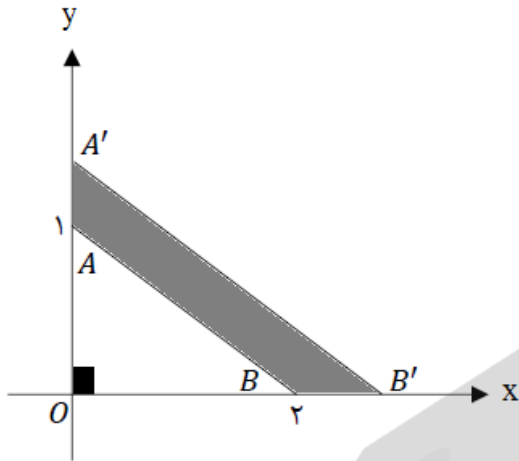
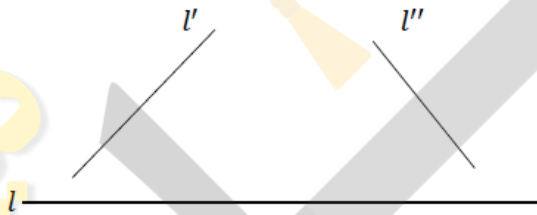


نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر
نمره	سؤالات	نمره	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	محل مهر و امضاء مدیر
۱	در شکل زیر، مقادیر X و Y را بیابید.	۱			
۲	امتداد وترهای AA' و BB' از یک دایره، در نقطه ی M خارج دایره متقاطع اند. ثابت کنید: $MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$	۱			
۳	در شکل زیر، O مرکز دایره است. مساحت ناحیه ی رنگی را بیابید.	۱			
۴	ثابت کنید در چهارضلعی محاطی، زاویه های رو به رو، مکمل اند.	۱			
۵	ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه و عمودمنصف ضلع رو به رو به آن، در نقطه ای روی دایره ی محیطی، متقاطع اند.	۱			
۶	مفاهیم زیر را تعریف کنید.	۱			
	الف) تبدیل	ب) ایزومتري	ج) انتقال	د) تجانس	
۷	نقطه ی A' دوران یافته ی نقطه ی A به مرکز O است. ثابت کنید عمودمنصف AA' از نقطه ی O می گذرد.	۱			
صفحه ی ۱ از ۲					

ردیف	ادامه ی سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره
۸	در شکل زیر، پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB به مرکز O است. اگر مساحت ناحیه ی رنگی $\frac{5}{4}$ واحد باشد، نسبت تجانس را بیابید. 		۱
۹	دو نقطه ی A و B در یک طرف خط d مفروض اند. نقطه ی M را روی خط d چنان بیابید که حاصل $AM + MB$ حداقل باشد.		۲
۱۰	سه خط l، l' و l'' دو به دو متقاطع اند (شکل زیر)، پاره خط AB به موازات l و به طول ۴ واحد را چنان رسم کنید که A روی l' و B روی l'' باشد. 		۲
۱۱	در مثلث ABC، که $AB = 3$، $AC = 4$ و $\hat{A} = 60^\circ$، طول ضلع BC و سینوس زاویه ی C را بیابید.		۱.۵
۱۲	ثابت کنید مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه ی بین آن ها.		۱
۱۳	در مثلث ABC ثابت کنید : $b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$		۲
۱۴	در مثلث ABC میانه ی AM و نیمسازهای دو زاویه ی AMB و AMC را رسم می کنیم تا اضلاع AB و AC را در P و Q قطع کنند، ثابت کنید : $PQ \parallel BC$		۲
۱۵	طول ارتفاع های مثلثی به اضلاع ۷، ۸ و ۹ را بیابید.		۱.۵

نام درس: هندسه ۲

نام دبیر: آقای فرزاد زمانی نژاد

تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۰۳/۱۸

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

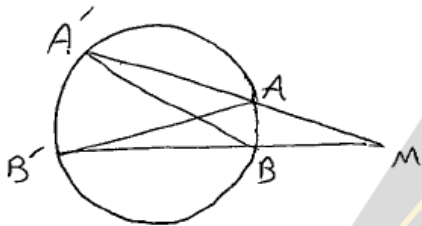
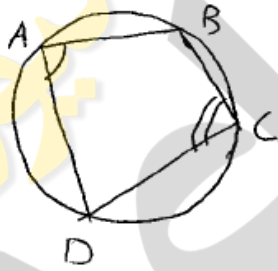
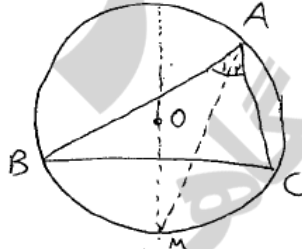
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران

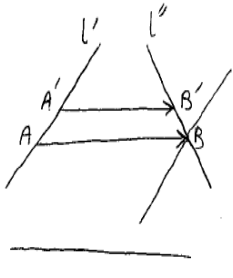
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۸-۹۷



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 70^\circ \\ \frac{x-y}{2} = 30^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = 140^\circ \\ x-y = 60^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100^\circ \\ y = 40^\circ \end{cases}$	
۲	 $\begin{cases} \widehat{A'} = \frac{1}{2}AB \text{ کمان} \\ \widehat{B'} = \frac{1}{2}AB \text{ کمان} \end{cases} \rightarrow \widehat{A'} = \widehat{B'}$ $(\widehat{A'} = \widehat{B'}), (\widehat{M} = \widehat{M}) \rightarrow \Delta MA'B \sim \Delta MB'A \rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \rightarrow MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$	
۳	$45^\circ \text{ قطاع} = \left(\frac{45^\circ}{360^\circ} \right) (\text{مساحت دایره}) = \frac{1}{8} (16\pi) = 2\pi$ $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} (4)(4)(\sin 45^\circ) = 4\sqrt{2}$ $\text{مساحت ناحیه ی رنگی} = 2\pi - 4\sqrt{2}$	
۴	 $\begin{aligned} \widehat{A} + \widehat{C} &= \frac{1}{2}BCD \text{ کمان} + \frac{1}{2}BAD \text{ کمان} \\ &= \frac{1}{2} (BCD \text{ کمان} + BAD \text{ کمان}) = \frac{1}{2} (360^\circ) = 180^\circ \end{aligned}$	
۵	فرض کنیم نیمساز $\widehat{A}$، دایره را در M قطع کند، داریم:  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} \rightarrow \frac{1}{2} BM \text{ کمان} = \frac{1}{2} MC \text{ کمان} \rightarrow BM \text{ کمان} = MC \text{ کمان}$ پس M وسط BC است، در نتیجه OM عمود منصف BC است.	
۶	الف- یک نگاشت یک به یک از صفحه به روی خودش است. ب- تبدیلی است که فاصله ی بین نقاط را حفظ می کند. ج- انتقال با بردار $\vec{v}$ تبدیلی است که در آن، تصویر هر نقطه مانند A، نقطه ای چون A' است به طوری که: $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ د- تجانس به مرکز O و نسبت k تبدیلی است که در آن: اولاً: مرکز تجانس ثابت می ماند. دوماً: تصویر هر نقطه مانند A (به غیر از مرکز) نقطه ای مانند A' است به طوری که: $\overrightarrow{OA'} = k \cdot \overrightarrow{OA}$	

طبق تعریف دوران، $OA = OA'$ ، پس نقطه ی O از دو سر پاره خط AA' به یک فاصله است در نتیجه روی عمود منصف AA' قرار دارد.



۷

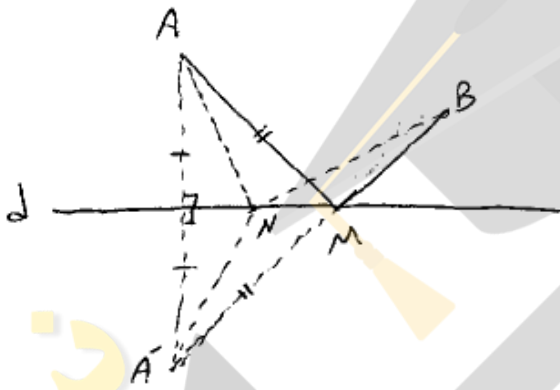
فرض کنیم نسبت تجانس، k باشد بنابراین :

$$S_{\Delta OA'B'} = k^2 S_{\Delta OAB} \rightarrow S_{\Delta OAB} + \frac{5}{4} = k^2 S_{\Delta OAB}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}(2)(1) + \frac{5}{4} = k^2 \left(\frac{1}{2}(2)(1) \right) \rightarrow 1 + \frac{5}{4} = k^2 \rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \rightarrow k = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{تجانس مستقیم است}} k = \frac{3}{2}$$

۸

بازتاب A نسبت به d را A' نامیده و آن را به B وصل می کنیم تا خط d را در M قطع کند، فرض کنیم N نقطه ی دیگری از خط d باشد در این صورت :



۹

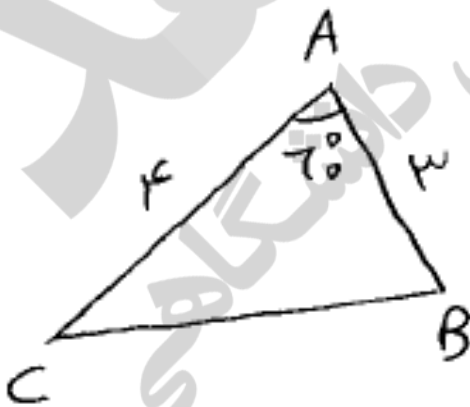
$N \rightarrow NA' = NA$ روی عمود منصف AA' است

$M \rightarrow MA' = MA$ روی عمود منصف AA' است

$\Delta NA'B$: نامساوی مثلثی $\rightarrow NA' + NB > MA' + MB \rightarrow NA + NB > MA + MB$

ابتدا خط l' را با برداری به طول ۴ و به موازات l به سمت l'' انتقال می دهیم تا آن را در B قطع کند، سپس B را با قرینه ی این بردار انتقال می دهیم تا نقطه ی A از خط l' به دست آید. اگر $A'B'$ پاره خط دیگری با این شرایط باشد، آن گاه $A'B' \parallel AB$ در نتیجه چهارضلعی $ABA'B'$ متوازی الاضلاع می شود یعنی $l' \parallel l''$ که خلاف فرض است پس AB تنها جواب مسأله است.

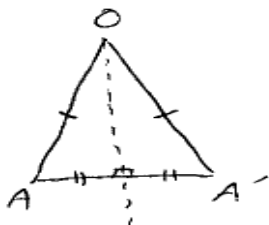
۱۰



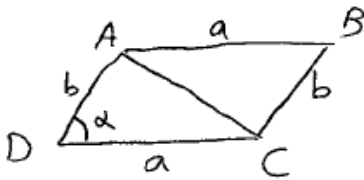
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos \hat{A}$: قضیه ی کسینوس ها

$$a^2 = 16 + 9 - 2(4)(3) \left(\frac{1}{2} \right) = 13 \rightarrow a = \sqrt{13}$$

۱۱



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{\sin C} \rightarrow \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{39}}{26}$$

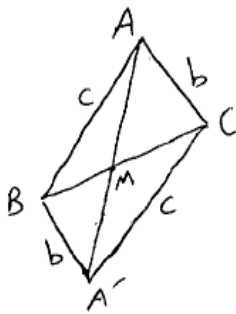


$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ADC} = 2\left(\frac{1}{2}(a)(b)\sin\alpha\right) = absin\alpha$$

با رسم قطر AC داریم :

۱۲

میانۀ ی AM را به اندازه ی خودش امتداد می دهیم تا نقطه ی A' به دست آید در چهارضلعی حاصل، قطرها یکدیگر را نصف کرده اند پس متوازی الاضلاع است و داریم :

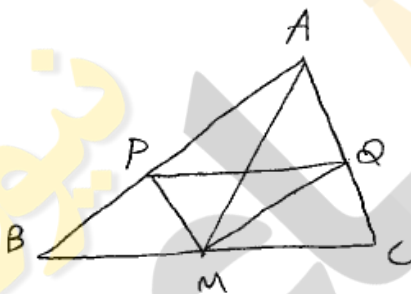


$$2b^2 + 2c^2 = (AA')^2 + BC^2 \rightarrow 2b^2 + 2c^2 = (2m_a)^2 + a^2$$

$$2b^2 + 2c^2 = 4m_a^2 + a^2 \rightarrow b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

۱۳

طبق خاصیت نیمساز داخلی، داریم :



$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle AMB: \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} \\ \triangle AMC: \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \end{array} \right. \rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$AM \rightarrow MB = MC$ میانۀ است

عکس قضیه ی تالس $\rightarrow PQ \parallel BC$

۱۴

$$2P = 9 + 8 + 7 = 24 \rightarrow P = 12$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{12(3)(4)(5)} = 12\sqrt{5}$$

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c \rightarrow 12\sqrt{5} = \frac{9}{2}h_a = 4h_b = \frac{7}{2}h_c \rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{8\sqrt{5}}{3} \\ h_b = 3\sqrt{5} \\ h_c = \frac{24\sqrt{5}}{7} \end{cases}$$

۱۵

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : فرزاد زمانی نژاد

جمع بارم : ۲۰ نمره