saednews.com

کد کنترل

532

E

532E

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ــ سال ۱۴۰۱

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح پنجشنبه
۱۴۰۱/۰۲/۲۹

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آمار (کد ۱۲۰۷)

تعداد سؤال: ۱۱۰ — زمان پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

جدول مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۳۱	۵۵
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال (۱و۲)، آمار ریاضی (۱و۲))	۳۲	۵۶	۸۷
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری (۱و۲) و رگرسیون ۱)	۲۳	۸۸	۱۱۰

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای همه اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می‌شود.

saednews.com

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزلهٔ غیبت و حضور نداشتن در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤال‌ها و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions:** Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes the blank. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1- The rising death toll is ---------- largely to the growing number of elderly people, who are especially vulnerable to the flu.
1) attributed 2) converted 3) debilitated 4) transferred

2- The couple were finally ---------- by the landlord after not paying their rent for six months.
1) extended 2) elicited 3) evicted 4) evacuated

3- We have a ---------- clientele in our language program, with students from Asia, Europe and South America.
1) complex 2) diverse 3) symmetrical 4) haphazard

4- But the possibility of these adversaries acting like friends, despite their long-standing ---------- and mutual dislike, is on the horizon.
1) rivalry 2) advocacy 3) inclination 4) justification

5- Debating that aliens exist cannot be deemed an ---------- truth as we have yet to see proof of their existence.
1) unintelligible 2) insensitive 3) unforeseeable 4) incontrovertible

6- The girls wanted to set the table, but they were more of a ---------- than a help.
1) compliment 2) hindrance 3) thrill 4) pretension

7- The government is to consult the attorney general on whether the enacting of such a law would be in ---------- of the constitution.
1) provenance 2) rationalization 3) breach 4) caprice

8- Someone once joked that man blames most accidents on ----------, but feels a more personal responsibility when he makes a hole-in-one on the golf course.
1) legality 2) verdict 3) charge 4) fate

9- The trial collapsed when it became clear that the main witness for the prosecution was not ----------.
1) credible 2) singular 3) subjective 4) conjectural

10- The rising number of minority inmates in prison only goes to ---------- the stereotype that members of minority groups are bad people.
1) overlook 2) downplay 3) belie 4) perpetuate

saednews.com

PART B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

Fuel cell electric vehicles emit only water vapor and warm air, (11) ---------- no tailpipe emissions. Similar to electricity, hydrogen is an energy carrier that can be produced from various feedstocks. These feedstocks and production methods should be considered when (12) ----------.

Argonne National Laboratory's (ANL) report, *Fuel Choices for Fuel Cell Vehicles: Well-to-Wheels Energy and Emission Impacts*, analyzed greenhouse gas (GHG) (13) ---------- 10 of the most common hydrogen production and distribution pathways. ANL found that gaseous hydrogen produces (14) ---------- GHGs than liquid hydrogen in most cases. ANL also investigated hydrogen's effects on petroleum use and found that using hydrogen as a fuel (15) ---------- petroleum use by nearly %100 regardless of fuel production pathway.

11- 1) produce 2) that produces 3) to produce 4) producing

12- 1) to evaluate hydrogen emissions 2) evaluating hydrogen emissions
3) for hydrogen emissions to evaluate 4) hydrogen emissions evaluated

13- 1) emissions for 2) it is emitted as 3) is emitted for 4) to be emitted

14- 1) less of 2) as little 3) fewer 4) fewer of

15- 1) reduction 2) reduced 3) that reduces 4) to reduce

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

R. A. Fischer was born in London and educated at Cambridge. He studied physics and biology, but plagued by terrible eyesight, he decided that mathematics was the way he could serve the biological sciences best. He was such a brilliant mathematician that he generally just read a problem and produced the right answer, much to the displeasure of his teachers. After graduating, he worked for several years as a school teacher, a job he disliked but paid for his daily needs. While teaching, he published a paper that unified the ideas of Charles Darwin and Gregor Mendel, showing how genetic variation in populations produced the basis for natural selection.

He began working at the Rothamsted Experiment Station in 1920, performing statistical analysis of agricultural experiments. This is where and when his contributions as a statistician took off. He developed the basics of experimental design, famously saying that "To consult the statistician *after* an experiment is finished is often merely to ask him to conduct a post mortem examination. He can perhaps say what the experiment died of."

saednews.com

He developed many of the concepts still used in today's statistical analyses. He invented analysis of variance, the tool that lets multiple factors be tested in a single experiment. He also set the standard probability of error at 0.05, still considered the level of certainty needed to accept the results of an experiment. He wrote several textbooks that became the foundation of modern statistical theory and practice. Because of his understanding of the variations in populations, he is acknowledged as one of the pioneers of population genetics.

16- Which of the following statements is true about Fischer?
1) He had no interest in biology.
2) He was educated at the University of London.
3) He was born in Cambridge.
4) His brightness in mathematics tended to displease his teachers.

17- The word "plagued" in paragraph 1 is similar in meaning to ----------.
1) recovered 2) troubled 3) oriented 4) isolated

18- Which of the following statements is true about Fischer?
1) He showed how genetic variation in populations produced the basis for natural selection.
2) He liked his job as a school teacher.
3) He met Charles Darwin at the Rothamsted Experiment Station.
4) In 1920 he performed statistical analysis of genetic experiments.

19- What can be concluded from Fischer's famous quotation in paragraph 2?
1) We always have to consult a statistician before we conduct an experiment.
2) We must always consult a statistician after we conduct an experiment.
3) There is no need to consult a statistician while doing an experimental research.
4) The best a statistician can offer is to conduct a post mortem examination.

20- All of the following statements are true about Fischer EXCEPT that he ----------.
1) invented a tool that lets multiple factors be tested in a single experiment
2) set the standard probability of error at 0.05
3) thought mathematics was the best way through which he could serve physics
4) is acknowledged as one of the pioneers of population genetics

PASSAGE 2:

The first use of ANCOVA is the most common. In an experimental setting, ANCOVA increases the power of an F test for a main effect or interaction by removing predictable variance associated with covariates from the error term. That is, CVs (covariates) are used to assess the "noise" where "noise" is undesirable variance in the dependent variable (DV) (e.g., individual differences) that is estimated by scores on CVs (e.g., pretests).

An experimental ANCOVA strategy was taken by Baranowski et al. (2011). One hundred thirty-three 10- to 12-year-old children participated in a randomized control trial where two-thirds of the sample was assigned to the treatment group and one-third to the control group. Both groups were assessed for the intake of fruit, vegetables, and water as well as minutes of moderate to vigorous physical activity and weight (the DVs) prior to the start of the experiment, after the first treatment, after the second treatment, and 2 months after the conclusion of the study. Pretreatment measures and

saednews.com

certain demographic characteristics were used as the covariates in a separate ANCOVA for each DV. The group assigned to treatment played "Escape from Diab" (Diab) and then "Nanoswarm: Invasion from Inner Space" (Nano) video games on children's diet, physical activity, and adiposity in sequence. The control group played diet and physical activity knowledge-based games on popular Websites for equivalent time. Using repeated measures ANCOVAs, the children who played the video games increased fruit and vegetable consumption but did not change water intake, physical activity, or weight.

The second use of ANCOVA commonly occurs in nonexperimental situations when subjects cannot be randomly assigned to treatments. ANCOVA is used as a statistical matching procedure, although interpretation is fraught with difficulty. ANCOVA is used primarily to adjust group means to what they would be if all subjects scored identically on the CV(s). Differences between subjects on CVs are removed so that, presumably, the only differences that remain are related to the effects of the grouping IV(s). (Differences could also, of course, be due to attributes that have not been used as CVs.) This second application of ANCOVA is primarily for descriptive model building: the CV enhances prediction of the DV, but there is no implication of causality.

21- Which of the following statements is true, according to the passage?

1) The second use of ANCOVA commonly occurs in experimental situations.
2) Posttests often constitute covariates in an experimental design.
3) Undesirable variance in the independent variable is described as "noise".
4) In an experimental setting, ANCOVA increases the power of an F test for a main effect.

22- Which of the following statements is true about the second paragraph?

1) It reports an experimental study without a delayed posttest.
2) It contradicts what was mentioned in the first paragraph.
3) It provides an example for the argument advanced in the first paragraph.
4) It reports an experiment with an equal number of participants between the control and the treatment groups.

23- Which of the following statements is true about the findings of the experiment reported in paragraph 2?

1) The children in the control group increased fruit and vegetable consumption.
2) The children who played the video games increased fruit and vegetable consumption.
3) The children who played the video games had an increase in water intake, physical activity, and weight.
4) The children in the treatment group played diet and physical activity knowledge-based games on popular Websites.

24- The word "fraught" in paragraph 3 is similar in meaning to ----------.

1) filled 2) associated 3) crowded 4) confronted

25- Where does the following sentence best fit into the passage?

If the research question to be answered involves causality, ANCOVA is no substitute for running an experiment.

1) End of paragraph 1
2) End of paragraph 2
3) End of paragraph 3
4) Beginning of paragraph 2

saednews.com

PASSAGE 3:

The goal of canonical correlation is to analyze the relationships between two sets of variables. It may be useful to think of one set of variables as independent variables (IVs) and the other set as dependent variables (DVs), or it may not. In any event, canonical correlation provides a statistical analysis for research in which each subject is measured on two sets of variables and the researcher wants to know if and how the two sets relate to each other.

Suppose, for instance, a researcher is interested in the relationship between a set of variables measuring medical compliance (willingness to buy drugs, to make return office visits, to use drugs, to restrict activity) and a set of demographic characteristics (educational level, social background, income, medical insurance). Canonical analysis might reveal that there are two statistically significant ways that the two sets of variables are related. The first way is between income and insurance on the demographic side and purchase of drugs and willingness to make return office visits on the medical-compliance side. Together, these results indicate a relationship between compliance and demography based on the ability to pay for medical services. The second way is between willingness to use drugs and restrict activity on the compliance side and social background and educational level on the demographic side, interpreted, perhaps, as a tendency to accede to authority (or not).

The easiest way to understand canonical correlation is to think of multiple regression. In regression, there are several variables on one side of the equation and a single variable on the other side. The several variables are combined into a predicted value to produce, across all subjects, the highest correlation between the predicted value and the single variable. The combination of variables can be thought of as a dimension among the many variables that predicts the single variable. In canonical correlation, the same thing happens except that there are several variables on both sides of the equation. Sets of variables on each side are combined to produce, for each side, a predicted value that has the highest correlation with the predicted value on the other side.

26- The main goal of the first paragraph is to ----------.

1) offer a general description of canonical correlation
2) make a distinction between dependent and independent variables
3) tell the reader how and why two sets of variables may relate to each other
4) argue why each subject in a correlational study needs to be measured on two sets of variables

27- Which variables on the medical-compliance side show the ability to pay for medical services?

1) Purchase of drugs and insurance
2) Income and insurance
3) Purchase of drugs and willingness to make return office visits
4) Willingness to make return office visits and income

28- The word "accede" in paragraph 2 is similar in meaning to ----------.

1) adjust 2) object 3) apologize 4) consent

saednews.com

29- Which of the following statements is true?

1) In multiple regression, there is one single variable on one side of the equation and one single variable on the other.
2) In canonical correlation there are several variables on both sides of the equation.
3) In regression there are several variables on both sides of the equation.
4) In canonical correlation, there are several variables on one side of the equation and a single variable on the other side.

30- Where does the following sentence best fit into the passage?

The combination of variables on each side can be thought of as a dimension that relates the variables on one side to the variables on the other.

1) End of paragraph 1
2) End of paragraph 2
3) End of paragraph 3
4) Beginning of paragraph 3

دروس پایه (ریاضی عمومی (۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال):

۳۱- دامنهٔ تابع $f(x)=\log\frac{۲-x}{x-\sqrt{x^۲-۲x+۲}}$، کدام است؟

۱) $(۰,۱)$
۲) $(۱,۲)$
۳) $(۰,۲)$
۴) $(-\infty,۲)$

۳۲- مساحت رویهٔ دوار حاصل از دوران منحنی $y=۲\sin^۳ t$ و $x=۲\cos^۳ t$، حول محور x ها کدام است؟

۱) ۶π
۲) $\frac{۲۴\pi}{۵}$
۳) ۱۲π
۴) $\frac{۴۸\pi}{۵}$

۳۳- مساحت کل ناحیهٔ بستهٔ درون منحنی قطبی $r=\cos ۲\theta$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۸}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{\pi}{۲}$
۴) π

saednews.com

۳۴- حجم جسم حاصل از دوران ناحیهٔ محصور به محور yها و یک طاق از منحنی $x = ۱ - \cos t$ و $y = t - \sin t$، حول محور y ها، کدام است؟

۱) $۴\pi^۲$

۲) $۵\pi^۲$

۳) $۶\pi^۲$

۴) $۷\pi^۲$

۳۵- در کدام بازهٔ سری $\sum_{n=۲}^{\infty} \frac{(۲x-۱)^n}{۳^n \ln n}$، همگرای مطلق است؟

۱) $(-۱,۲)$

۲) $[-۱,۲)$

۳) $(-۱,۲]$

۴) $[-۱,۲]$

۳۶- اگر $\lim_{x \to ۰} \frac{(e^{۲x} - ۱ - ۲x)\ln(۱-x^۳)}{(۱-\cos ۳x)^n} = a$، باشد، مقدار $\frac{a}{n}$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱۶\sqrt{۲}}{۵ \times ۳^۵}$

۲) $\frac{۸\sqrt{۲}}{۵ \times ۳^۵}$

۳) $\frac{۱۶\sqrt{۲}}{۳^۵}$

۴) $\frac{-۸\sqrt{۲}}{۵ \times ۳^۵}$

۳۷- فرض کنید $f(x,y) = \begin{cases} \frac{۲xy(x^۲ - y^۲)}{x^۲ + y^۲} & (x,y) \neq (۰,۰) \\ ۰ & (x,y) = (۰,۰) \end{cases}$، مقدار $f_{yx}(۰,۰)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۲

۳) ۲-

۴) وجود ندارد.

۳۸- مقدار مشتق سویی مرتبهٔ دوم تابع $f(x,y) = x^۲ e^{(xy)}$، در نقطهٔ $(۱,۰)$ در سویی که با جهت مثبت محور x ها زاویهٔ ۴۵ درجه می‌سازد، کدام است؟

۱) ۵

۲) $\frac{۷}{۲}$

۳) ۴

۴) $\frac{۹}{۲}$

saednews.com

۳۹- فرض کنید $A=\int\int_{\mathbb{R}^2}\frac{dxdy}{(x^2+y^2+1)^k}$، به‌ازای کوچکترین مقدار صحیح ممکن برای k همگرا باشد، مقدار A کدام است؟ ($\mathbb{R}$ مجموعه اعداد حقیقی است.)

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) 2π

۳) π

۴) $\frac{2\pi}{2}$

۴۰- فرض کنید S سطح واقع بر کرهٔ $x^2+y^2+(z-2)^2=8$ باشد که در بالای صفحهٔ xy قرار گرفته است. اگر میدان نیروی $\vec{F}(x,y,z)=y^2\cos(xz)\hat{i}+x^3e^{(yz)}\hat{j}-e^{-(xyz)}\hat{k}$، از سطح S گذر کند، مقدار $\int\int_S \text{Curl}\,\vec{F}.\hat{n}dS$ کدام است؟ ($\hat{n}$ بردار قائم یکه برونسو بر سطح S است.)

۱) 8π

۲) 10π

۳) 12π

۴) 16π

۴۱- فرض کنیم W_1 و W_2 زیرفضاهایی از $\mathbb{R}^3$ هستند که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$W_1=\{(a,b,c)\,|\,a=b=c\}$

$W_2=\{(a,b,c)\,|\,a+b+c=0\}$

در این‌صورت $\dim W_1+\dim W_2$ برابر است با:

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴۲- کدام‌یک از موارد زیر به‌ازای هر ماتریس $A\in M_2(\mathbb{R})$ برقرار است؟

۱) $\text{tr}(A^2)\geq 0$

۲) $A^2=\text{tr}(A)A-(\det A)I$

۳) همهٔ درایه‌های روی قطر A^2 بزرگتر یا مساوی صفر هستند.

۴) همهٔ مقادیر ویژهٔ حقیقی A^2 بزرگتر یا مساوی صفر هستند.

saednews.com

۴۳- در فضای برداری ماتریس‌های ۳×۲، بعد زیرفضای W تولید شده توسط ماتریس‌های

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۳\\ ۴ & ۰ & ۵\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}۲ & ۴ & ۷\\ ۱۰ & ۱ & ۱۳\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}۱ & ۲ & ۵\\ ۸ & ۲ & ۱۱\end{bmatrix}$$

کدام گزینه است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۴۴- فرض کنید $P_۲[x]$ فضای برداری متشکل از همه چندجمله‌ای‌های از درجه حداکثر ۲ با ضرایب حقیقی باشد. اگر $T:P_۲[x]\to P_۲[x]$ یک تبدیل خطی با ضابطهٔ

$$T(a_۰+a_۱x+a_۲x^۲)=(۳a_۰)+(۶a_۰+۵a_۱)x+(۴a_۰-۳a_۲)x^۲$$

باشد، حاصل‌ضرب مقادیر ویژهٔ T کدام است؟

۱) ۴۵-

۲) صفر

۳) ۶۰

۴) ۷۲

۴۵- فرض کنید $\alpha=(a,b,c)\in\mathbb{R}^۳$ بردار ثابت ناصفری باشد و تبدیل خطی $T:\mathbb{R}^۳\to\mathbb{R}^۳$ را به‌صورت $T(v)=\alpha\times v$ تعریف می‌کنیم (در اینجا $\alpha\times v$ ضرب خارجی بردارهای α و v است). یک مقدار ویژه T و یک بردار ویژه متناظر به‌ترتیب برابرند با:

۱) $\frac{۱}{۲}$ و $v=(۴a,-\frac{۱}{۲}b,\frac{۱}{۲}c)$

۲) $\frac{۱}{۲}$ و $v=\alpha$

۳) ۰ و $v=(۴a,\frac{۱}{۲}b,-\frac{۱}{۲}c)$

۴) ۰ و $v=\frac{۱}{۲}\alpha$

۴۶- مجموعهٔ $\left\{x:x>۰,\ \sum_{n=۱}^{\infty}\frac{x^n n!}{n^n}<\infty\right\}$ کدام است؟

۱) $(۰,۱]$

۲) $(۰,e)$

۳) $(۰,e]$

۴) $(۰,\infty)$

saednews.com

۴۷- فرض کنید تابع حقیقی مقدار f بر $[۰ , ۱]$ پیوسته و بر $(۰ , ۱)$ مشتق‌پذیر باشد. به‌علاوه $f(۰) = ۰$ و به‌ازای هر $x \in (۰ , ۱)$، $۰ \le f'(x) \le \frac{۱}{۲} f(x)$. در این‌صورت کدام گزینه درست است؟

۱) f تابع ثابت صفر است.

۲) همواره $f(x) \le e^{\frac{x}{۲}}$ ولی f لزوماً تابع ثابت صفر نیست.

۳) f تابعی صعودی است ولی لزوماً تابع ثابت صفر نیست.

۴) f بر یک همسایگی صفر برابر صفر است ولی لزوماً تابع ثابت صفر نیست.

۴۸- فرض کنید تابع $f : (۰ , \infty) \to (۰ , \infty)$ پیوسته باشد و برای هر عدد طبیعی n مجموعهٔ $\left\{x : f(x) > \frac{۱}{n}\right\}$ کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

۱) هر دو حد $\lim_{x \to \infty} f(x)$ و $\lim_{x \to ۰^+} f(x)$ موجود هستند.

۲) $\lim_{x \to ۰^+} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim_{x \to \infty} f(x)$ موجود نباشد.

۳) $\lim_{x \to \infty} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim_{x \to ۰^+} f(x)$ موجود نباشد.

۴) ممکن است هیچ‌یک از دو حد $\lim_{x \to ۰^+} f(x)$ و $\lim_{x \to \infty} f(x)$ موجود نباشد.

۴۹- فرض کنید تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ دارای خاصیت زیر باشد:

به‌ازای هر $\varepsilon > ۰$ تابعی یکنواخت پیوسته بر $\mathbb{R}$ مانند g وجود دارد به‌طوری که برای هر $t \in \mathbb{R}$، $|f(t) - g(t)| < \varepsilon$.

کدام گزینه درست است؟

۱) f ممکن است در هیچ نقطه‌ای پیوسته نباشد.

۲) f یکنواخت پیوسته است.

۳) f تعداد نامتناهی نقطه پیوستگی دارد ولی الزاماً بر $\mathbb{R}$ پیوسته نیست.

۴) f پیوسته است ولی الزاماً یکنواخت پیوسته نیست.

۵۰- فرض کنید $f : [۰ , ۱] \to [۰ , ۱]$ تابعی پیوسته غیرثابت باشد و $E = \{x \in [۰ , ۱] : f(x) = x\}$. کدام گزینه نادرست است؟

۱) $E \neq \varnothing$

۲) E بسته است.

۳) اگر E نامتناهی باشد لزوماً ناشمارا است.

۴) اگر $f \circ f = f$ آن‌گاه E یک بازه است.

۵۱- واریانس معیار مناسبی برای اندازه‌گیری پراکندگی داده‌های با مقیاس لااقل ..... است و اگر تمام داده‌ها ..... باشند آن‌گاه واریانس آن‌ها ..... خواهد بود.

۱) فاصله‌ای ـ برابر ـ صفر
۲) ترتیبی ـ هم‌فاصله ـ بزرگتر از یک
۳) فاصله‌ای ـ هم‌فاصله ـ بزرگتر از یک
۴) ترتیبی ـ برابر ـ صفر

۵۲- میانگین ۲۰ دادهٔ عددی برابر با ۱۲ شده است. اگر ۵ دادهٔ عددی جدید با میانگین ۱۰ به این داده‌ها افزوده شوند، مقدار میانگین ۲۵ دادهٔ ادغام شده چقدر است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۱٫۴ ۳) ۱۱٫۵ ۴) ۱۱٫۶

saednews.com

۵۳- فرض کنید پیشامدهای $B_1, \ldots, B_n$ توأما مجزا باشند و $B = \bigcup_{j=1}^{n} B_j$، اگر برای هر $j = 1, \ldots, n$ داشته باشیم $P(B_j) > 0$ و $P(A|B_j) = p$، آن‌گاه گزینه صحیح در مورد $P(A|B)$ کدام است؟

۱) $P(A|B) = \frac{p}{n}$ ۲) $P(A|B) = p$

۳) $P(A|B) > p$ ۴) $P(A|B) = \min(1, np)$

۵۴- فرض کنید A, B, C سه پیشامد مستقل و $A \subset B \subset C$ دراین‌صورت:

۱) $P(A) = 0, P(C) = 1$ ۲) $P(A) = 1$ یا $P(C) = 0$

۳) $P(A) = 0$ یا $P(C) = 1$ ۴) $P(A) = 1, P(C) = 1$

۵۵- یک کمیته شامل $6n$ نفر که نصف آن مرد و نصف دیگر زن است. یک مرد به تصادف انتخاب می‌شود. او از بین $6n-1$ نفر باقی‌مانده n نفر را برای تشکیل کمیته‌ای ویژه انتخاب می‌کند. اگر n فرد انتخابی جنسیت یکسان داشته باشند، احتمال اینکه همگی زن باشند چقدر است؟

۱) $\frac{3}{5}$

۲) $\frac{3n}{6n-1}$

۳) ۲

۴) $\frac{\binom{3n}{n}}{2\binom{6n-1}{n}}$

دروس تخصصی ۱ (احتمال (۱و۲)، آمار ریاضی (۱و۲)):

۵۶- اگر X یک متغیر تصادفی با تکیه‌گاه $S = \{2, 7\}$ و امید ریاضی $E[X] = 4$ باشد، واریانس این متغیر برابر کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

۵۷- تابع چگالی متغیر تصادفی X به‌صورت زیر است. امید ریاضی X کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & 1 \le x \le 2 \\ 0 & \text{در غیراین‌صورت} \end{cases}$$

۱) $\frac{45}{28}$

۲) $\frac{3}{7}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{15}{28}$

saednews.com

۵۸- فرض کنید $X \sim N(0,1)$ و $\Phi(.)$ تابع توزیع نرمال استاندارد باشد. $E(e^{-\Phi(X)})$ کدام است؟

۱) صفر

۲) e^{-1}

۳) $1-e^{-1}$

۴) ۱

۵۹- فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت روی بازه $[-1,1]$ است. قرار دهید $Y=\frac{1}{X^2}$. تابع چگالی احتمال Y کدام است؟

۱) $f(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}y^{-\frac{3}{2}} & y\geq 1\\ 0 & y<1\end{cases}$

۲) $f(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y^{-\frac{5}{2}} & y\geq 1\\ 0 & y<1\end{cases}$

۳) $f(y)=\begin{cases}2y^{-3} & y\geq 1\\ 0 & y<1\end{cases}$

۴) $f(y)=\begin{cases}y^{-2} & y\geq 1\\ 0 & y<1\end{cases}$

۶۰- اگر برای متغیر تصادفی X داشته باشیم $E(t^X)=(3-2t)^{-1}$، مقدار $P(X=1)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{9}$

۲) $\frac{2}{9}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{2}{3}$

۶۱- فرض کنید طول عمر یک لپ‌تاپ متغیری تصادفی با توزیع نمایی و با میانگین ۱۰ سال است. اگر فردی این لپ‌تاپ را ۷ سال پیش خریده باشد احتمال اینکه لپ‌تاپ او ۵ سال دیگر نیز کار کند، چقدر است؟

۱) $e^{-0/7}$

۲) $e^{-1/2}$

۳) e^{-1}

۴) $e^{-0/5}$

۶۲- فرض کنید متغیر تصادفی پیوسته X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f(x)=\begin{cases}x^2 & 0<x<1\\ \frac{2}{3} & 1\leq x<2\end{cases}$$

مقدار $P\{\sqrt{1/5X}>X\}$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

saednews.com

۶۳- فرض کنید $F(x)$ تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته X باشد. مقدار

$$\frac{EF(X)}{\sqrt{Var(F(X))}}$$

کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۶۴- در تابع چگالی زیر مقدار a کدام است؟

$$f(x,y)=ax^{۳} \quad ; \quad ۰<x<y<۱$$

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۱۰

۴) ۲۰

۶۵- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند که X دارای توزیع یکنواخت روی بازهٔ $(۰,۱۰)$ و Y دارای توزیع نمایی با میانگین ۱۰ است. مقدار $P(Y<X)$ چقدر است؟

۱) $۱-e^{-۱}$

۲) $e^{-۱}$

۳) $e^{-۱۰}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۶۶- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند. فرض کنید

$$f_X(x)=\lambda_۱e^{-\lambda_۱x} \ , \ x>۰ \ , \ f_Y(y)=\lambda_۲e^{-\lambda_۲y} \ , \ y>۰$$

$P(X<Y)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱+\lambda_۲}$

۳) $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۱+\lambda_۲}$

۴) $\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}$

saednews.com

۶۷- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشند.

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)} & x>0, y>0\\ 0 & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

تابع چگالی احتمال توأم $U=X-Y$ و $Z=X+Y$ کدام است؟

۱) $f(u,z)=\frac{1}{2}e^{-z}\quad,\quad |u|>z$

۲) $f(u,z)=e^{-z}\quad,\quad z>-u$

۳) $f(u,z)=e^{-z}\quad,\quad -z<u<z$

۴) $f(u,z)=\frac{1}{2}e^{-z}\quad,\quad -z<u<z$

۶۸- فرض کنید $\{X_n\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی و هم توزیع با توزیع مشترک پواسون با میانگین یک باشد. اگر

$$Y_n=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}$$

و دنبالهٔ $\{Y_n\}$ در توزیع به متغیر تصادفی Y همگرا باشد، آنگاه توزیع Y کدام است؟

۱) نرمال استاندارد

۲) پواسون با میانگین یک

۳) $\frac{1}{2}I(Y=-1,1)$

۴) یکنواخت $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$

۶۹- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی باشند. تحت کدام‌یک از شرایط زیر $X+Y$ و $X-Y$ ناهمبسته هستند؟

۱) X و Y ناهمبسته باشند.

۲) $Var(X)=Var(Y)$

۳) X و Y دارای توزیع پیوسته باشند.

۴) توزیع هر یک از متغیرهای تصادفی X و Y متقارن باشند.

۷۰- فرض کنید $X\sim U(0,1)$ و $N|X\sim Pois(2)$، مقدار $E(X^N)$ کدام است؟

۱) $1-e^{-2}$

۲) $\frac{e^2-1}{2}$

۳) $\frac{1-e^{-2}}{2}$

۴) e^2-1

۷۱- فرض کنید W_1، W_2 و W_3 متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع مشترک یکنواخت روی بازهٔ $(0,1)$ باشند. اگر $Y=W_1-3W_2+2W_3$، آنگاه یک کران بالا برای $P(|Y|\geq 2)$ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{9}{24}$

۳) $\frac{7}{24}$

۴) $\frac{5}{24}$

saednews.com

۷۲- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال $f_\theta(x) = \begin{cases} ۱-۲\theta & , \ x = ۰ \\ \theta & , \ x = -۱, +۱ \end{cases}$, $\theta \in (۰, \frac{۱}{۲})$ باشد. برآورد گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

۱) صفر
۲) $\frac{۱}{۲n}\sum_{i=۱}^{n} X_i^۲$
۳) $\frac{۱}{۲n}\sum_{i=۱}^{n} X_i$
۴) $\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} X_i)^۲$

۷۳- اگر $\hat{\theta}_۱$ و $\hat{\theta}_۲$ دو برآوردگر ناریب θ با واریانس‌های $\sigma_۱^۲$ و $\sigma_۲^۲$ باشند و تعریف کنیم $\hat{\theta}_۳ = a\hat{\theta}_۱ + (۱-a)\hat{\theta}_۲$، برای کمینه کردن واریانس $\hat{\theta}_۳$ با فرض $Cov(\hat{\theta}_۱, \hat{\theta}_۲) = c \neq ۰$، مقدار a چقدر باید باشد؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{\sigma_۱^۲ - c}{\sigma_۱^۲ + \sigma_۲^۲ - ۲c}$
۳) $\frac{\sigma_۱^۲}{\sigma_۱^۲ + \sigma_۲^۲}$
۴) $\frac{\sigma_۲^۲ - c}{\sigma_۱^۲ + \sigma_۲^۲ - ۲c}$

۷۴- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_n \overset{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^۲)$ به ازای چه مقدار a آماره $T = a\sum|X_i - \bar{X}|$ یک برآوردگر ناریب σ است؟

۱) $\frac{۱}{n}$
۲) $\frac{۱}{۲n(n-۱)}$
۳) $\sqrt{\frac{\pi}{۲n(n-۱)}}$
۴) $\sqrt{(۱-\frac{۱}{n})\pi}$

۷۵- براساس نمونه‌ای تصادفی به حجم یک (X) از تابع چگالی احتمال زیر، آماره بسنده مینیمال برای θ کدام مورد است؟

x	-۱	۰	۱
f(x)	$\frac{۱-\theta}{۲}$	θ	$\frac{۱-\theta}{۲}$

$(-۱ < \theta < ۱)$

۱) X
۲) $|X|$
۳) $X - ۱$
۴) $\frac{۱-X}{۲}$

۷۶- فرض کنید $X \sim N(۰, \theta)$، $T_۱ = X$ و $T_۲ = |X|$، کدام مورد درست است؟

۱) $T_۱$ بسنده و غیر کامل و $T_۲$ بسنده و کامل است.
۲) $T_۱$ و $T_۲$ هر دو بسنده و کامل هستند.
۳) $T_۱$ و $T_۲$ هر دو بسنده و غیرکامل هستند.
۴) $T_۱$ بسنده و کامل و $T_۲$ بسنده و غیرکامل است.

۷۷- فرض کنید $(X_1, Y_1), ..., (X_n, Y_n)$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی $f_\theta(x,y) = e^{-\theta x - \frac{y}{\theta}}$ $x, y > ۰, \theta > ۰$ باشد. تابع اطلاع فیشر کدام است؟

۱) $\frac{n}{۲\theta^۲}$
۲) $\frac{۲n}{\theta^۳}$
۳) $\frac{n}{۲\theta^۳}$
۴) $\frac{۲n}{\theta^۲}$

saednews.com

۷۸- فرض کنید

$X_1, ..., X_n$ i.i.d $N(\mu_1, 1)$

$Y_1, ..., Y_n$ i.i.d $N(\mu_2, 1)$

$Z_1, ..., Z_n$ i.i.d $N(\mu_1 + \mu_2, 1)$

اگر سه نمونه فوق، مستقل باشند برآوردگر ML پارامترهای μ_1 و μ_2 کدام است؟

۱) $\hat{\mu}_1 = \frac{\bar{X} + \bar{Z} - \bar{Y}}{3}$, $\hat{\mu}_2 = \frac{\bar{Y} + \bar{Z} - \bar{X}}{3}$

۲) $\hat{\mu}_1 = 2\bar{X} + \bar{Z} - \bar{Y}$, $\hat{\mu}_2 = 2\bar{Y} + \bar{Z} - \bar{X}$

۳) $\hat{\mu}_1 = \frac{2\bar{X} + \bar{Z} - \bar{Y}}{3}$, $\hat{\mu}_2 = \frac{2\bar{Y} + \bar{Z} - \bar{X}}{3}$

۴) $\hat{\mu}_1 = \bar{X} + \bar{Z}$, $\hat{\mu}_2 = \bar{Y} + \bar{Z}$

۷۹- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع دوجمله‌ای $B(1, p)$ باشد. مقدار برآورد UMVUE برای $P(X_1 + X_2 > X_3)$ درصورتی‌که $X_1 + X_2 + X_3 = 2$ مشاهده شده باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{1}{4}$

۸۰- فرض کنید $X_i \sim N(\alpha + \beta t_i, \sigma^2)$, $i = 1, ..., n$، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند که در آن α، β و σ^2 پارامترهای نامعلوم و t_iها مقادیر معلوم با $\sum_{i=1}^{n} t_i = 0$ هستند. UMVUE پارامتر (α, β) کدام است؟

۱) $\left(\bar{X}, \sum_{i=1}^{n} t_i X_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right)$

۲) $\left(\sum_{i=1}^{n} t_i X_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} t_i^2 , \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \right)$

۳) $\left(\bar{X}, \sum_{i=1}^{n} t_i X_i^2 \right)$

۴) $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2}, \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i X_i^2}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2} \right)$

saednews.com

۸۱- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد که در آن μ و σ^2 نامعلوم‌اند. مقدار $E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2}{S^2}\right)$ کدام است؟ $\left(S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\right)$

۱) n
۲) $2(n-1)$
۳) $2n$
۴) $(n-1)$

۸۲- فرض کنید $X_1,...,X_{10}$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی $f_\theta(x)=e^{-(x-\theta)}$ $x>\theta$ باشد. اگر مقادیر بزرگ $X_{(1)}$ منجر به رد $H_0:\theta=2$ در مقابل $H_1:\theta=2/5$ شود و مقدار $x_{(1)}=3$ مشاهده شده باشد، پی ـ مقدار کدام است؟

۱) e^{-10}
۲) $1-e^{-10}$
۳) e^{-5}
۴) $1-e^{-5}$

۸۳- براساس یک نمونه تصادفی $n=2$ تایی از توزیعی با تابع چگالی $U(0,\theta)$، اگر ناحیه رد $H_0:\theta\geq 1$ در مقابل $H_1:\theta<1$ به‌صورت $X_{(n)}<0/5$ باشد، احتمال خطای نوع دوم به ازای $\theta=0/25$ و اندازه آزمون به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $0,\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{4},\frac{3}{4}$
۳) $\frac{3}{4},\frac{1}{4}$
۴) $\frac{1}{4},0$

۸۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از $U(0,\theta_1)$ مستقل از نمونه تصادفی $Y_1,...,Y_n$ از $U(0,\theta_2)$ باشند و قرار دهید: $X_{(n)}=\max_i X_i$, $Y_{(n)}=\max_i Y_i$. نسبت درست‌نمایی برای آزمون $H_0:\theta_1=\theta_2$ در مقابل $H_1:\theta_1\neq\theta_2$ کدام است؟

۱) $\left[\frac{X_{(n)}Y_{(n)}}{(\min\{X_{(n)},Y_{(n)}\})}\right]^2$
۲) $\left[\frac{X_{(n)}Y_{(n)}}{(\max\{X_{(n)},Y_{(n)}\})^2}\right]^n$
۳) $\left[\frac{X_{(n)}Y_{(n)}}{(\max\{X_{(n)},Y_{(n)}\})}\right]^{2n}$
۴) $\left[\frac{X_{(n)}Y_{(n)}}{(\min\{X_{(n)},Y_{(n)}\})}\right]^{2n}$

۸۵- از توزیع یکنواخت $(0,\theta)$ یک نمونه تصادفی $n=2$ تایی گرفته و $Y_1=\min(X_1,X_2)$. بازهٔ اطمینان ۸۱ درصدی برای θ که از رابطه $P(a\theta\leq Y_1\leq\theta)=0/81$ به دست می‌آید، کدام است؟

۱) $(Y_1,1/1Y_1)$
۲) $(0/1Y_1,Y_1)$
۳) $(Y_1,10Y_1)$
۴) $(Y_1,\frac{1}{1/9}Y_1)$

saednews.com

۸۶- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی $n=3$ تایی از متغیر تصادفی X با توزیع $N(\theta,1)$ باشد. ضریب اطمینان بازهٔ $(\min(X_1,X_2,X_3), \max(X_1,X_2,X_3))$ برای θ چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{3}{4}$

۸۷- فرض کنید $X_1, \ldots X_n \overset{iid}{\sim} Bin(m,p)$ که m و p هر دو پارامترهای نامعلوم هستند. برآورد گشتاوری m کدام است؟ $(\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \ , \ S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2)$

۱) $\frac{\bar{X}}{\bar{X}^2+S^2}$
۲) $\frac{\bar{X}}{\bar{X}^2-S^2}$
۳) $\frac{\bar{X}^2}{\bar{X}+S^2}$
۴) $\frac{\bar{X}^2}{\bar{X}-S^2}$

دروس تخصصی ۳ (نمونه‌گیری (۱و۲) و رگرسیون ۱):

۸۸- **کدام مورد زیر در ارتباط با روش‌های نمونه‌گیری نادرست است؟**

۱) نمونه‌گیری طبقه‌ای حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای است.
۲) نمونه‌گیری سیستماتیک حالت خاصی از خوشه‌ای دومرحله‌ای است.
۳) نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای دومرحله‌ای است.
۴) نمونه‌گیری تصادفی ساده حالت خاصی از نمونه‌گیری متناسب با اندازه است.

۸۹- **کدام‌یک از موارد زیر جزء ایرادهای نمونه‌گیری سیستماتیک محسوب می‌شود؟**

۱) عدم امکان برآورد واریانس برآوردگرها
۲) وابسته‌بودن کارایی برآوردگرها به روند جامعه
۳) حالت خاصی از نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای است.
۴) دقت برآورد به‌شدت انتخاب نقطه شروع بستگی دارد.

۹۰- **جامعه‌ای به حجم N از دو طبقه تشکیل شده‌است. حجم طبقه اول و واریانس این طبقه هر یک نصف این مقادیر در طبقه دوم است. برای برآورد میانگین این جامعه، نمونه‌ای به حجم n از آن براساس تخصیص متناسب استخراج نموده‌ایم. اگر حجم نمونه نصف گردد، واریانس برآوردگر چند برابر می‌شود؟**

۱) واریانس طبقه اول ۲ برابر
۲) $\frac{N-n}{N-2n}$ برابر
۳) ۲ برابر
۴) $\frac{2N-n}{N-n}$ برابر

saednews.com

۹۱- در یک مجتمع مسکونی ۶۰ نفر در قالب ۱۶ خانوار زندگی می‌کنند، چهار خانوار را به تصادف انتخاب کرده، جمعیت و میزان مصرف بنزین آنها را در ماه گذشته به شرح جدول زیر مشخص کرده‌ایم. با استفاده از برآوردگردهای نسبتی، مصرف سرانه بنزین این مجتمع و میانگین مصرف بنزین در هر خانوار را برحسب لیتر چقدر برآورد می‌کنید؟

جمعیت	۳	۵	۳	۱
مصرف بنزین برحسب لیتر	۷۰	۸۰	۵۰	۴۰

۱) ۲۰ و ۶۰
۲) ۱۵ و ۶۰
۳) ۲۰ و ۷۵
۴) ۱۵ و ۷۵

۹۲- در یک مجتمع مسکونی ۱۶ خانوار با جمعیت ۶۰ نفر زندگی می‌کنند، برای برآورد متوسط مصرف سرانه آب در ماه تعداد ۲ خانوار را به‌طور تصادفی ساده انتخاب و براساس شماره کنتور آب، مصرف ماهانه آن دو خانوار برابر ۲۵ و ۳۵ مترمکعب ثبت شده‌است. پارامتر مذکور را چقدر برآورد می‌کنید؟

۱) ۸ مترمکعب
۲) ۱۵مترمکعب
۳) ۲۷٫۵ مترمکعب
۴) قابل محاسبه نیست (به تعداد افراد خانوارهای منتخب بستگی دارد)

۹۳- در نمونه‌گیری تصادفی ساده از جامعه‌ای با دو صفت y (صفت اصلی) و x (صفت کمکی) وقتی عرض از مبدأ خط رگرسیون y بر x بزرگ باشد، برای برآورد پارامترهای صفت اصلی در جامعه کدام گزینه همواره برقرار است؟

۱) برآوردگرهای حاصلضربی و نسبتی دقت یکسان دارند.
۲) برآوردگرهای رگرسیونی از برآوردگرهای نسبتی دقیق‌تر هستند.
۳) برآوردگرهای نسبتی از برآوردگرهای نااریب معمولی دقیق‌تر هستند.
۴) برآوردگرهای نااریب معمولی از برآوردگرهای رگرسیونی دقیق‌تر هستند.

۹۴- اداره‌ای ۱۲۰ کارمند دارد که ۸۰نفر آنان مرد و بقیه زن هستند. به تصادف و به‌طور جداگانه ۸ نفر از مردان و ۴ نفر از زنان را انتخاب کرده و تعداد فرزندان تحت تکفل آنها را به شرح زیر به‌دست آورده‌ایم.

مردان	۳	۲	۴	۲	۴	۱	۴	۴
زنان	۱	۰	۲	۱				

اگر بخواهیم برای تمامی فرزندان تحت تکفل کارکنان این اداره هدیه‌ای تهیه کنیم که ارزش هریک ۰٫۵ میلیون تومان است، بودجه لازم برای این‌منظور را چند میلیون تومان برآورد می‌کنید؟

۱) ۷۰
۲) ۱۴۰
۳) ۲۴۰
۴) ۲۸۰

saednews.com

۹۵- در اداره‌ای ۱۲۰ کارمند با میانگین سابقه ۱۰ سال شاغل هستند. برای برآورد نسبت متأهلین این اداره از یک نمونه به حجم ۳ و متناسب با سابقه افراد استفاده شده است. اگر از این افراد ۲ نفر متأهل با سابقه ۱۰ و ۱۵ سال مشاهده شده باشند، برآورد نسبت متأهلین عبارت است از:

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$

۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

۹۶- اداره‌ای ۳۹۲ کارمند دارد که نیمی از آنان مرد و نیمی دیگر زن هستند. برای برآورد نسبت کارکنان مجرد در این اداره می‌دانیم این نسبت در زنان بین ۴۰ تا ۶۰ درصد و در مردان بین صفر تا ۴۰ درصد است. اگر بخواهیم نسبت مورد نظر را با استفاده از تخصیص متناسب طوری برآورد کنیم که کران خطای برآورد ۵ درصد باشد، چه حجم نمونه‌ای از هر طبقه مورد نیاز است؟ $(z_{۰/۹۷۵} \simeq ۲)$

۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰

۳) ۹۸ ۴) ۴۹

۹۷- برای برآورد نسبت یک ویژگی در جامعه‌ای به حجم $N = ۱۱۵$ از نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم $n = ۲۰$ استفاده شده است. اگر از روش تصادفی ساده با جایگذاری استفاده می‌شد با چه تعداد نمونه به همان کارایی طرح اول دست می‌یابیم؟

۱) ۲۴

۲) ۲۵

۳) ۲۷

۴) ۳۰

۹۸- فرض کنید می‌خواهیم از جامعه‌ای به حجم N یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n انتخاب کنیم. که n عددی زوج است. احتمال انتخاب عنصر kام در انتخاب‌های زوج کدام است؟

۱) $\frac{n+۱}{N+۱}$

۲) $\frac{n+۱}{۲(N+۱)}$

۳) $\frac{n}{N}$

۴) $\frac{n}{۲N}$

۹۹- در جامعه‌ای با خوشه‌های هم‌اندازه با M، اگر میانگین واریانس خوشه‌ها نصف واریانس بین میانگین‌های خوشه‌ها باشد، آنگاه ضریب همبستگی خوشه‌ای برابر است با:

۱) $\frac{۱}{۲(M-۱)}$ ۲) $\frac{۲M-۱}{۳M-۱}$

۳) $\frac{۱}{۲M-۱}$ ۴) $\frac{\frac{۲}{۳}M-۱}{M-۱}$

saednews.com

۱۰۰- در یک نمونه‌گیری تصادفی ساده ۱۰۰ تایی از جامعه‌ای شامل ۵۰۰ خانوار ساکن در یک شهرک، جمعیت خانوارهای نمونه به شرح زیر بوده است:

جمعیت	۱	۲	۳	۴
فراوانی	۱۰	۱۵	۴۰	۳۵

اگر بخواهیم خانوارهای یک و دو نفره را به ساختمان مخصوصی منتقل کنیم، برآورد می‌شود چند نفر به این ساختمان منتقل خواهند شد؟

۱) ۱۲۵

۲) ۲۰۰

۳) ۲۵۰

۴) ۳۷۵

۱۰۱- تغییر در واحد اندازه‌گیری متغیر وابسته (y) بر کدام گزینه اثر نمی‌گذارد؟

۱) ضریب تعیین

۲) برآورد عرض از مبدأ

۳) برآورد ضریب زاویه خط رگرسیونی

۴) برآورد انحراف استاندارد ضرایب رگرسیونی

۱۰۲- در مدل رگرسیون خطی سادهٔ $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ که $i = 1,\dots,n$ و $\beta_0 \neq 0$، کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $\sum_{i=1}^{n} e_i y_i = 0$

۲) $\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$

۳) $\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$

۴) به ازای برخی از موارد $\hat{\beta}_1$، ممکن است خط رگرسیون از $(\bar{x}_n, \bar{y}_n)$ نگذرد.

۱۰۳- در رگرسیون چندگانه کدام گزینه درست است؟

۱) درصورتی‌که رابطه رگرسیون معنی‌دار نشان ندهد $\sum (y_i - \bar{y})^2 > \sum (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2$

۲) درصورتی‌که رابطه رگرسیون معنی‌دار نشان دهد $\sum (y_i - \bar{y})^2 > \sum (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2$

۳) همواره $\sum (y_i - \bar{y})^2 \geq \sum (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2$ اگر رگرسیون دارای عرض از مبدأ باشد.

۴) همواره $\sum (y_i - \bar{y})^2 \leq \sum (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2$ اگر رگرسیون دارای عرض از مبدأ باشد.

۱۰۴- در مدل رگرسیونی سادهٔ $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$، $i = 1,\dots,n$ با تبدیل $x_i^* = x_i - \bar{x}_n$، مدل $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i^* + \varepsilon_i$ را برازش می‌دهیم. اگر $\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\alpha}_1$ برآوردگرهای کمترین توان دوم α_0 و α_1 باشند، آنگاه:

۱) $\hat{\alpha}_0 = 0$

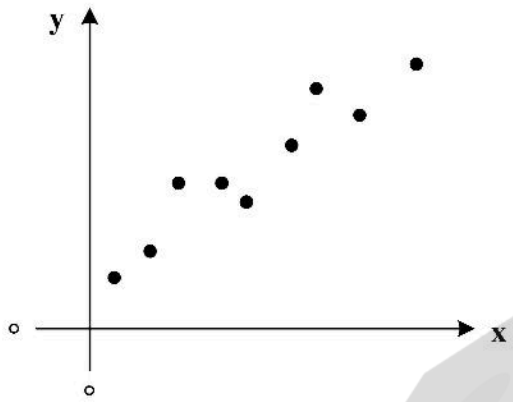
۲) $\mathrm{Cov}(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_0) = 0$

۳) $\hat{\alpha}_0 = \hat{\beta}_0 - \bar{x}_n$

۴) $\mathrm{Cov}(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_0) = \mathrm{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0)$

saednews.com

۱۰۵- در یک آزمایش، توپی را از ارتفاع x رها می‌کنیم و زمان اصابت آن به سطح، یعنی y را مشاهده می‌کنیم. شکل مقابل نمودار پراکنش حاصل از ۹ بار تکرار این آزمایش است. از بین مدل‌های زیر کدام‌یک برای این مشاهدات مناسب‌تر است؟



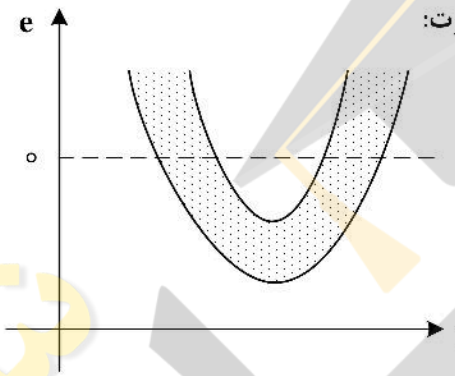
۱) $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$

۲) $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$

۳) $y_i = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{x_i} + \varepsilon_i$

۴) $y_i = \beta \sqrt{x_i} + \varepsilon_i$

۱۰۶- نمودار پراکنش e_i در مقابل $\hat{y}_i$ که به‌ترتیب مانده‌ها و مقادیر برآورد کمترین توان دو y_i از مدل رگرسیون خطی سادهٔ $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ هستند به‌صورت مقابل است. در این صورت:



۱) فرض ناهمبسته بودن ε_iها زیر سؤال نیست.

۲) فرض ثبات واریانس ε_iها زیر سؤال است.

۳) فرض صفر بودن امید ریاضی ε_iها زیر سؤال است.

۴) فرض خطی بودن رابطهٔ بین $E[Y \mid X = x]$ زیر سؤال است.

۱۰۷- در یک مدل رگرسیون خطی چندگانهٔ $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$، به ازای هر $i = 1, \ldots, n$ داریم $h_{ii} \neq 1$ که h_{ii} عنصر i ام روی قطر اصلی ماتریس کلاهدار H است. اگر $\hat{\beta}_j$، $j = 0, \ldots, k$ برآوردگر کمترین توان دو مدل باشد، آنگاه کدام‌یک از موارد زیر همواره ناصفر است؟

۱) $\hat{\beta}_0$

۲) $\sum_{i=1}^{n} x_i \hat{y}_i$

۳) $\mathrm{Var}(y_i) - \mathrm{Var}(\hat{y}_i)$

۴) $E[\hat{y}_i - e_i]$ که e_i ماندهٔ مدل است.

۱۰۸- مجموع توان دوم مانده‌های حاصل از رگرسیون y روی تعدادی متغیر تبیینی (SS_{Res}) براساس نمونه‌ای به اندازهٔ $n = 52$ به شرح جدول مقابل است. در این صورت، در سطح معنی‌داری α، x_3 را در حضور بقیهٔ متغیرها وارد مدل می‌کنیم و به مدل $y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{4} \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i$ می‌رسیم، هرگاه:

متغیر مستقل در مدل	SS_{Res}
(x_1, x_2, x_3, x_4)	۴۷
(x_1, x_2, x_3)	۴۸/۵
(x_1, x_2, x_4)	۴۹
(x_1, x_3, x_4)	۵۱
(x_2, x_3, x_4)	۷۴

۱) $F_{1-\alpha,1,47} < 2$

۲) $F_{1-\alpha,1,48} < \frac{48}{49}$

۳) $F_{1-\alpha,1,48} < 2$

۴) $F_{1-\alpha,1,47} < \frac{49}{47}$

saednews.com

۱۰۹- در مدل رگرسیون خطی ساده $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$، $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ خط برازش شده به روش کمترین توان دوم خطا است. اگر $r_{y\hat{y}} = \frac{1}{4}$ باشد، ضریب تعیین کدام است؟

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{16} < R^2 < \frac{1}{4}$

۱۱۰- فرض کنید با n مشاهده زوجی (x_1, y_1)، (x_2, y_2)، ... ، (x_n, y_n) با میانگین‌های $(\bar{x}, \bar{y})$ یک مدل رگرسیون خطی ساده با عرض از مبدأ برازش می‌دهیم. اگر داده جدیدی به‌صورت $(x_{n+1}, \bar{y})$ که در آن $x_{n+1} \neq \bar{x}$ به مدل افزوده شده و مدل جدید را برازش دهیم، آنگاه شیب خط برازش شده نسبت به مدل اولیه:

۱) فرقی نخواهد کرد. ۲) همواره کوچکتر خواهد شد.

۳) فقط درصورتی‌که $x_{n+1} > \bar{x}$ کوچکتر خواهد شد. ۴) درصورتی‌که $x_{n+1} < \bar{x}$ بزرگتر خواهد شد.