

کد کنترل



284E

284

E

دفترچه شماره (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمکز) – سال ۱۳۹۹

رشته علوم کامپیوتر – کد (۲۲۴۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ساختمن داده و الگوریتم – مبانی منطق – مبانی ترکیبات – جبر خطی عددی – نظریه الگوریتم پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرة منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعلیمی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

- ۱- کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟
۱. اگر همه عناصر آرایه مساوی باشند، روش‌های مرتب‌سازی حبابی، درجی و هرمی از مرتبه $O(n^2)$ هستند.
۲. مرتب‌سازی ۶ عنصر با الگوریتم‌های مبتنی بر مقایسه حداقل به 10 مقایسه در بدترین حالت نیاز دارد.
- (۱) ۱ درست و ۵ نادرست است.
(۲) ۱ و ۲ هر دو درست هستند.
(۳) ۱ و ۵ هر دو نادرست هستند.
(۴) ۱ نادرست و ۵ درست است.
- همه جملات زیر دوباره الگوریتم‌های مرتب‌سازی صحیح‌اند، بهجز:
- (۱) مرتب‌سازی درجی (Insertion sort) یک الگوریتم پایدار (Stable) است.
- (۲) مرتب‌سازی سریع در بدترین شرایط از مرتبه $O(n^2)$ است.
- (۳) مرتب‌سازی هرمی بیشتر از $O(n^2)$ مقایسه انجام نمی‌دهد.
- (۴) الگوریتم مرتب‌سازی درجی (Insertion sort) حداقل $O(n \log n)$ مقایسه انجام می‌دهد.
- ۲- با چهار داده ۱۱، ۹، ۳ و ۱۵ با تقدیم کوچک به بزرگ چند درخت min-heap می‌توان ساخت؟
- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۵
(۴) ۶
- کدام الگوریتم مرتب‌سازی روی یک آرایه n عنصري که تمام عناصر آن با هم برابرند دارای بهترین مرتبه زمانی است؟
- | | |
|---------------|---------------|
| Insertion (۲) | Selection (۱) |
| Quick (۴) | Merge (۳) |
- در یک درخت جستجوی دودویی از اعداد صحیح با n گره، بهترین الگوریتم برای چاپ تمام اعداد فرد از بزرگ به کوچک دارای چه مرتبه زمانی است؟
- | | |
|-------------------|-----------------|
| $O(n^2)$ (۲) | $O(n)$ (۱) |
| $O(n \log n)$ (۴) | $O(\log n)$ (۳) |
- ۴- در ساختار داده‌ای n عنصري جدول درهم (hash table) که برای حل پدیده تصادم آن از chaining استفاده می‌شود، یافتن ماکریم دارای چه مرتبه زمانی است؟
- | | |
|-------------------|------------|
| $O(n \log n)$ (۲) | $O(1)$ (۱) |
| $O(\log n)$ (۴) | $O(n)$ (۳) |
- ۵-
- ۶-

- ۷ در آرایه زیر یک **Min-heap** داده شده است. بعد از حذف کردن ریشه ترتیب عناصر آن به کدام صورت در خواهد آمد تا همچنان **Min-heap** باقی بماند؟

۲	۸	۴	۹	۱۰	۷	۶
---	---	---	---	----	---	---

۶	۸	۴	۹	۱۰	۷	۱
---	---	---	---	----	---	---

۴	۸	۷	۶	۹	۱۰	۲
---	---	---	---	---	----	---

۸	۴	۹	۱۰	۷	۶	۳
---	---	---	----	---	---	---

۴	۸	۶	۹	۱۰	۷	۴
---	---	---	---	----	---	---

- ۸ کدام گزینه درباره ضرب دو ماتریس $n \times n$ با روش تقسیم و غلبه استراسن صحیح است؟

۱) مرتبه زمانی الگوریتم ضرب استراسن $(n^{\log_2 n})$ است.

۲) اگر $T(n)$ تعداد عمل ضرب عددی استراسن باشد در این صورت $T(1) = 1$ و $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$

۳) اگر $T(n)$ تعداد فراخوانی استراسن باشد در این صورت $T(1) = 1$ و $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n^2}{2}\right)$

۴) اگر $T(n)$ زمان اجرای استراسن باشد در این صورت $T(1) = 1$ و $T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n^2}{2}\right)$

- ۹ اگر آرایه‌ای n عنصر داشته باشد، حداقل تعداد فراخوانی بازگشتی توسط الگوریتم مرتب‌سازی سریع (Quick Sort) چقدر است؟

$$n \log n \quad (4) \qquad n^{\frac{3}{2}} \quad (3) \qquad n - 1 \quad (2) \qquad n \quad (1)$$

- ۱۰ اگر عناصر یک درخت جستجوی دودویی را به صورت میانوند (*inorder*) پیمایش کنیم و در داخل یک پشته قرار دهیم و سپس عناصر پشته را خارج کنیم و یک درخت جستجوی دودویی ایجاد کنیم، درخت حاصل چه درختی خواهد بود؟

۱) درخت دودویی مورب به چپ

۲) درخت دودویی مورب به راست

۳) درخت جستجوی دودویی تغییری نمی‌کند.

۴) زیر درخت‌های چپ و راست درخت اولیه تعویض می‌شوند.

کدام یک از موارد زیر، منطقاً معتبر نیست؟

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)) \quad (1)$$

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)) \quad (2)$$

$$\forall x \exists y \forall z R(x, y, z) \rightarrow \exists y \forall z \forall x R(x, y, z) \quad (3)$$

$$\forall x \exists y \forall z R(x, y, z) \rightarrow \forall z \forall x \exists y R(x, y, z) \quad (4)$$

- ۱۲- حداکثر چند گزاره غیرمعادل مثل $A(p, q)$ هست که نتیجه منطقی $q \rightarrow p$ باشد؟
- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶
- ۱۳- کدام یک از ویژگی‌های زیر در زبانی که فقط شامل نماد تساوی است (نماد غیرمنطقی دیگری ندارد) قابل بیان با یک فرمول مرتبه اول نیست؟
- (۱) متناهی بودن مدل (۲) حداکثر n عضو داشتن مدل (۳) حداقل m عضو داشتن مدل
- ۱۴- فرض کنید Σ مجموعه‌ای سازگار از فرمول‌ها در یک زبان مرتبه اول باشد و فرمول $((\psi(x) \rightarrow \phi(x)) \rightarrow \exists x \phi(x))$ را نتیجه منطقی دهد. کدام یک از فرمول‌های زیر نتیجه منطقی Σ می‌باشد؟
- (۱) $\forall x \phi(x) \rightarrow \forall y \psi(y)$ (۲) $\exists x \phi(x) \rightarrow \forall y \psi(y)$ (۳) $\exists x \phi(x) \rightarrow \exists x \psi(x)$ (۴) $\forall x \phi(x) \rightarrow \exists y \psi(y)$
- ۱۵- فرض کنید $A * B = \neg A \vee \neg B$ در این صورت، در منطق گزاره‌ای با ۲ متغیر اتمی و تنها با استفاده از ادات منطقی *، حداکثر چند فرمول غیرمعادل می‌توان ساخت؟
- (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۱۶- فرض کنید که گزاره $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ یک استلزم باشد. کدام یک از گزاره‌های شرطی زیر یک استلزم نیست؟
- (۱) $\neg C \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ (۲) $B \rightarrow (C \rightarrow A)$ (۳) $\neg C \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$ (۴) $B \rightarrow (A \rightarrow C)$
- ۱۷- یک مجموعه از فرمول‌ها را سازگار گوییم اگر تناقض را نتیجه ندهد. کدام یک از مجموعه‌های زیر سازگار نیست؟
- (۱) $\{P_c \rightarrow P_1, P_1 \rightarrow P_\gamma, P_\gamma \rightarrow P_\gamma, P_\gamma \rightarrow \neg P_c\}$ (۲) $\{(\neg P_1 \wedge P_\gamma) \rightarrow P_c, P_1 \rightarrow (\neg P_1 \rightarrow P_\gamma), P_c \leftrightarrow \neg P_\gamma\}$ (۳) $\{P_c \rightarrow P_1, (P_c \wedge P_\gamma) \rightarrow (P_1 \wedge P_\gamma), (P_c \wedge P_\gamma \wedge P_\delta) \rightarrow (P_1 \wedge P_\gamma \wedge P_\delta), \dots\}$ (۴) $\{P_1 \vee P_\gamma, P_1 \rightarrow (P_\gamma \wedge P_\delta), P_\delta \rightarrow P_\gamma, \neg(P_\gamma \vee P_\gamma)\}$
- ۱۸- فرض کنید $\Sigma \cup \{\sigma\}$ مجموعه‌ای از جملات منطقی باشد که $\sigma \neq \#$ و $\neg \sigma \neq \#$. همه گزینه‌های زیر همیشه درست است، به جز:
- (۱) $\Sigma \cup \{\sigma\} \neq \neg \sigma$ (۲) سازگار و ناکامل است.
- (۳) $\Sigma \cup \{\sigma\}$ سازگار است ولی کامل نیست. (۴) اگر Σ کامل باشد، آنگاه $\{\sigma\} \cup \Sigma$ ناسازگار است.

-۱۹- کدام یک از فرمول‌های زیر نتیجه منطقی فرمول‌های $\neg\exists x(C(x) \wedge A(x))$ و

$$\neg\forall x(\neg A(x) \rightarrow \neg\exists y(B(y) \wedge R(y, x)))$$

$$\neg\exists x\exists y(A(x) \wedge R(y, x) \wedge B(y)) \quad (1)$$

$$\neg\exists y\exists x(B(y) \wedge R(y, x) \wedge C(x)) \quad (2)$$

$$\neg\exists y\exists x(A(x) \wedge R(y, x) \wedge C(y)) \quad (3)$$

$$\neg\exists x\exists y(A(x) \wedge B(x) \wedge C(y)) \quad (4)$$

-۲۰-تابع f روی مجموعه همه گزاره‌های منطقی گزاره‌ای به صورت استقرایی تعریف می‌شود:

$$f(p) = 1 \quad -$$

$$f(\perp) = 0 \quad -$$

$$f(A \rightarrow B) = f(A \vee B) = f(A \wedge B) = f(A) + f(B) \quad -$$

$$f(\neg A) = f(A) \quad -$$

کدام گزینه در مورد $f(\Lambda)$ صحیح است؟

(۱) تعداد متغیرهای اتمی به کار رفته در Λ , بدون احتساب تکرار

(۲) تعداد متغیرهای اتمی به کار رفته در Λ , با احتساب تکرار

(۳) تعداد ادوات منطقی به کار رفته در Λ , با احتساب تکرار

(۴) تعداد ادوات منطقی به کار رفته در Λ , بدون احتساب تکرار

کدام مورد درباره گراف زیر صحیح است؟

(۱) همیلتونی و اویلری است.

(۲) همیلتونی و اویلری نیست.

(۳) همیلتونی نیست ولی اویلری است.

(۴) همیلتونی است ولی اویلری نیست.

-۲۲- تعداد زیردرخت‌های فرآگیر گراف زیر برابر است با:

$$10^3 \quad (1)$$

$$10^4 \quad (2)$$

$$10^5 \quad (3)$$

$$10^6 \quad (4)$$

-۲۳- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که هیچ دو رقم متوالی آن، یکی باشد؟

$$9^4 \quad (1)$$

$$10 \times 9^3 \quad (2)$$

$$9^2 \times 10^2 \quad (3)$$

$$9 \times 10^3 \quad (4)$$

- ۲۴- تعداد جواب‌های طبیعی معادله زیر کدام است؟

$$(x_1 + x_2 + x_3)(x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8) = 119$$

$$\binom{118}{7}$$

$$\binom{6}{2} \binom{16}{4} + \binom{16}{2} \binom{6}{2}$$

$$2 \binom{6}{2} \binom{16}{2}$$

$$2 \binom{6}{4} \binom{16}{4}$$

- ۲۵- تعداد کلمات به طول ۴ با اعداد ۳ و ۲ و ۱ و ۰ که تعداد زوجی صفر دارد، کدام است؟

۱۳۴ (۴)

۱۳۶ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۴۲ (۱)

$$- ۲۶- اگر \Lambda = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \text{ مقدار } \|A\|_{\infty} + \|A\|_1 \text{ کدام است؟}$$

۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

- ۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر برای ماتریس وارون پذیر A نادرست است؟ (فرض کنید نرم ماتریسی به کار رفته، نرم وابسته به نرم بوداری باشد و $\text{cond}(A)$ عدد حالت ماتریس است).

$$\text{cond}(A) = \text{cond}(A^T)$$

$$\text{cond}(A) \geq 1$$

$$\text{cond}(A^T A) = (\text{cond}(A))^2$$

$$\alpha \in \mathbb{R}, \text{cond}(\alpha A) = \alpha \text{cond}(A)$$

- ۲۸- در روش حذفی گاوس (Gauss Elimination) محور گزینی کامل (Complete Pivoting) به منظور انجام می‌شود.

۲) جلوگیری از رشد خطای گرد کدن

۱) کاستن تعداد عملیات

۴) جلوگیری از رشد درایه‌های ماتریس‌های میانی

۳) جلوگیری از بزرگ شدن عضو محوری

- ۲۹- اگر A وارون پذیر باشد و $A(x + \delta x) = b + \delta b$ و $\Delta x = b - x$ آنگاه کدام‌یک از روابط زیر برقرار است؟

$$\|\delta x\| \leq \|A^{-1}\| \|x\|$$

$$\frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \leq \|\Lambda\| \|\Lambda^{-1}\| \frac{\|\delta x\|}{\|x\|}$$

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \|\Lambda\| \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \|\Lambda\| \|\Lambda^{-1}\| \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

- ۳۰- برای حل مسئله کم‌توبن مربعات خطی به صورت $\min_x \|Ax - b\|_2$ که در آن، $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ، $b \in \mathbb{R}^m$ ، $n \ll m$ ، حل دستگاه نرمال نسبت به روش‌های حل بر اساس تجزیه‌های ماتریسی A است.

- (۱) کاراتر
- (۲) همواره ناپایدار
- (۳) همواره پایدارتر
- (۴) ناکاراتر

- ۳۱- فرض کنیم A و B دو مسئله بهینه‌سازی و $B \leq A$ باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر مسئله B به صورت تقریبی حل شود آن گاه مسئله A نیز به صورت تقریبی حل می‌شود.
- (۲) اگر مسئله A به صورت تقریبی حل شود آن گاه مسئله B نیز به صورت تقریبی حل می‌شود.
- (۳) اگر یک PTAS برای مسئله A موجود باشد آن گاه برای مسئله B هم یک PTAS وجود دارد.
- (۴) اگر یک PTAS برای مسئله B موجود باشد آن گاه برای مسئله A هم یک PTAS وجود دارد.

- ۳۲- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی و $S_U \in NP-Hard$ مسئله تصمیم‌گیری برای تشخیص عدم بهینگی جواب داده شده α باشد. اگر $S_U \in NP-Hard$ باشد آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مسئله U قابل حل نیست.
- (۲) مسئله S_U قابل حل نیست.

- (۳) استفاده از روش جستجوی محلی برای حل مسئله U مناسب نمی‌باشد.
- (۴) استفاده از روش جستجوی محلی برای حل مسئله S_U مناسب نمی‌باشد.

- ۳۳- فرض کنیم گراف $(V, E) = G$ دارای یک پوشش رأسی مانند C از اندازه k باشد. در مورد C کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) شامل تمام رئوسی است که دارای درجه بزرگ‌تر از k هستند.
- (۲) شامل تمام رئوسی است که دارای درجه کوچک‌تر از k هستند.
- (۳) شامل تمام رئوسی است که دارای درجه بزرگ‌تر یا مساوی از k هستند.
- (۴) شامل تمام رئوسی است که دارای درجه کوچک‌تر یا مساوی از k هستند.

- ۳۴- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی بوده $S_U \in Strongly\ NP-Hard$ باشد. برای حل مسئله U کدام روش قابل استفاده نیست؟

- (۱) روش برگشت به عقب
- (۲) الگوریتم‌های شبه چند جمله‌ای
- (۳) روش تقسیم و غلبه
- (۴) مسئله U قابل حل نیست.

- ۳۵- فرض کنیم A یک مسئله تصمیم‌گیری بوده و $A \in NP-complete$ باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر $A \in P$ باشد آن گاه $P \neq NP$ است.
- (۲) اگر $A \in NP$ باشد آن گاه $P = NP$ است.
- (۳) اگر $A \in P$ باشد آن گاه $P \neq NP$ است.
- (۴) اگر $A \in NP$ باشد آن گاه $P = NP$ است.

- ۳۶- فرض کنیم A و B دو مسئله تصمیم‌گیری باشند و $B \leq_p A$. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر $A \in P$ باشد آن گاه $B \in NP$ است.
- (۲) اگر $A \in NP-complete$ باشد آن گاه $B \in NP-complete$ است.
- (۳) اگر $B \in NP$ باشد آن گاه $A \in P$ است.
- (۴) اگر $A \in NP-complete$ باشد آن گاه $B \in NP$ است.

- ۳۷- فرض کنیم U یک مسئله بهینه‌سازی و D مسئله تصمیم‌گیری متناظر با آن باشد. همچنین فرض کنیم X یک مسئله از ردۀ $NP-Hard$ باشد. برای اثبات اینکه U متعلق به ردۀ مسائل $NP-Hard$ است، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) کافیست ثابت کنیم $X \leq_p U$
- (۲) کافیست ثابت کنیم $D \leq_p X$
- (۳) کافیست ثابت کنیم $X \leq_p D$
- (۴) کافیست ثابت کنیم $U \leq_p D$

۳۸- فرض کنید U یک مسئله بهینه‌سازی و D مسئله تصمیم‌گیری متناظر با آن باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر D متعلق به رده $NP - Hard$ باشد آن‌گاه U نیز متعلق به رده $NP - Hard$ است.

(۲) اگر U متعلق به رده $NP - Hard$ باشد آن‌گاه D نیز متعلق به رده $NP - Hard$ است.

(۳) اگر D متعلق به رده P باشد آن‌گاه U نیز متعلق به رده P است.

(۴) اگر U متعلق به رده NP باشد آن‌گاه D متعلق به رده P است.

کدام گزینه در خصوص مسئله Partition ۲ صحیح‌تر است؟

(۱) شبیه چند جمله‌ای است.

(۲) قویاً $NP - Hard$ است.

(۳) عضو کلاس مسائل P است.

(۴) به طور ضعیف $NP - Hard$ است.

کدام یک از مسائل زیر را می‌توان در زمان چند جمله‌ای حل کرد؟

Horn-SAT (۱)

Max ۲-SAT (۲)

Monotone ۳-SAT (۳)

۴۱- فرض کنید n عدد صحیح به شما داده شده است. شما یک جایگشت تصادفی (random) از این n عدد را انتخاب

کرده و اعضای جایگشت را یکی یکی به درخت جست و جوی دودویی (BST) اضافه می‌کنید. امید ریاضی ارتفاع

این درخت جست و جوی دودویی تصادفی کدام است؟

$$O\left(n^{\frac{1}{2}}\right) \quad (۱)$$

$$O(\log n) \quad (۲)$$

$$O(\sqrt{n}) \quad (۳)$$

$$O(n) \quad (۴)$$

۴۲- اگر مرتبه زمانی یک الگوریتم تصادفی برای حل مسئله U در بدترین حالت به صورت لگاریتمی باشد آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مسئله U به صورت غیرقطعی در زمان نمایی قابل حل است.

(۲) مسئله U به صورت قطعی در زمان چند جمله‌ای قابل حل است.

(۳) مسئله U به صورت قطعی در زمان نمایی قابل حل است.

(۴) مسئله U به صورت غیرقطعی در زمان چند جمله‌ای قابل حل است.

۴۳- اگر برای حل یک مسئله تصمیم‌گیری، الگوریتم تصادفی A با خطای یک طرفه را به تعداد k بار اجرا کنیم آن‌گاه

جواب تولید شده حداقل با چه احتمالی صحیح است؟

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^k \quad (۱)$$

$$1 - \frac{1}{2^k} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2^k} \quad (۳)$$

۴۴- الگوریتم‌هایی که پیچیدگی محاسباتی آن‌ها یک تابع چند جمله‌ای از n (تعداد ورودی) و بزرگ‌ترین ورودی داده شده باشد، چه نوع الگوریتم‌هایی نامیده می‌شوند؟

(۱) شبیه چند جمله‌ای

(۲) چند جمله‌ای ضعیف

(۳) چند جمله‌ای قوی

۴۵- کدام گزینه در مورد روش‌های شبیه چند جمله‌ای و پارامتری‌سازی برای حل یک مسئله بهینه‌سازی، صحیح است؟

(۱) هر روش پارامتری‌سازی یک الگوریتم شبیه چند جمله‌ای است.

(۲) هر الگوریتم شبیه چند جمله‌ای یک روش پارامتری‌سازی است.

(۳) این دو روش معادل یکدیگر هستند.

(۴) هیچ کدام