

سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	ساعت شروع: <b>۸ صبح</b>	نام و نام خانوادگی:	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: <b>۲</b>	تاریخ امتحان: <b>۱۴۰۰/۰۶/۲۷</b>	مدت امتحان: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت شهریور</b> ماه سال <b>۱۴۰۰</b>			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و $m, n$ دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m   b^n$ . ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$ . پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد $a$ و $b$ بر $m$ مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a   9k + 4$ و $a   5k + 3$ ، ثابت کنید $a$ عددی اول است.	۱
۴	اگر $a$ عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح $a$ یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(5 - 3a)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $18 = 5x + 2y$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف $G$ (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از $a$ به $c$ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس $a$ در گراف $G$ را تعیین کنید. ت) آیا گراف $G$ همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف $G$ ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف $G$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

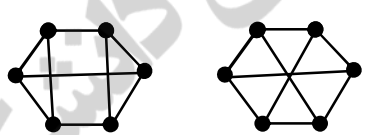
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	ساعت شروع: <b>۸ صبح</b>	نام و نام خانوادگی:	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: <b>۲</b>	تاریخ امتحان: <b>۱۴۰۰/۰۶/۲۷</b>	مدت امتحان: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت شهریور</b> ماه سال <b>۱۴۰۰</b>			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین $2 \times 2$ را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین $2 \times 2$ متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ( $1 \leq n \leq 200$ ) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	فرض کنیم $r$ یک عدد گویا و $x$ یک عدد گنگ است. نشان می‌هیم که $r + x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r + x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r + x - r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ و این با فرض گنگ بودن $x$ تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵)	۱
۲	الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴)	۱
۳	$(۰/۲۵) a   27 - 20 \Rightarrow a   7 \xrightarrow{a>1} a = 7 \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) a   9(5k+3) - 5(9k+4) \Rightarrow a   27 - 20$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)	۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a = 3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) a = 3k + 1 \Rightarrow a + 2 = 3(k+1)$ یا $(۰/۲۵) a = 3k + 2 \Rightarrow a + 4 = 3(k+2)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$(۰/۲۵) r = 4 \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{5}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)	۱
۶	$(۰/۲۵) 5x + 2(5k+4) = 18 \Rightarrow y = 5k+4 \Rightarrow y \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(۲,۵)=1} 2y \equiv 18 \pmod{5} \Rightarrow x = -2k + 2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۱/۵
۷	الف) $abgc$ $(۰/۵)$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	$(۰/۲۵) q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)	۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 1$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$ . بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰)	۱/۵
۱۰	$D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)	۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$	۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		
۱/۵	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) , $y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 3 + x_7 + x_8 + y_4 + 4 + x_5 = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_7 + x_8 + y_4 + x_5 = 8$ (۰/۲۵) $\Rightarrow z = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)		
۱/۲۵	الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. $\begin{pmatrix} 12 & 21 \\ 21 & 12 \end{pmatrix}$ (ب) (۰/۲۵) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) , $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)		
۱/۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow  A  = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50$ (۰/۲۵) , $B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\}$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\}$ $\Rightarrow  A \cap B  = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7$ (۰/۲۵) $ A \cap B'  =  A  -  A \cap B $ (۰/۲۵) $= 50 - 7 = 43$ (۰/۲۵) (سوال ۲ صفحه ۸۳)		
۰/۷۵	(مشابه مثال صفحه ۸۲) $k+1=20 \Rightarrow k=19$ (۰/۲۵) , $kn+1=19 \times 7 + 1 = 134$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)		
۲۰	جمع نمره		

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید.»