}{۱۰۰}$ و $\frac{۱۳۵}{۱۰۰۰}$

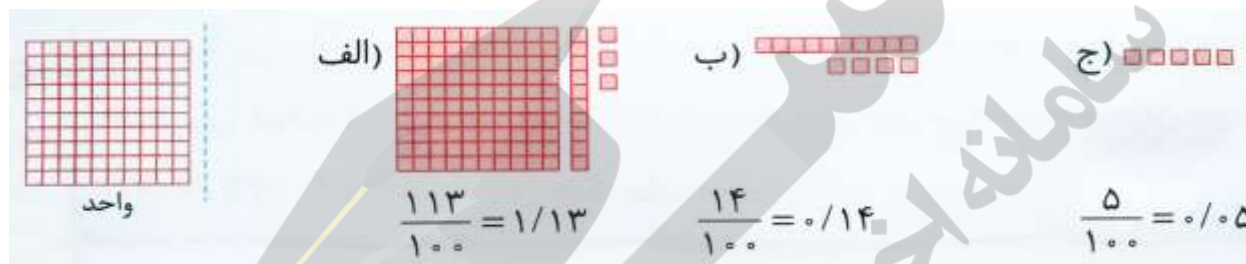
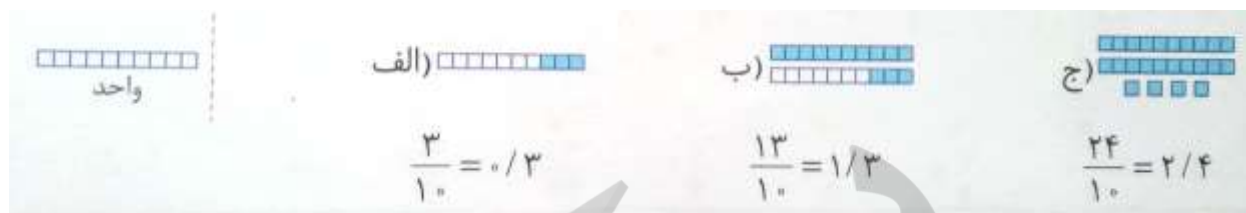
کسرهای اعشاری را می توان به صورت عددهای اعشاری در جدول ارزش مکانی نوشت. به این ترتیب کسرهای اعشاری بالا را می توانیم به صورت $۱۳/۵$ ، $۱/۳۵$ و $۰/۱۳۵$ هم بنویسیم و آن ها را به صورت زیر بخوانیم:

$۱۳/۵$: سیزده و پنج صدم یا سیزده و نیم

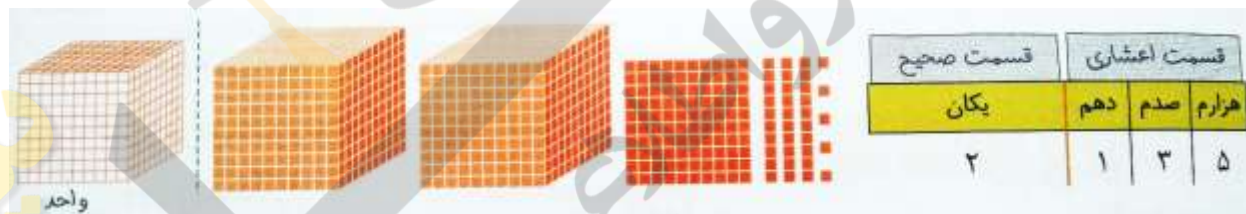
$۱/۳۵$: یک و سی و پنج صدم

$۰/۱۳۵$: صد و سی و پنج هزارم

هر عدد اعشاری را می توان هم با شکل و هم روی محور نمایش داد. به شکل های زیر و عدد اعشاری نمایش داده شده توسط آن ها دقت کنید.



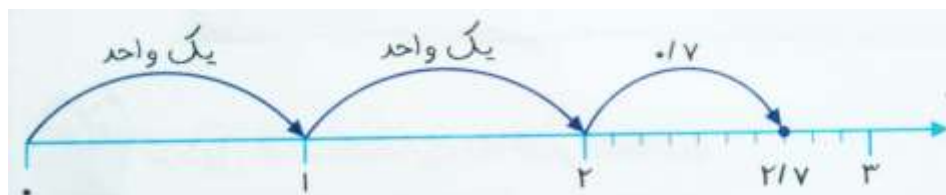
مثال ۱: عدد ۲/۱۳۵ را هم با شکل و هم در جدول ارزش مکانی نمایش دهید.



مثال ۲: عدد ۲/۷ را روی محور نمایش دهید.

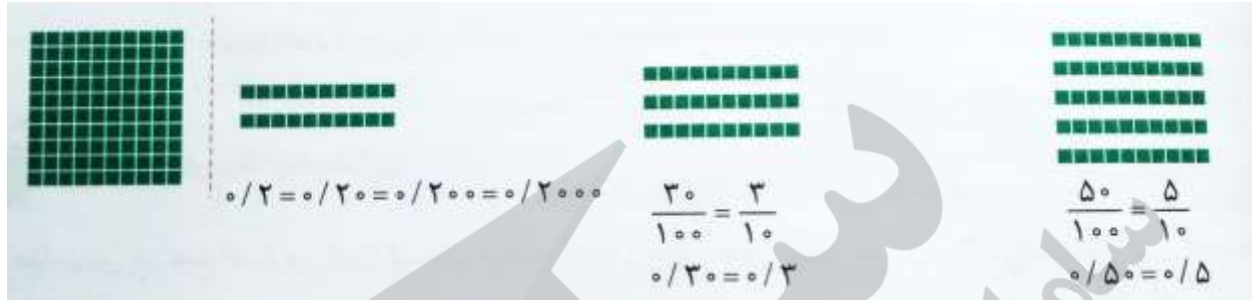
برای نمایش یک عدد اعشاری مانند ۲/۷ روی محور، باید مراحل زیر را انجام دهیم:

- ۱- محور اعداد را رسم کرده و واحدها را روی آن مشخص کنیم.
- ۲- به اندازه ی قسمت صحیح عدد اعشاری مورد نظر (یعنی ۲ واحد)، از صفر شروع به شمردن واحدها می کنیم.
- ۳- با توجه به قسمت اعشاری عدد مورد نظر (که در این جا ۰/۷ است)، روی محور بین ۲ و ۳ را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کنیم. به این ترتیب هر قسمت ۰/۱ می شود، پس ۷ تا ۰/۱ شمرده و به جلو می رویم تا نقطه ی نمایش عدد ۲/۷ مشخص شود.



صفر در قسمت اعشاری

به شکل های زیر و تساوی های نوشته شده دقت کنید.



تساوی های بالا نشان می دهند که اگر بعد از آخرین رقم اعشاری هر عددی، به تعداد دلخواه صفر قرار دهیم، آن عدد هیچ تغییری نمی کند. از این خاصیت در جمع، تفریق و تقسیم عددهای اعشاری استفاده می کنیم.

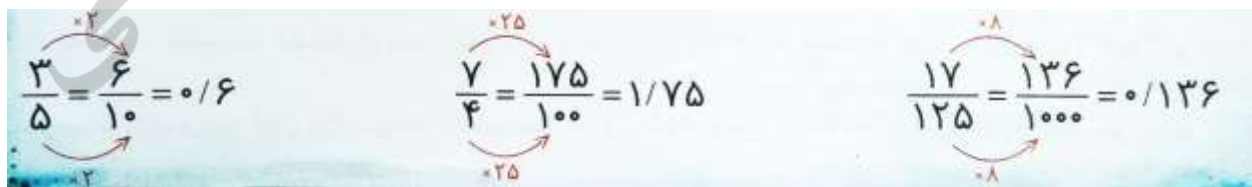
نکته: اگر در بین رقم های اعشاری عددی، صفر قرار دهیم، آن عدد تغییر می کند. به طور مثال هیچ یک از عددهای $3/75$ ، $3/075$ و $3/705$ با یک دیگر برابر نیستند.

تبدیل کسر اعشاری به عدد اعشاری

برای تبدیل کسرهایی مانند $\frac{75}{10}$ ، $\frac{3}{100}$ ، $\frac{243}{1000}$ و ... (که مخرج آن ها 10 ، 100 ، 1000 و ... می باشد) به عدد اعشاری، ابتدا صورت کسر را می نویسیم و به تعداد صفرهای مخرج از سمت راست عدد، رقم های اعشاری را جدا کرده و ممیز می زنیم.



نکته: در تبدیل کسرهایی مانند $\frac{3}{5}$ ، $\frac{7}{4}$ و $\frac{17}{125}$ (که مخرج آن ها 10 ، 100 ، 1000 و ... نیست) به عدد اعشاری، باید با توجه به تساوی کسرها صورت و مخرج کسر را در عددی ضرب کنیم تا مخرج کسر حاصل یکی از عددهای 10 ، 100 و ... شود و کسر اعشاری به دست آید.



تبدیل عدد اعشاری به کسر اعشاری

ابتدا عدد را بدون ممیز در صورت کسر می نویسیم و در مخرج کسر به تعداد رقم های اعشاری عدد، جلوی عدد یک، صفر می گذاریم.

$37/452 = \frac{37452}{1000}$ <p>سه رقم اعشار دارد پس سه رقم صفر می نویسیم.</p>	$892/75 = \frac{89275}{100}$ <p>دو رقم اعشار دارد پس دو رقم صفر می نویسیم.</p>	$879/6 = \frac{8796}{10}$ <p>یک رقم اعشار دارد پس یک رقم صفر می نویسیم.</p>
---	--	---

مقایسه ی عددهای اعشاری

برای مقایسه ی دو عدد اعشاری، ابتدا قسمت صحیح آن ها را مقایسه می کنیم. عددی بزرگ تر است که قسمت صحیح آن بزرگ تر باشد.

$5/783 > 2/9999$	$0/9876 < 1/7$
------------------	----------------

در صورتی که قسمت صحیح دو عدد برابر بود، دهم ها را با هم مقایسه می کنیم. عددی بزرگ تر است که دهم آن بزرگ تر باشد.

در صورت تساوی دهم ها باید صدم ها را مقایسه کنیم و این عمل را تا جایی ادامه دهیم که عدد بزرگ تر معلوم شود.

$5/7 > 5/37$	$13/235 < 13/25$	$7/029 > 7/0285$	$17/53 = 17/5300$
--------------	------------------	------------------	-------------------

مثال ۳: ۱۰ کارت با رقم های ۰ تا ۹ و یک کارت با نماد ممیز داریم؛



الف) اگر عدد ۵۱ را در سمت چپ ممیز بسازیم، با ۵ کارت دیگر در قسمت اعشاری (سمت راست ممیز) نزدیک ترین عدد ممکن به ۵۱ را بسازید.

یعنی؛ 51.02346

ب) اگر عدد ۵۱ را در سمت چپ ممیز بسازیم، با ۵ کارت دیگر در قسمت اعشاری (سمت راست ممیز) نزدیک ترین عدد ممکن به ۵۲ را بسازید.

یعنی؛ $۵۱/۹۸۷۶۴$ ۵ ۱ / ۹ ۸ ۷ ۶ ۴

مثال ۴: هر یک از عددهای زیر را به صورت گسترده بنویسید.

الف) $۵۲/۰۳ = ۵۲/۰۳ = ۵۰ + ۲ + ۰/۰۳$
 ب) $۴۱۲/۰۱۹ = ۴۱۲/۰۱۹ = ۴۰۰ + ۱۰ + ۲ + ۰/۱۰ + ۰/۰۹$
 ج) $۵ \frac{۷۲}{۱۰۰} = ۵ + \frac{۷۰+۲}{۱۰۰} = ۵ + \frac{۷۰}{۱۰۰} + \frac{۲}{۱۰۰}$
 د) $\frac{۳۰۵}{۱۰۰۰} = \frac{۳۰۰+۵}{۱۰۰۰} = \frac{۳۰۰}{۱۰۰۰} + \frac{۵}{۱۰۰۰} = \frac{۳}{۱۰} + \frac{۵}{۱۰۰۰}$

جمع و تفریق عددهای اعشاری

در سال قبل با روش های مختلف محاسبه ی جمع و تفریق عددهای اعشاری از قبیل رسم شکل، رسم محور، تبدیل به کسر، گسترده نویسی و روش جدول ارزش مکانی (یا همان زیر هم نویسی) آشنا شدید و ملاحظه کردید که روش زیر هم نویسی سریع ترین و ساده ترین روش محاسبه بود. در این روش با توجه به ارزش مکانی عددها، باید ممیزها زیر هم و عددهای هم مرتبه ی هم، زیر هم نوشته شوند؛ یعنی یکان ها را زیر هم، دهم ها را زیر هم دیگر و ... بنویسیم، سپس از کم ترین مرتبه، جمع یا تفریق مورد نظر را انجام دهیم و هر کجا که به ممیز رسیدیم، در جواب هم ممیز را بنویسیم. دقت داشته باشید که اگر عددی ممیز نداشته باشد، باید در سمت راست آن ممیز قرار دهیم.

مثال ۵: حاصل جمع ها و تفریق های زیر را بدست آورید.

الف) $۵/۴۳ + ۱۷/۶ =$

$$\begin{array}{r} ۵/۴۳ \\ + ۱۷/۶۰ \\ \hline ۲۳/۰۳ \end{array}$$

ب) $۱۸ - ۵/۴۳ =$

$$\begin{array}{r} ۱۸/۰۰ \\ - ۵/۴۳ \\ \hline ۱۲/۵۷ \end{array}$$

ج) $۷۲۴/۵ + ۷۲/۴۵ =$

$$\begin{array}{r} ۷۲۴/۵۰ \\ + ۷۲/۴۵ \\ \hline ۷۹۶/۹۵ \end{array}$$

د) $۸/۵ - ۲/۰۹۵ =$

$$\begin{array}{r} ۸/۵۰۰ \\ - ۲/۰۹۵ \\ \hline ۶/۴۰۵ \end{array}$$

درس دوم - یادآوری ضرب و تقسیم

ضرب عددهای اعشاری

برای ضرب عددهای اعشاری در حالت کلی، ابتدا عددها را بدون در نظر گرفتن ممیز، مانند دو عدد صحیح در هم ضرب می‌کنیم و سپس مجموع تعداد ارقام اعشاری دو عدد را حساب کرده و به همان تعداد از سمت راست در حاصل ضرب، اعشار می‌زنیم.

$$2/4 \times 1/51 =$$

مثال: حاصل ضرب مقابل را حساب کنید.

$$24 \times 151 = 3624$$

پاسخ: ابتدا حاصل 24×151 را حساب می‌کنیم:

چون دو عدد روی هم سه رقم اعشار دارند، بنابراین در حاصل ضرب از سمت راست، سه رقم اعشار می‌زنیم:

$$2/4 \times 1/51 = 3/624$$

ضرب عددهای اعشاری به وسیله ی تبدیل اعداد اعشاری به کسر

$$3/8 \times 2/74 =$$

مثال: حاصل ضرب مقابل را حساب کنید.

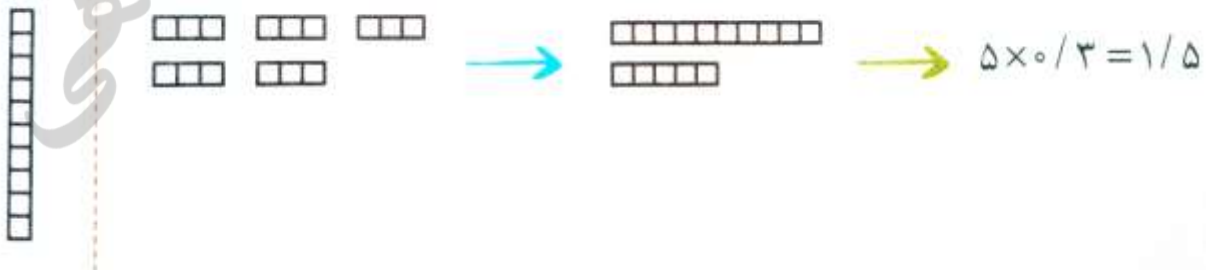
پاسخ:

$$3/8 \times 2/74 = \frac{38}{10} \times \frac{274}{100} = \frac{10412}{1000} = 10/412$$

ضرب عددهای اعشاری به وسیله ی شکل

مثال: حاصل ضرب مقابل را به وسیله ی شکل حساب کنید.

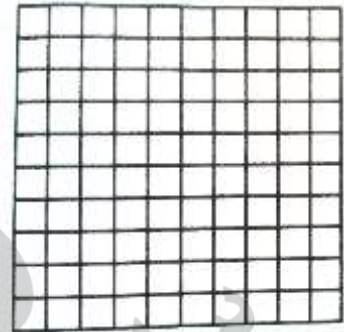
پاسخ:



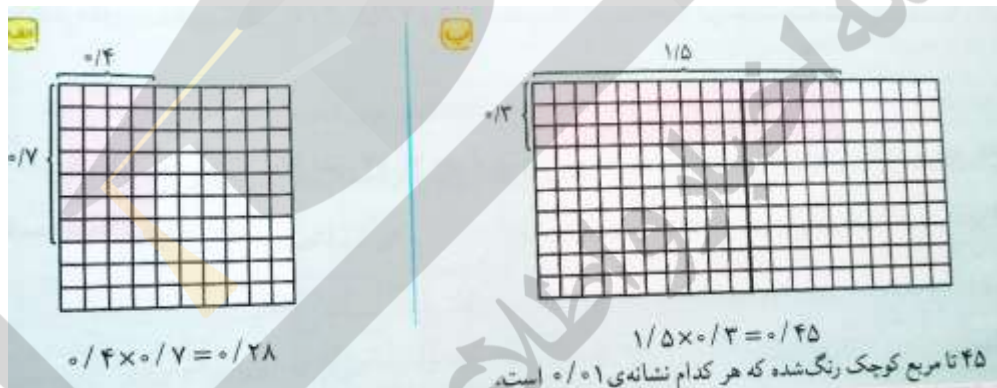
مثال: با توجه به واحد، حاصل ضرب های زیر را به وسیله ی شکل حساب کنید.

$0/4 \times 0/7 =$

$1/5 \times 0/3 =$



پاسخ: (توجه: هر کدام از مربع های کوچک 0/01 را نشان می دهد.)

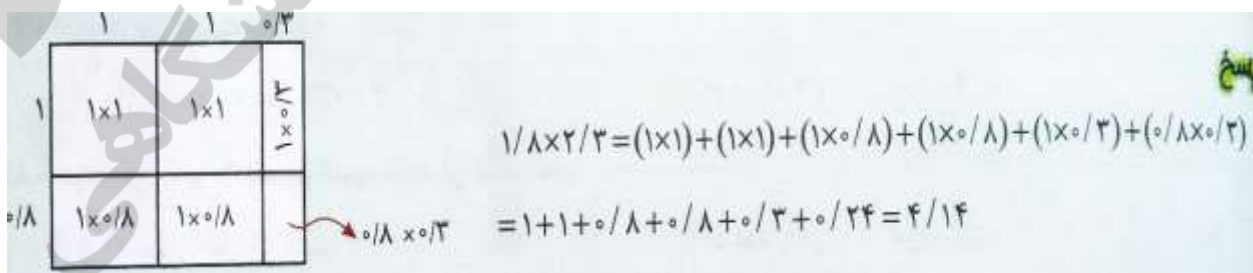


ضرب عددهای اعشاری به کمک مساحت (روش مساحتی)

$1/8 \times 2/3 =$

مثال: حاصل ضرب مقابل را حساب کنید.

پاسخ:

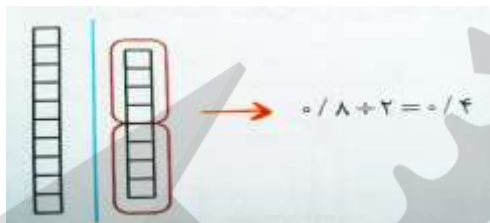


تقسیم عددهای اعشاری به وسیله ی شکل

$$0.8 \div 2 =$$

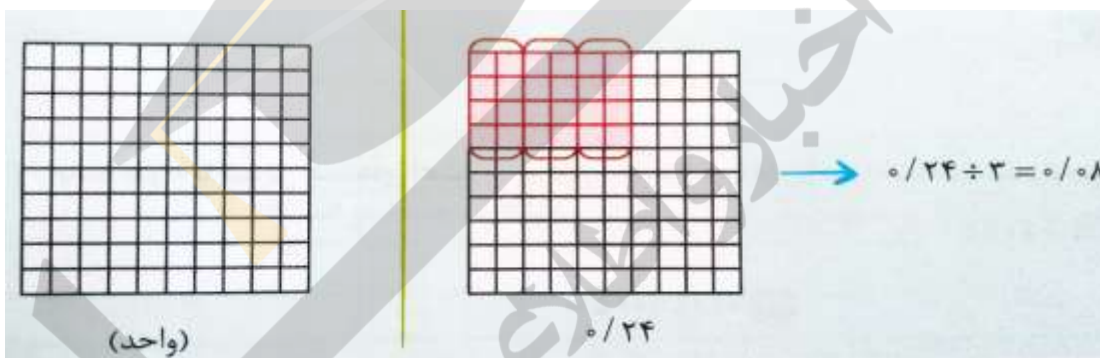
مثال: حاصل تقسیم مقابل را به وسیله ی شکل حساب کنید.

پاسخ:



$$0.24 \div 3 =$$

مثال: حاصل تقسیم مقابل را به وسیله ی شکل حساب کنید.

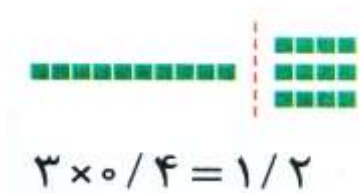


یادآوری ضرب و تقسیم ۲

یادآوری ضرب

در سال قبل با روش های مختلف محاسبه ی ضرب عددهای اعشاری آشنا شدید. در این بخش به یادآوری آن ها می پردازیم.

روش اول: برای محاسبه ی حاصل ضرب یک عدد صحیح در یک عدد اعشاری (مانند 3×0.4) می توانیم از شکل زیر استفاده کنیم و با شمارش خانه ها، مقدار حاصل ضرب را که $1/2$ می باشد، حساب کنیم.



روش دوم (تبدیل به کسر): در این روش ابتدا اعداد اعشاری را به صورت کسری می نویسیم، سپس حاصل ضرب کسرها را ابتدا بدون ساده کردن آن ها به دست می آوریم و در آخر، جواب را به صورت اعشاری می نویسیم.

مثال ۱: به مثال های زیر دقت کنید:

$$\text{الف) } 5/3 \times 0/25 = \frac{53}{10} \times \frac{25}{100} = \frac{1325}{1000} = 1/325$$

$$\text{ب) } 0/2 \times 7/5 \times 12/3 = \frac{2}{10} \times \frac{75}{10} \times \frac{123}{10} = \frac{18450}{1000} = 18/450 = 18/45$$

روش سوم (مساحتی): در این روش برای محاسبه ی حاصل ضرب عددهایی مانند $2/3$ و $1/4$ ، ابتدا یک مستطیل رسم می کنیم، طوری که طول مستطیل با عدد بزرگ تر و عرض آن با عدد کوچک تر برابر باشد. سپس مستطیل را مانند شکل زیر تقسیم بندی، و مساحت تمامی قسمت ها را با هم جمع می کنیم. به این ترتیب، حاصل ضرب دو عدد به دست می آید.

$$2/3 \times 1/4 = (2 \times 1) + (2 \times 0/4) + 0/3 + 0/12$$

1 × 1	1 × 1	1 × 0/3
1 × 0/4	1 × 0/4	→ 0/4 × 0/3 = 0/12

$$= 2 + 0/8 + 0/3 + 0/12 = 3/22$$

روش چهارم (فرآیندی): در این روش ابتدا عددها را بدون در نظر گرفتن ممیزها در یک دیگر ضرب می کنیم، سپس به تعداد رقم های اعشاری کل عددها، در جواب به دست آمده از سمت راست اعشار می زنیم.

مثال ۲: الف) $5/3 \times 0/25 = 1/325$

ابتدا حاصل ضرب 53×25 را حساب می کنیم که برابر 1325 می شود، چون $5/3$ دارای یک رقم اعشاری و $0/25$ هم دارای دو رقم اعشاری است، برای جواب ضرب (یعنی 1325) از سمت راست سه رقم شمرده و ممیز را می زنیم.

$$\text{ب) } 0/2 \times 7/5 \times 12/3 =$$

$$2 \times 75 \times 123 = 18450 \Rightarrow 0/2 \times 7/5 \times 12/3 = 18/450$$

سه رقم اعشار

نکته:

۱- برای ضرب هر عدد اعشاری در عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ، ابتدا خود عدد را می نویسیم، سپس ممیز را به تعداد صفرها به سمت راست (جلو) انتقال می دهیم. یعنی اگر عدد را در ۱۰ ضرب کردیم، باید ممیز را یک رقم به جلو منتقل کنیم و اگر در ۱۰۰ ضرب کردیم باید ممیز را دو رقم به سمت جلو منتقل کنیم و

$$۵۴/۳۲۷ \times ۱۰ = ۵۴۳/۲۷$$

$$۵۴/۳۲۷ \times ۱۰۰ = ۵۴۳۲/۷$$

$$۵۴/۳۲۷ \times ۱۰۰۰ = ۵۴۳۲۷$$

$$۵۴/۳۲۷ \times ۱۰۰۰۰ = ۵۴۳۲۷۰$$

۲- اگر هر عدد اعشاری را در ۰/۱ ضرب کنیم، ممیز آن یک رقم به سمت چپ (عقب) منتقل می شود و اگر در ۰/۰۱ ضرب کنیم، ممیز آن عدد، دو رقم به سمت چپ منتقل می شود و

$$۵۴/۳۲۷ \times ۰/۱ = ۵/۴۳۲۷$$

$$۵۴/۳۲۷ \times ۰/۰۱ = ۰/۵۴۳۲۷$$

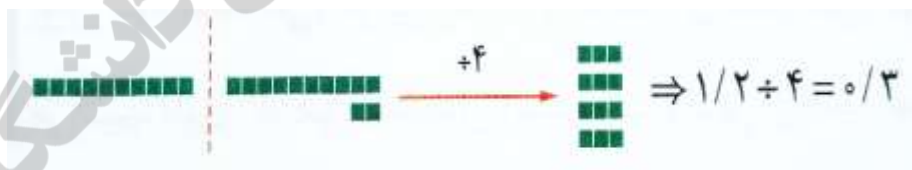
$$۵۴/۳۲۷ \times ۰/۰۰۱ = ۰/۰۵۴۳۲۷$$

$$۵۴/۳۲۷ \times ۰/۰۰۰۱ = ۰/۰۰۵۴۳۲۷$$

تقسیم اعشاری

برای انجام تقسیم اعشاری بر یک عدد صحیح (مانند: $۴ \div ۱/۲$) می توانیم از روش های زیر استفاده کنیم:

✓ روش اول (رسم شکل): در این روش، شکل مربوط به عدد اعشاری را رسم کرده، سپس آن را به قسمت های خواسته شده تقسیم بندی می کنیم.



✓ روش دوم (تبدیل به کسر): در این روش ابتدا عددهای اعشاری را به صورت کسری می نویسیم، سپس حاصل تقسیم کسرها را به دست می آوریم و در آخر در صورت نیاز، جواب را به صورت اعشاری می نویسیم.

مثال ۳:

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad 1/2 \div 4 &= \frac{12}{10} \div 4 = \frac{12}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10} = 0/3 \\ \text{ب)} \quad 2/97 \div 99 &= \frac{297}{100} \div 99 = \frac{297}{100} \times \frac{1}{99} = \frac{3}{100} = 0/03 \\ \text{ج)} \quad 0/441 \div 7 &= \frac{441}{1000} \div 7 = \frac{441}{1000} \times \frac{1}{7} = \frac{63}{1000} = 0/063 \end{aligned}$$

روش سوم: در این روش، تقسیم را مانند یک تقسیم معمولی انجام می دهیم و هرگاه در مقسوم به ممیز رسیدیم، در خارج قسمت نیز ممیز می زنیم. دقت داشته باشید که در این گونه تقسیم ها، همواره تعداد ارقام اعشاری خارج قسمت و باقی مانده با تعداد ارقام اعشاری مقسوم برابر است.

مثال ۴: به مثال های زیر دقت کنید.

$\begin{array}{r} \text{الف)} \quad 1/2 \overline{) 4} \\ \underline{-1/2} \\ 0/0 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{ب)} \quad 2/97 \overline{) 99} \\ \underline{-0/0} \\ 2/97 \\ \underline{-2/97} \\ 0/00 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{ج)} \quad 0/441 \overline{) 7} \\ \underline{-0} \\ 0/44 \\ \underline{-0/42} \\ 0/021 \\ \underline{-0/021} \\ 0/000 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{د)} \quad 8/5 \overline{) 6} \\ \underline{-6} \\ 2/5 \\ \underline{-2/4} \\ 0/1 \end{array}$
--	--	--	---

نکته: برای تقسیم هر عدد اعشاری بر عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ...، ابتدا خود عدد را می نویسیم، سپس ممیز را به تعداد صفرها به سمت چپ (عقب) انتقال می دهیم. یعنی اگر عدد را بر ۱۰ تقسیم کنیم، باید ممیز را یک رقم به عقب منتقل کنیم و اگر عدد را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، باید ممیز را دو رقم به عقب منتقل کنیم و ...

$$794/63 \div 10 = 79/463$$

$$794/63 + 100 = 7/9463$$

$$794/63 + 1000 = 0/79463$$

$$794/63 + 10000 = 0/079463$$

درس سوم - تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

تقسیم اعداد اعشاری به کمک شکل

مثال: حاصل تقسیم مقابل را به کمک شکل حساب کنید.



یادآوری تقسیم

برای اطمینان از درستی عمل تقسیم دو روش برای امتحان آن وجود دارد که به آن‌ها رابطه‌های تقسیم می‌گویند. توجه کنید که حتما باید هر رابطه را برای یک تقسیم بنویسیم و هر دو رابطه درست باشند.



۱) $\text{مقسوم} = \text{باقی‌مانده} + (\text{مقسوم‌علیه} \times \text{خارج قسمت})$: رابطه‌ی ۱

۲) $\text{مقسوم‌علیه} < \text{باقی‌مانده}$: رابطه‌ی ۲

مثال: آیا تقسیم مقابل درست انجام شده است؟

$$\begin{array}{r} 15 \mid 6 \\ - 6 \quad 1 \\ \hline 9 \end{array}$$

پاسخ: رابطه های تقسیم را می نویسیم.

رابطه‌ی اول نشان می‌دهد که تقسیم درست انجام شده است. $\rightarrow 1 \times 6 + 9 = 15$: رابطه‌ی ۱

غلط است. $\rightarrow 9 < 6$: رابطه‌ی ۲

چون باقی مانده از مقسوم علیه کوچک تر نیست، پس رابطه ی دوم غلط و در نتیجه تقسیم غلط انجام شده است. نکته: اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در یک عدد (عدد غیرصفر) ضرب کنیم، خارج قسمت تغییر نمی کند، اما باقی مانده در همان عدد ضرب می شود.

مثال: در تقسیم زیر، مقسوم و مقسوم علیه را ۵ برابر کرده ایم، خارج قسمت تغییر نمی کند، اما باقی مانده ۵ برابر می شود.

$$\begin{array}{r} 18 \mid 7 \\ - 14 \quad 2 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 90 \mid 35 \\ - 70 \quad 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی

در این حالت باید دقت کنیم که خارج قسمت تقسیم را باید تا چند رقم اعشار انجام دهیم. اگر تعداد رقم های اعشاری خواسته شده ی خارج قسمت بیشتر از تعداد رقم های اعشاری مقسوم باشد، با قرار دادن صفر در سمت راست رقم های اعشاری مقسوم، تعداد رقم های اعشاری مقسوم را با تعداد رقم های اعشاری خارج قسمت، برابر می کنیم.

مثال: تقسیم مقابل را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید.

$$6/9 \quad | \quad 3$$

$$\begin{array}{r} 6/9 \quad | \quad 3 \\ - 6 \quad \quad 2/3 \\ \hline 0/9 \\ - 0/9 \\ \hline 0/0 \end{array}$$

خط ممیز

پاسخ: چون مقسوم دارای یک رقم اعشار است و می خواهیم تقسیم را نیز تا یک رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهیم، پس نیازی به قراردادن صفر در مقسوم نیست. برای دقت در انجام عمل تقسیم و جلوگیری از اشتباه های احتمالی، خط ممیز را رسم می کنیم. خط ممیز، نشان دهنده ی ممیز عددها در تمام مراحل تقسیم و از جمله رقم های اعشاری باقی مانده است.

مثال: تقسیم مقابل را تا دو رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید و باقی مانده را نیز مشخص کنید.

$$\begin{array}{r} 7/10 \quad | \quad 6 \\ - 6 \quad \quad 1/18 \\ \hline 1/1 \\ - 0/6 \\ \hline 0/50 \\ - 0/48 \\ \hline 0/02 \end{array}$$

خط ممیز

$$7/1 \quad | \quad 6$$

پاسخ: چون باید تقسیم تا دو رقم اعشار در خارج قسمت انجام شود و مقسوم دارای یک رقم اعشار است، پس یک صفر در سمت راست رقم یک قرار می دهیم تا مقسوم هم دارای دو رقم اعشار شود.

نکته: هنگامی که رقم ۱ را پایین می آوریم، چون رقم ۱، رقم بعد از ممیز در مقسوم است، به همین دلیل در خارج قسمت ممیز می زنیم و تقسیم را ادامه می دهیم.

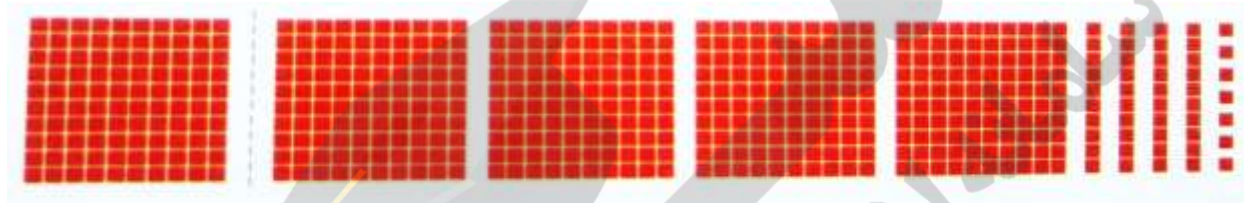
نکته: تعداد رقم های اعشاری باقی مانده، با تعداد رقم های اعشاری مقسوم، باید برابر باشد.

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی ۲

تقسیم به کمک رسم شکل

برای تقسیم عددی اعشاری مانند $4/47$ بر ۳، به صورت زیر عمل می کنیم:

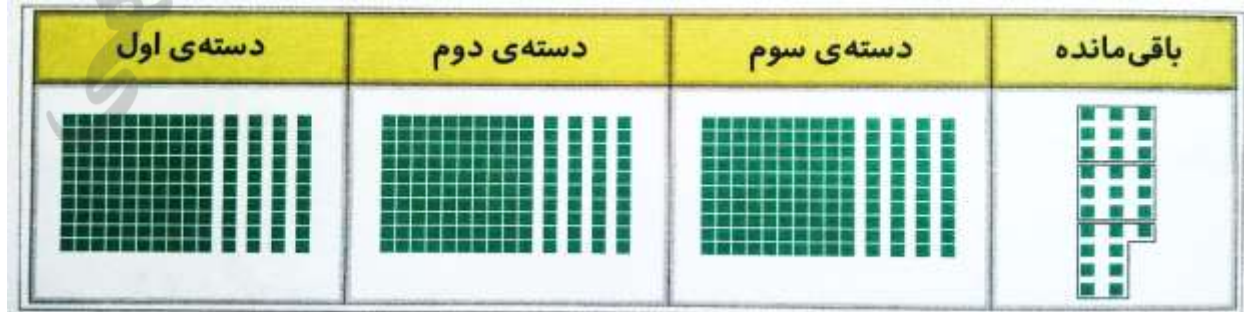
ابتدا با توجه به این که کوچک ترین مرتبه ی این عدد، صدم می باشد، پس هر واحد را به صد قسمت مساوی تقسیم می کنیم و شکل مربوط به این عدد اعشای را رسم می کنیم.



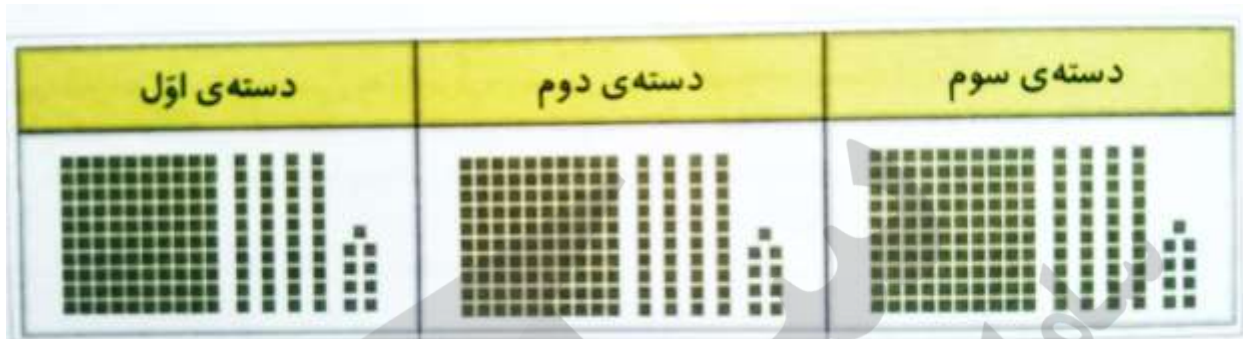
حالا سه تا از واحدهای کامل را انتخاب می کنیم و به هر دسته یک واحد می دهیم. یکی از واحدهای کامل باقی می ماند که باید آن را باز کنیم و به ده تا $0/1$ تبدیل کنیم. به این ترتیب ۱۴ تا $0/1$ به وجود می آید. این ۱۴ تا $0/1$ را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم که دو تا $0/1$ باقی می ماند.



حالا دو دسته $0/1$ باقی مانده را نیز باز می کنیم. به این ترتیب ۲۷ تا $0/1$ باقی می ماند که باید آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم.



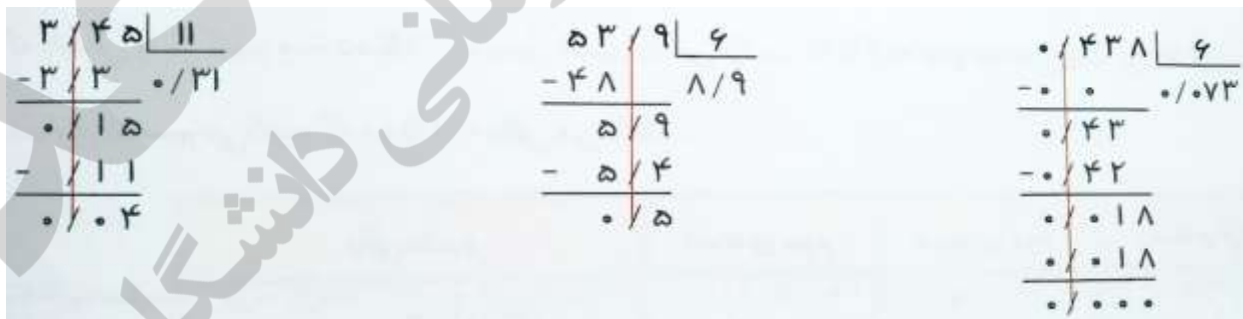
در آخر ملاحظه می کنید که اگر $4/74$ را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت مساوی $1/49$ خواهد شد.



تقسیم به روش محاسباتی

در این روش ابتدا خط ممیز را رسم می کنیم. این خط نشان دهنده ی تمام ممیزهایی است که در انجام تقسیم، در عددها قرار می گیرد. سپس تقسیم را مانند تقسیم معمولی انجام می دهیم و هرگاه در مقسوم به ممیز رسیدیم، در خارج قسمت هم ممیز می زنیم. دقت داشته باشید که در این گونه تقسیم ها، همواره تعداد ارقام اعشاری خارج قسمت و باقی مانده با تعداد ارقام اعشاری مقسوم برابر است.

مثال ۱: به تقسیم های زیر دقت کنید.



پیشروی در تقسیم

گاهی اوقات برای آن که جواب دقیق تری از تقسیم به دست آید، می توانیم در سمت راست قسمت اعشاری مقسوم، به تعداد مورد نیاز صفر فرار داده و تقسیم کردن را ادامه دهیم. به این ترتیب خارج قسمت دقیق تری به دست می آید. در اصطلاح به این عمل پیشروی در تقسیم می گوئیم.

مثال ۲: به تقسیم های زیر دقت کنید.

باقی مانده ی صفر برسیم. که ضخامت هر ورق آن ۰/۰۱۲ سانتی متر می شود.

مثال ۳: ضخامت کتابی ۲۵۰ صفحه ای، ۱/۵ سانتی متر است. ضخامت هر برگ این کتاب چند سانتی متر است؟

دقت داشته باشید که ۲۵۰ صفحه یعنی ۱۲۵ برگ (هر برگ دو صفحه است). کافی است که عدد ۱/۵ را بر ۱۲۵ تقسیم کنیم و با پیشروی در تقسیم، به

درس چهارم – تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

در این نوع تقسیم ها ابتدا باید مقسوم و مقسوم علیه را در یکی از اعداد ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ ضرب کنیم (با توجه به تعداد رقم های اعشاری مقسوم علیه) تا مقسوم علیه به عدد طبیعی تبدیل شود و سپس باید مانند تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی، تقسیم را انجام دهیم، فقط باید دقت کنیم که این تقسیم، تقسیم اصلی نیست (تقسیم کمکی است). خارج قسمت تقسیم اصلی، با خارج قسمت تقسیم کمکی برابر است، اما برای تعیین باقی مانده ی تقسیم اصلی، باید باقی مانده ی تقسیم کمکی را بر همان عددی که مقسوم و مقسوم علیه در آن ضرب شده، تقسیم کنیم.

مثال: تقسیم مقابل را انجام دهید و باقی مانده را مشخص کنید.

$$1/4 \overline{) 0.03}$$

پاسخ: ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را در عدد ۱۰۰ ضرب می کنیم تا مقسوم علیه به عدد صحیح تبدیل شود. (توجه کنید که با این کار، باقی مانده ی تقسیم نیز ۱۰۰ برابر می شود.)

The diagram illustrates the process of converting a decimal division into an integer division. It shows the original division $1/4 \overline{) 0.03}$ with a remainder of 46. This is multiplied by 100 to get $140/44$ with a remainder of 2. A blue arrow labeled $\div 100$ indicates that the remainder 2 must be divided by 100 to get the final decimal remainder 0.02.

مثال: تقسیم مقابل را تا دو رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید و باقی مانده را مشخص کنید.

$$8 \overline{) 0.7}$$

پاسخ: ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را در ۱۰ ضرب می کنیم تا مقسوم علیه به عدد طبیعی تبدیل شود.

The diagram illustrates the process of converting a decimal division into an integer division. It shows the original division $8 \overline{) 0.7}$ with a remainder of 42. This is multiplied by 10 to get $80/114$ with a remainder of 6. A red arrow labeled $\div 10$ indicates that the remainder 6 must be divided by 10 to get the final decimal remainder 0.06.

نکته: خارج قسمت تقسیم اصلی همیشه با خارج قسمت تقسیم کمکی برابر است. برای تعیین تعداد رقم های اعشاری باقی مانده ی اصلی، می توان از روش ساده تری نیز استفاده کرد، به این ترتیب که تعداد رقم های اعشاری باقی مانده ی تقسیم با مجموع تعداد رقم های اعشاری مقسوم علیه و خارج قسمت برابر است.

مثال: حاصل تقسیم مقابل را با محور حساب کنید. $1/5 \div 0/5 =$

پاسخ: چون مقسوم علیه $0/5$ است، هر واحد را به دو قسمت تقسیم می کنیم.



مثال: حاصل تقسیم مقابل را با محور حساب کنید. $3 \div 0/25 =$

پاسخ: چون مقسوم علیه $0/25$ است ($0/25 = \frac{1}{4}$)، هر واحد را به چهار قسمت تقسیم می کنیم.



تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری ۲

به تقسیم های زیر دقت کنید:

همان طور که ملاحظه می کنید، اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم، خارج قسمت تغییر نمی کند، اما باقی مانده نیز در همان عدد ضرب می شود.

با توجه به خاصیت بالا، می توانیم تقسیم هایی را که مقسوم علیه اعشاری دارند، به تقسیمی که مقسوم علیه طبیعی دارند، تبدیل کنیم. کافی است که با توجه به تعداد ارقام اعشاری مقسوم علیه، هم مقسوم و هم مقسوم علیه را در یکی از عددهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ... ضرب کنیم.

به این ترتیب، ممیز مقسوم علیه از بین می رود و به عدد صحیح تبدیل می شود و تقسیم به صورت تقسیم درس قبل تبدیل می شود و می توانیم به سادگی حاصل تقسیم را به دست آوریم.

اگر مقسوم و مقسوم علیه را در ۱۰ ضرب کنیم، باقی مانده هم ده برابر می شود و اگر در ۱۰۰ ضرب کنیم، باقی مانده هم صد برابر می شود، لذا برای تعیین باقی مانده ی اصلی تقسیم، باید باقی مانده ی به دست آمده را بر همان عددی که مقسوم و مقسوم علیه را در آن ضرب کردیم (یعنی ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ...) تقسیم کنیم.

مثال ۱:

چون کوچک ترین مرتبه ی مقسوم علیه (یعنی ۰/۷)، صدم بود، برای تبدیل ۰/۷ به عدد صحیح، باید هم مقسوم و هم مقسوم علیه این تقسیم را صد برابر کنیم.

$$7/53 \mid 0/4 \xrightarrow[\times 10]{\text{مقسوم و مقسوم علیه}} 75,3 \mid 4$$

$$\begin{array}{r} 75,3 \mid 4 \\ - 4 \\ \hline 35,3 \\ - 32 \\ \hline 3,3 \\ - 3,2 \\ \hline 0,1 \end{array}$$

خارج قسمت اصلی $\rightarrow 18/8$
 باقی مانده‌ی اصلی $\leftarrow 0/1$
 $\times 10$

مثال ۲: حاصل تقسیم $0/07 \div 5$ را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید.

$$5 \mid 0/07 \xrightarrow[\times 100]{\text{مقسوم و مقسوم علیه}} 500 \mid 7$$

$$\begin{array}{r} 500 \mid 7 \\ - 49 \\ \hline 100 \\ - 7 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 2 \end{array}$$

باقی مانده‌ی اصلی $\leftarrow 0/2$
 $\times 100$

مثال ۳: به کمک ماشین حساب خارج قسمت تقسیم $5/3 \div 0/72$ را تا دو رقم اعشار به دست آورید و بدون محاسبه ی تقسیم، باقی مانده ی آن را تعیین کنید.

با استفاده از ماشین حساب، حاصل تقسیم $5/3$ بر $0/72$ تا دو رقم اعشار برابر $7/36$ خواهد شد. حالا با استفاده از رابطه ی تقسیم زیر، می توانیم مقدار باقی مانده را به دست آوریم:

$$\text{باقی مانده} = \text{مقسوم} - (\text{خارج قسمت} \times \text{مقسوم علیه})$$

$$\text{باقی مانده‌ی تقسیم} = 5/3 - (7/36 \times 0/72) = 5/3 - 5/2992 = 0/0008$$

انجام تقسیم با روش تبدیل به کسر

اگر مقسوم علیه تقسیمی عدد اعشاری باشد، می توانیم عدد اعشاری را به صورت کسری بنویسیم و با انجام تقسیم کسرها، حاصل تقسیم را به دست آوریم.

مثال ۴: به مثال های زیر دقت کنید.

$$\text{الف) } 0.34 \div 1/7 = \frac{34}{100} \div \frac{17}{10} = \frac{34}{100} \times \frac{10}{17} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$\text{ب) } 4 \div 0.08 = 4 \div \frac{8}{100} = \frac{4}{1} \times \frac{100}{8} = \frac{100}{2} = 50$$

$$\text{ج) } \frac{7/2}{0.06} = 7/2 \div 0.06 = \frac{72}{10} \div \frac{6}{100} = \frac{72}{10} \times \frac{100}{6} = 120$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \dots$$

یادآوری: اگر صورت و مخرج کسری را در عددی (غیر از صفر) ضرب کنیم، کسر حاصل با کسر اولیه برابر است.

از نکته ی بالا می توانیم برای ساده کردن کسرهایی که صورت و مخرج آن ها اعشاری است، استفاده کنیم.

مثال ۵:

$$\text{الف) } \frac{0.34}{1/7} = \frac{34}{100} \div \frac{17}{10} = \frac{34}{100} \times \frac{10}{17} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$\text{ج) } \frac{7/2}{0.06} = \frac{720}{100} \div \frac{6}{100} = \frac{720}{6} = 120$$

$$\text{ب) } \frac{4}{0.08} = \frac{400}{8} = 50$$

$$\text{د) } \frac{1/5}{0.12} = \frac{150}{12} = \frac{25}{2} = 12.5$$

مریم عزیزی